



21 世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYU ANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBU FUDAO

高等数学

第六版

全程导学及习题全解

合订本

主编 王进良

编委 周 珑 冯广庆

审核 张广丽

- ◆知识归纳 梳理主线重点难点
- ◆习题详解 精确解答教材习题
- ◆提高练习 巩固知识迈向更高



中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House



21 世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJI GAODENG YU ANXIAO JINGDIAN JIAOCAI TONGBU FUDAO

013/5=6C3

2007

高等数学

第六版

全程导学及习题全解

合订本

主编 王进良

编委 周 珑 冯广庆

审核 张广丽

- ◆知识归纳 梳理主线重点难点
- ◆习题详解 精确解答教材习题
- ◆提高练习 巩固知识迈向更高



中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

高等数学全程导学及习题全解. 合订本 / 王进良主编.

—北京: 中国时代经济出版社, 2007.9

(21 世纪高等院校经典教材同步辅导)

ISBN 978-7-80221-393-7

I. 高... II. 王... III. 高等数学—高等学校—教学参考资料

IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 104008 号

高等
数学
全程
导学
及习
题全
解(合
订本)

王
进
良
主
编

出版者	中国时代经济出版社
地 址	北京东城区东四十条 24 号 青蓝大厦 11 层东办公区
邮 编	100007
电 话	(010)68320825 (发行部) (010)88361317 (邮购)
传 真	(010)68320634
发 行	各地新华书店
印 刷	北京鑫海达印刷有限公司
开 本	880 × 1230 1/32
版 次	2007 年 9 月第 1 版
印 次	2007 年 9 月第 1 次印刷
印 张	23.375
字 数	600 千字
印 数	1~5000 册
定 价	23.00 元
书 号	ISBN 978-7-80221-393-7

版权所有 侵权必究

前 言

“高等数学”是解决理工科数学问题和工程实际问题的重要理论基础和实用工具,也是理工科各专业研究生入学考试的内容。为了帮助广大学生更好的学习和掌握“高等数学”课程的理论精髓和解题方法,我们根据同济大学应用数学系编写的《高等数学》(第六版)教材,编写了这本辅导资料。本辅导教材根据《高等数学》(第六版)教材中每一章的内容,编写了以下几方面的内容:

本章重点内容导学:精练了各章中的主要知识点,理清各知识点之间的脉络联系,囊括了主要定理及相关推论和重要公式等,帮助读者迅速了解本章重要知识点,系统理解各章的体系结构,奠定扎实的理论基础。

典型例题讲解:精选具有代表性的重点题型进行讲解,分析问题的突破点,指引解决问题的思路,旨在帮助读者学会独立思考的方式和分析问题的办法。**习题全解:**依据教材各章节的习题,进行详尽的解答。考虑到不同层次读者的需求,在解答过程中,对于重点习题进行了分析和讲解,归纳解题技巧。

同步自测题及解析:根据教学大纲要求及教学重点,编写了一套难易适中的自测题,并对自测题进行了详细的解答。

本书由王进良、周珑、冯广庆、孟慧、杨春等同志编写,全书由张广丽审核。本书编写过程中得到杜心康、宁建建等同志的大力协助,并得到中国时代经济出版社的领导和有关编辑的大力支持,为此表示衷心的感谢!对《高等数学》(第六版)教材的作者——同济大学应用数学系的老师们,表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,加之时间仓促,本书难免有缺点和疏漏,存在一些不妥之处,敬请各位专家及广大读者批评指正。

编 者

2007年8月

目 录

第一章 函数与极限	(1)
本章重点内容导学	(1)
典型例题讲解	(2)
习题全解	(6)
习题 1-1	(6)
习题 1-2	(17)
习题 1-3	(20)
习题 1-4	(24)
习题 1-5	(27)
习题 1-6	(30)
习题 1-7	(33)
习题 1-8	(35)
习题 1-9	(39)
习题 1-10	(42)
总习题一	(44)
同步自测题及解析	(51)
第二章 导数与微分	(56)
本章重点内容导学	(56)
典型例题讲解	(57)
习题全解	(60)
习题 2-1	(60)
习题 2-2	(66)
习题 2-3	(75)
习题 2-4	(79)
习题 2-5	(85)
总习题二	(90)

