金融工程
——计算技术与方法

徐成贤 薛宏刚 著

科学出版社
www.sciencep.com

(O-2824.0101)

金融工程

——计算技术与方法

ISBN 978-7-03-019396-4

9 787030 193964 >

销售分类建议：金融

定　价：58.00 元

金融工程——计算技术与方法

徐成贤　薛宏刚　著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书对金融工程中常用的计算方法和技术作了比较系统的介绍. 全书分为四个部分. 第一部分由前两章组成, 主要介绍金融计算的基本方法, 如现金流的时间价值和收益率的计算以及利率的期限结构等; 第二部分包括第 3~8 章, 主要介绍金融资产定价的计算方法, 包括基础资产如债券、股票以及衍生产品如期货、互换、期权和信用衍生产品定价的计算方法; 第三部分包括第 9~11 章, 主要介绍金融风险度量的各种计算方法, 如灵敏度法、波动性方法以及以风险的近代度量——风险价值(VaR)为主要框架的风险计算方法, 详细介绍了 VaR 的三种常用的计算方法: 参数法、历史模拟法和随机模拟法, 这一部分还包括对信用风险估计和计算的方法; 第四部分主要介绍用于风险控制和管理的方法, 包括第 12~14 章. 根据金融市场风险和信用风险的不同, 分别讨论相应的用于风险控制和管理的计算方法.

本书可作为金融学、金融工程、数学与应用数学、信息和科学计算、管理工程等各专业本科高年级学生的教学用书, 也可以作为相关专业研究生、MBA 学员进行科学研究的教学参考书, 或作为金融工程从业人员应用的工具书.

图书在版编目(CIP)数据

金融工程: 计算技术与方法/徐成贤, 薛宏刚著. 一北京: 科学出版社, 2007

ISBN 978-7-03-019396-4

Ⅰ.金… Ⅱ.①徐… ②薛… Ⅲ.金融学一计算方法 Ⅳ.F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 107670 号

责任编辑: 吕 虹 赵彦超 / 责任校对: 钟 洋

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 陈 敬

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

http://www.sciencep.com

新 蕾 印 刷 厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 8 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2007 年 8 月第一次印刷 印张: 25 3/4

印数: 1—3 000 字数: 493 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈明辉〉)

前　言

金融工程作为一门新兴的交叉学科, 在过去的十余年间得到了迅速发展, 相关的技术、方法和模型在金融行业和金融监管机构得到了广泛应用. 金融工程是金融科学的工程化, 它将工程思维引入工程领域, 综合采用各种工程技术方法设计、开发和实施新型金融产品, 创造性地解决各种金融问题. 工程技术方法主要包括建模、数值计算、数据分析和数据处理、计算机仿真与模拟以及网络图解等技术.

受经济全球化和金融一体化以及技术进步和金融创新等因素的影响, 金融市场的波动性和风险加剧, 金融行业、大型工业企业和有关的公司对金融工程师和金融工程技术人员的需求不断增长. 科学技术的进步使得金融工程技术开发采用越来越多的复杂的计算技术, 这就要求现有的以及有志于从事金融工程事业工作的人员, 包括大学生、研究生和有关的专业工作者在掌握现代金融的概念和模型的同时, 还要知道怎样实现这些模型的计算技术. 本书正是在这样一个背景下, 总结作者多年教学和研究的实践经验, 并广泛征求金融工程从业人员意见的基础上编写的, 其目的在于介绍在金融工程领域常用的基本计算方法和技术.

本书所涉及的金融工程的计算方法包含了金融工程技术的三大支柱: 资金的时间价值、金融资产的定价以及金融风险的管理与控制, 而有关金融风险的控制和管理涉及不同金融风险, 如市场系统风险、市场非系统风险和信用风险的量化以及控制管理方法. 本书不同于有关现代投资组合选择、金融工程或金融风险管理和控制的著作, 主要介绍在上述三大支柱领域应用的计算方法和技术. 按作者本来的创作意图, 本书还应有第五部分, 即对书中涉及的某些计算方法, 如方程组的求解、矩阵的分解以及有关的最优化方法等作适当介绍, 但限于篇幅, 最后放弃了这一打算. 读者在面临这些问题时可查阅有关的文献. 为使本书能适应大多数读者 (不管是从事金融工作或对金融工程刚刚有兴趣) 的需要, 本书对每一章节所涉及的有关金融的概念都先作简单明了的介绍, 然后再提出同该金融工程问题相关的计算问题, 最后给出解决这类问题的计算方法. 因此, 阅读本书不要求读者掌握很多的金融知识, 但要求读者有基本的数学基础, 如微积分、代数、统计和计算方法等的知识.

本书可作为金融学、金融工程、数学与应用数学、信息和科学计算、管理工程等各专业本科高年级学生的教学用书, 也可以作为相关专业研究生、MBA 学员进行科学研究的教学参考书, 或作为金融工程从业人员应用的工具书.

希望本书的出版, 能对我国金融工程科学的建设和发展有所贡献, 为我国金融

计算著作和教材填补一个空白, 能对阅读本书的读者提供有益的帮助.