同步自测题及解析	(97)
第三章 微分中值定理与导数的应用	(101)
本章重点内容导学	(101)
典型例题讲解	(101)
习题全解	(106)
习题 3-1	(106)
习题 3-2	(111)
习题 3-3	(115)
习题 3-4	(118)
习题 3-5	(128)
习题 3-6	(136)
习题 3-7	(141)
习题 3-8	(145)
总习题三	(148)
同步自测题及解析	(156)
第四章 不定积分	(160)
本章重点内容导学	(160)
典型例题讲解	(160)
习题全解	(166)
习题 4-1	(166)
习题 4-2	(173)
习题 4-3	(182)
习题 4-4	(189)
习题 4-5	(197)
总习题四	(204)
同步自测题及解析	(217)
第五章 定积分	(222)
本章重点内容导学	(222)
典型例题讲解	(222)
习题全解	(230)
习题 5-1	(230)
习题 5-2	(238)

习题 5—3	(244)
习题 5—4	(254)
习题 5—5	(257)
总习题五	(260)
同步自测题及解析	(272)
第六章 定积分的应用	(279)
本章重点内容导学	(279)
典型例题讲解	(279)
习题全解	(284)
习题 6—2	(284)
习题 6—3	(296)
总习题六	(301)
同步自测题及解析	(304)
第七章 微分方程	(308)
本章重点内容导学	(308)
典型例题讲解	(309)
习题全解	(314)
习题 7—1	(314)
习题 7—2	(317)
习题 7—3	(323)
习题 7—4	(332)
习题 7—5	(341)
习题 7—6	(350)
习题 7—7	(356)
习题 7—8	(362)
习题 7—9	(373)
习题 7—10	(377)
总习题七	(386)
同步自测题及解析	(399)
第八章 空间解析几何与向量代数	(403)
本章重点内容导学	(403)
典型例题讲解	(403)

习题全解	(409)
习题 8-1	(409)
习题 8-2	(413)
习题 8-3	(417)
习题 8-4	(420)
习题 8-5	(423)
习题 8-6	(425)
总习题八	(431)
同步自测题及解析	(439)
第九章 多元函数微分法及其应用	(443)
本章重点内容导学	(443)
典型例题讲解	(444)
习题全解	(450)
习题 9-1	(450)
习题 9-2	(454)
习题 9-3	(460)
习题 9-4	(466)
习题 9-5	(475)
习题 9-6	(481)
习题 9-7	(488)
习题 9-8	(493)
习题 9-9	(499)
习题 9-10	(503)
总习题九	(505)
同步自测题及解析	(517)
第十章 重积分	(521)
本章重点内容导学	(521)
典型例题讲解	(521)
习题全解	(527)
习题 10-1	(527)
习题 10-2	(531)
习题 10-3	(553)

习题 10-4	(564)
习题 10-5	(580)
总习题十	(585)
同步自测题及解析	(601)
第十一章 曲线积分与曲面积分	(606)
本章重点内容导学	(606)
典型例题讲解	(606)
习题全解	(611)
习题 11-1	(611)
习题 11-2	(618)
习题 11-3	(625)
习题 11-4	(637)
习题 11-5	(644)
习题 11-6	(648)
习题 11-7	(653)
总习题十一	(659)
同步自测题及解析	(670)
第十二章 无穷级数	(674)
本章重点内容导学	(674)
典型例题讲解	(675)
习题全解	(681)
习题 12-1	(681)
习题 12-2	(686)
习题 12-3	(692)
习题 12-4	(696)
习题 12-5	(700)
习题 12-6	(707)
习题 12-7	(712)
习题 12-8	(719)
总习题十二	(724)
同步自测题及解析	(735)

第一章 函数与极限

本章重点内容导学

一、映射与函数

1. 集合及映射的概念

2. 函数的定义及函数的二要素

$\left\{ \begin{array}{l} \text{定义域} \\ \text{对应规律} \end{array} \right.$

3. 函数的特性

有界性、奇偶性、单调性、周期性

4. 初等函数的类型

二、极限

1. 数列的极限

(1) “ $\epsilon-N$ ”定义及其应用

(2) 收敛数列的性质

唯一性、有界性、保号性

(3) 极限存在准则

夹逼准则、单调有界准则、柯西准则

2. 函数的极限

(1) “ $\epsilon-\delta$ ”定义及其应用

(2) 函数极限的性质

唯一性、局部保号性

3. 无穷小与无穷大的定义、关系

4. 极限运算法则及存在准则

5. 两个重要极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

三、函数的连续性

1. 函数的连续性

2. 函数的间断点

第一类间断点: $\begin{cases} \text{可去间断点} \\ \text{跳跃间断点} \end{cases}$

第二类间断点: $\begin{cases} \text{无穷间断点} \\ \text{振荡间断点} \end{cases}$

3. 连续函数的和、差、积、商的连续性

4. 闭区间上连续函数的有界性与最大值最小值定理, 零点定理与介值定理.

典型例题讲解

例1 求函数 $f(x) = \arcsin \sqrt{3x-1} + \frac{1}{\ln(x-\frac{1}{2})}$ 的定义域.

解 当 $\arcsin \sqrt{3x-1}$ 和 $\ln(x-\frac{1}{2})$ 同时有定义时, 函数才有定义.

$$\text{所以} \begin{cases} 0 \leq \sqrt{3x-1} \leq 1 \\ 3x-1 \geq 0 \\ x - \frac{1}{2} > 0 \\ x - \frac{1}{2} \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{解上述不等式可得} \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{2}{3} \\ x \geq \frac{1}{3} \\ x > \frac{1}{2} \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 函数的定义域为 $\frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3}$ 或 $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$.

例2 设 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, 求 $f(2x+\frac{1}{2})+f(2x-1)$ 的定义域.

解 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, 要使 $f(2x + \frac{1}{2}) + f(2x - 1)$ 同时有定义.

$$\text{可得} \begin{cases} -1 < 2x + \frac{1}{2} < 1 \\ -1 < 2x - 1 < 1 \end{cases}$$

$$\text{解不等式可得} \begin{cases} -\frac{3}{4} < x < \frac{1}{4} \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

$\therefore$ 函数的定义域为 $0 < x < \frac{1}{4}$ 或 $(0, \frac{1}{4})$.

例 3 设

$$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 1+x & x \leq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 & x > 0 \\ x & x \leq 0 \end{cases}$$

求 $f[g(x)], f[f(x)], g[g(x)]$.

$$\text{解} \quad f[g(x)] = \begin{cases} f(-x^2) & x > 0 \\ f(x) & x \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} 1-x^2 & x > 0 \\ 1+x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f[f(x)] = \begin{cases} f(x) & x > 0 \\ f(1+x) & x \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} x & x > 0 \\ 1+x & -1 < x \leq 0 \\ 2+x & x \leq -1 \end{cases}$$

$$g[g(x)] = \begin{cases} g(-x^2) & x > 0 \\ g(x) & x \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} -x^2 & x > 0 \\ x & x \leq 0 \end{cases}$$

例 4 求 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{1+a^n+a^{2n}+a^{3n}} (0 \leq a \leq 1)$.

解 当 $0 \leq a \leq 1$ 时, $1 \leq \sqrt[n]{1+a^n+a^{2n}+a^{3n}} \leq \sqrt[n]{4}$

而 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{4} = 1$

由夹逼定理有

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{1+a^n+a^{2n}+a^{3n}} = 1.$$

例 5 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$.

解 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1})}{(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2+1) - (x^2-1)}{(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1})} = 0.$$

例 6 求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-12}{x^2-6x+9}$.

解
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-12}{x^2-6x+9} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+4)(x-3)}{(x-3)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x-3} \\ &= \frac{2+4}{2-3} = -6. \end{aligned}$$

例 7 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2\sin x)^{\frac{1}{x}}$.

解 解法一
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (1+2\sin x)^{\frac{1}{x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} [(1+2x)^{\frac{1}{2x}}]^2 = e^2. \end{aligned}$$

解法二
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (1+2\sin x)^{\frac{1}{x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} [(1+2\sin x)^{\frac{1}{2\sin x}}]^{\frac{2\sin x}{x}} \\ &= e^2. \end{aligned}$$

例 8 求 $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{12}{x^3-8} - \frac{1}{x-2})$.