限于作者自身的水平, 书中难免存在疏漏甚至错误之处, 敬请读者批评指正.

作　者

2007 年 5 月

目　　录

第 1 章　现金流的时间价值

一个公司、企业、机构或投资者在投资或经营过程中的支出和收入的货币或款项称为现金流 (cash flow), 一般用 $C_1, C_2, \cdots, C_T$ 来表示, 这里 $C_t, 1 \leqslant t \leqslant T$ 表示在时间 t 的 (或第 t 期) 现金流, T 表示整个投资期或经营期. 对一个具体的现金流, 除了明确每笔支出或收入现金的具体数额之外, 我们还需要知道每笔现金 C_t 支付的具体时间, 或者每两笔现金收入或支付之间的时间跨度 (也称时间周期), 一个现金流可以用图 1.0.1 表示.

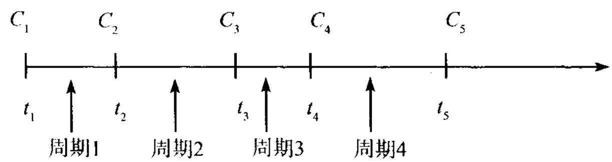

图 1.0.1　现金流图示

现金流的现值和将来值

在不同时间支付的相同数量的现金流, 它们的价值是不一样的. 例如, 现在的 100 元现金和一年后的 100 元现金, 它们的经济价值或者说效用是不一样的. 以简单的例子来说, 假如你把现在的 100 元钱存入银行, 设存款利率为 5%, 一年后 100 元钱成了 105 元, 这就是现金流的时间价值. 为比较不同现金流的价值, 需要确定现金流在某一特定时间的价值, 常用于现金流比较的有现金流的现值 (present value, PV) 和现金流的将来值 (future value, FV). 要计算一个现金流的现值或将来值, 首先需要知道折现率, 又称利率 (interest rate) 或机会成本 (cost of borrowing money)[106,107], 机会成本是一个用于对所作投资的收益率进行比较的基准收益率, 一般常取为一种无风险资产, 如国债的收益率作为折现率 (见第 2 章).

本章介绍现金流将来值、现值、净现值的计算以及投资收益率和内部收益率的计算. 其中 §1.1 介绍折现因子、折现率和现金流现值的计算; §1.2 给出现金流将来值的计算方法; §1.3 叙述现金流净现值的计算以及年金支付额的计算方法; §1.4 给出投资收益率的计算, 包括多期收益率、单期收益率、复合收益率和连续复合收益率等; §1.5 用于介绍内部收益率的计算以及同此有关的贷款分期还款的计划和退休金计划的计算.

§1.1 现金流现值的计算

设 $C_1, C_2, \cdots, C_T$ 为一现金流, 其中 C_t 表示第 t 次 (或第 t 年末) 支付的现金流, 共有 T 次支付. 已知无风险资产的年收益率 (年折现率) 为 r, 则可计算该现金流的现值为

$$PV = \sum_{t=1}^{T} d_t C_t = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}, \tag{1.1.1}$$

其中

$$d_t = 1/(1+r)^t \tag{1.1.2}$$

称为第 t 期的折现因子, $d_t C_t = C_t/(1+r)^t$ 表示第 t 笔现金流 C_t 的折现值, 简称现值.

例 1.1.1 考察某个 5 年期、息票率为 5% 的债券的现金流, 设该债券每年付息一次, 最后一次付息时同时返还本金, 债券的面值为 50 000 元, 则投资该债券的现金流为

$$2500, 2500, 2500, 2500, 52\,500.$$

已知未来 5 年的年折现率保持在 6% 的水平, 表 1.1.1 给出了投资该债券每年的现金流、每年的折现因子以及每笔现金流的现值, 这里第 5 年末的现金流包括利息 2500 元加上本金 50 000 元.

表 1.1.1 债券每年付息一次的现金流、折现因子和现值

年份	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年	总现值
现 金 流	2500	2500	2500	2500	52 500	
折现因子	0.9434	0.8900	0.8396	0.7921	0.7473	
现 值	2358.49	2224.99	2099.05	1980.23	39 231.05	47 893.82

事实上, 该现金流的总现值可直接计算为

$$\begin{aligned} PV &= \frac{2500}{1+0.06} + \frac{2500}{(1+0.06)^2} + \frac{2500}{(1+0.06)^3} + \frac{2500}{(1+0.06)^4} + \frac{52\,500}{(1+0.06)^5} \\ &= 2358.49 + 2224.99 + 2099.05 + 1980.23 + 39\,231.05 = 47\,893.82. \end{aligned}$$

也就是说这一现在投资 50 000 元、5 年期债券所得现金流的现值为 47 893.82 元.

在 (1.1.1) 中, 如果现金流的支付不是一年一次, 而是 m 次 (如 $m = 2$ 为半年支付一次, $m = 4$ 为每 3 个月支付一次), 则 (1.1.1) 需改写为

$$PV = \sum_{t=1}^{T} d_t C_t = \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r/m)^t}, \tag{1.1.3}$$

这里 T 表示总的支付次数, 如支付现金流的年数为 n, 则 $T=nm$, C_t 还是表示第 t 次支付的现金流, 但不一定在年末, 其数值等于每年所得的利息用 m 来除, $d_t=1/(1+r/m)^t$ 为第 t 次支付现金的折现因子. 以例 1.1.1 为例, 息票率还是 5%, 但每年支付两次, 则每次支付的现金流为 2500/2=1250.