解
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (\frac{12}{x^3-8} - \frac{1}{x-2}) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{12 - (x^2+2x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2-2x+8}{(x-2)(x^2+2x+4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)(x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x+4)}{x^2+2x+4} \\ &= -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

例 9 已知 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2}{1+2x} + ax + b) = 2$, 求常数 a, b .

$$\begin{aligned}
 \text{解 由 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{1+2x} + ax + b \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + (ax+b)(1+2x)}{1+2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+2a)x^2 + (a+2b)x + b}{1+2x} = 2
 \end{aligned}$$

$$\text{可得 } \begin{cases} 1+2a=0 \\ \frac{a+2b}{2}=2 \end{cases}$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{2}, b = \frac{9}{4}.$$

例 10 设 $f(x) = ax^2 + bx$, $g(x) = \sin 2x$. 试讨论当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 与 $g(x)$ 无穷小量的关系.

$$\text{解 } g(x) = \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

当 $x \rightarrow 0$ 时, $g(x) \sim 2x$

$\therefore$ 当 $b=0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小量;

当 $b=2$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的等价无穷小量;

当 $b \neq 0$ 且 $b \neq 2$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的同阶无穷小量.

例 11 设函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax^3)}{x - \arcsin x} & x < 0 \\ 6 & x = 0 \\ \frac{e^{ax} + x^2 - ax - 1}{x \sin \frac{x}{4}} & x > 0 \end{cases}$$

问 a 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续?

$$\begin{aligned}
 \text{解 } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\ln(1+ax^3)}{x - \arcsin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax^3}{x - \arcsin x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3ax^2}{1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3ax^2}{\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{\sqrt{1-x^2}}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3ax^2 \sqrt{1-x^2} (\sqrt{1-x^2}+1)}{(\sqrt{1-x^2}-1)(\sqrt{1-x^2}+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} -3a \sqrt{1-x^2} (\sqrt{1-x^2}+1) \\
 &= -6a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{ax} + x^2 - ax - 1}{x \sin \frac{x}{4}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{ax} + x^2 - ax - 1}{x \cdot \frac{x}{4}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} 4 \cdot \frac{e^{ax} + x^2 - ax - 1}{x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} 4 \cdot \frac{ae^{ax} + 2x - a}{2x} \\
 &= 2a^2 + 4
 \end{aligned}$$

如果 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 则有

$$\begin{cases} -6a=6 \\ -6a=2a^2+4 \end{cases}$$

解方程可得 $a=-1$

$\therefore$ 当 $a=-1$ 时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

例 12 证明方程 $x^6 - 2x^5 + 5x^3 + 1 = 0$ 在区间 $[-1, 0]$ 上有一个根.

证明 令 $f(x) = x^6 - 2x^5 + 5x^3 + 1$,

则 $f(x)$ 在 $[-1, 0]$ 上连续,

而且 $f(0) = 1 > 0$, $f(-1) = -1 < 0$.

由零点定理可知在 $[-1, 0]$ 内至少存在一点 $\xi (-1 < \xi < 0)$,

使得 $f(\xi) = 0$.

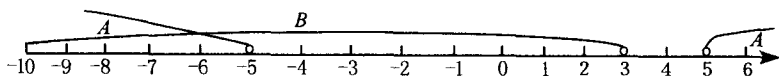
$\therefore \xi$ 是 $x^6 - 2x^5 + 5x^3 + 1 = 0$ 在 $[-1, 0]$ 之间的一个根.

习题全解

习题 1-1

1. 设 $A = (-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$, $B = [-10, 3]$, 写出 $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ 及 $A \setminus (A \setminus B)$ 的表达式.

解 $A = (-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$, $B = [-10, 3]$, 在数轴上画出 A, B .



$$\therefore A \cup B = (-\infty, 3) \cup (5, +\infty), A \cap B = [-10, -5)$$

$A \setminus B$ 即 A, B 的差集.

$$A \setminus B = (-\infty, -10) \cup (5, +\infty), A \setminus (A \setminus B) = [-10, -5).$$

2. 设 A, B 是任意两个集合, 证明对偶律: $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

证明 ① 设 $x \in (A \cap B)^c$

则 $x \notin A \cap B \Rightarrow x \notin A$ 或 $x \notin B$

$\Rightarrow x \in A^c$ 或 $x \in B^c \Rightarrow x \in A^c \cup B^c$, 所以 $(A \cap B)^c \subset A^c \cup B^c$;

② 设 $x \in A^c \cup B^c$ 则 $x \in A^c$ 或 $x \in B^c \Rightarrow$

$x \notin A$ 或 $x \notin B \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow x \in (A \cap B)^c$

则 $A^c \cup B^c \subset (A \cap B)^c$

则由①②可知 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

3. 设映射 $f: X \rightarrow Y, A \subset X, B \subset X$. 证明:

$$(1) f(A \cup B) = f(A) \cup f(B);$$

$$(2) f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B).$$

证明 (1) 设 $x_0 \in A \cup B$,

$$y = f(x_0) \in f(A \cup B) = \{f(x) \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\} \Leftrightarrow x_0 \in A \text{ 或 } x_0 \in B$$

$$\text{所以 } f(x_0) \in f(A) \text{ 或 } f(x_0) \in f(B) \Leftrightarrow f(x_0) \in f(A) \cup f(B)$$

$$\therefore f(A \cup B) = f(A) \cup f(B).$$

$$(2) f(A \cap B) = \{f(x) \mid x \in A \cap B\},$$

$$\forall y \in f(A \cap B), \text{ 故 } \exists x_0 \in A \cap B, \text{ 使得 } y = f(x_0)$$

则 $x_0 \in A$ 且 $x_0 \in B$, 即 $f(x_0) \in f(A)$ 且 $f(x_0) \in f(B)$,

所以 $y = f(x_0) \in f(A) \cap f(B)$

故有 $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.

4. 求下列函数的自然定义域:

$$(1) y = \sqrt{3x+2};$$

$$(2) y = \frac{1}{1-x^2};$$

$$(3) y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2};$$

$$(4) y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}};$$

$$(5) y = \sin \sqrt{x};$$

$$(6) y = \tan(x+1);$$

$$(7) y = \arcsin(x-3);$$

$$(8) y = \sqrt{3-x} + \arctan \frac{1}{x};$$

$$(9) y = \ln(x+1); \quad (10) y = e^{\frac{1}{x}}.$$

解 (1) 若函数 $y = \sqrt{3x+2}$ 有意义, 则需满足 $3x+2 \geq 0$, 此函数的定义域为 $\{x | x \geq -\frac{2}{3}\}$.

(2) 若函数 $y = \frac{1}{1-x^2}$ 有意义, 则需满足 $1-x^2 \neq 0$, 则此函数的定义域为 $\{x | x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)\}$.

(3) 若函数 $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$ 有意义, 则需满足 $\begin{cases} x \neq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \end{cases}$, 则此函数的定义域为 $\{x | -1 \leq x \leq 1 \text{ 且 } x \neq 0\}$.

(4) 若函数 $y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 有意义, 则需满足 $4-x^2 > 0$, 则函数定义域为 $\{x | -2 < x < 2\}$.

(5) 若函数 $y = \sin \sqrt{x}$ 有意义, 则需满足 $x \geq 0$, 则函数定义域为 $\{x | x \geq 0\}$.

(6) 若 $y = \tan(x+1)$ 有意义, 则需满足 $x+1 \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, 则此函数定义域为 $\{x | x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} - 1, (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)\}$.

(7) 若 $y = \arcsin(x-3)$ 有意义, 则需满足 $-1 \leq x-3 \leq 1$, 则此函数的定义域为 $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$.

(8) 若 $y = \sqrt{3-x} + \arctan \frac{1}{x}$ 有意义, 则需满足 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x \neq 0 \end{cases}$, 则此函数的定义域为 $\{x | x \leq 3 \text{ 且 } x \neq 0\}$.

(9) 若 $y = \ln(x+1)$ 有意义, 则需满足 $x+1 > 0$, 则此函数的定义域为 $\{x | x > -1\}$.

(10) 若 $y = e^{\frac{1}{x}}$ 有意义, 则需满足 $x \neq 0$, 则此函数的定义域为 $\{x | x > 0 \text{ 或 } x < 0\}$.

5. 下列各题中, 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

$$(1) f(x) = \lg x^2, g(x) = 2 \lg x;$$

$$(2) f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2};$$

$$(3) f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x \sqrt[3]{x-1};$$

$$(4) f(x) = 1, g(x) = \sec^2 x - \tan^2 x.$$

解 (1) 不同. 因为 $f(x) = \lg x^2$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 而 $g(x) = 2 \lg x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$.