还是以例 1.1.1 为例, 将债券的每年付息一次改为每年付息两次, 其他数据不变, 则现金流、折现因子、现金流的现值由表 1.1.2 给出. 计算现金流总现值的表达式为

$$PV=\sum_{t=1}^{10}\frac{1250}{(1+0.03)^t}+\frac{50\,000}{(1+0.03)^{10}}=47\,867.45.$$

表 1.1.2 债券每年支付 2 次的现金流、折现因子和现值

付款时间	现金流	折现因子	现值
第 1 次	1250	0.970 874	1213.592
第 2 次	1250	0.942 596	1178.245
第 3 次	1250	0.915 142	1143.927
第 4 次	1250	0.888 487	1110.609
第 5 次	1250	0.862 609	1078.261
第 6 次	1250	0.837 484	1046.855
第 7 次	1250	0.813 092	1016.364
第 8 次	1250	0.789 409	986.7615
第 9 次	1250	0.766 417	958.0209
第 10 次	51 250	0.744 094	38 134.81
总 现 值			47 867.45

在具体用 (1.1.1) 或 (1.1.3) 编程计算一个现金流的现值时, 可以采用图 1.1.1 所示的格式. 这里 y 是无风险资产单期的收益率 (折现率), 如一年支付一次, 则 $y=r$, 如一年支付 m 次, 则 $y=r/m, T=nm$ 为总的支付次数.

```
输入: T, y, C(1≤i≤T);

置: PV = 0; d = 1/(1+y);

  For  i = 1 to T

    PV = PV + C*d;

    d = d/(1+y);

  Next i
输出: PV;
```

图 1.1.1 计算现金流现值框图

§1.2　现金流将来值的计算

现金流的将来值是指现金流在将来某个特定时间的价值, 对于一项投资来说, 通常指该投资项目在投资期内所产生的现金流到投资期末的价值. 例如, 有一笔总数为 V_0 的资金, 在年初以年利率 r 存入一个银行户头, 存期为 m 年, 问题为 m 年后户头内的资金有多少, 这是一个典型的现金流的将来值的问题. 记第 1 年末户头内的现金为 V_1, 由于利率为 r, 因而有

$$V_1 = V_0 + V_0 \times r = V_0 \times (1+r),$$

其中 $V_0 \times r$ 为第 1 年的利息. 第 2 年其本金不再是 V_0 而是 V_1(称为复利, 即每经过一个计息期, 要将所生利息加入下期本金计算利息), 由此可得第 2 年末户头内的现金为

$$V_2 = V_1 \times (1+r) = V_0 \times (1+r)^2.$$

由此得计算此现金流的将来值的模型为

$$FV = V_0 \times (1+r)^m. \tag{1.2.1}$$

假如每年年初都有资金 V_0 存入该账户, 还是存 m 年, m 年后该账户内的资金 (现金流的将来值) 为

$$FV = V_0 \times (1+r)^m + V_0 \times (1+r)^{m-1} + \cdots + V_0 \times (1+r) = \sum_{t=1}^{m} V_0 \times (1+r)^t. \tag{1.2.2}$$

对一般情况, 设现金流为 $C_1, C_2, \cdots, C_T$, 年收益率 (折现率) 为 r, 每年支付 1 次, 总共支付 T 次, 计算现金流在整个期末的价值. 如果每次支付在每期期初发生, 则该现金流在期末的价值为

$$FV = \sum_{t=1}^{T} C_t \times (1+r)^{T+1-t}. \tag{1.2.3}$$

如果每次支付在每期期末发生, 则该现金流的将来值为

$$FV = \sum_{t=1}^{T} C_t \times (1+r)^{T-t}. \tag{1.2.4}$$

如果每年支付 m 次, 则根据每次是在期初或期末支付分别由式 (1.2.3) 或 (1.2.4) 计算, 只不过式中的 r 应由 r/m 代替. 对于例 1.1.1 的债券, 在一年一次性在年末支付

的情况下, 该现金流的将来值为

$$\begin{aligned} FV &= \sum_{t=1}^{4} 2500 \times (1+0.06)^{5-t} + 52\ 500 \\ &= 3156.20 + 2977.54 + 2809 + 2650 + 52\ 500 = 64\ 092.73. \end{aligned}$$

但是如果有一个支付额同其完全相同的现金流, 但每次在年初支付, 则该现金流在第 5 年末的将来值为

$$FV = \sum_{t=1}^{5} 2500 \times (1+0.06)^{6-t} + 50\ 000 \times (1+0.06) = 67\ 938.3.$$

图 1.2.1 给出了计算现金流将来值算法的框图, 其中变量 t 是支付时间判别量, 如果在期初支付, 输入 $t=0$, 如果在期末支付, 输入 $t=1$, 变量 y 的意义和输入法同现金流现值的计算.

```
输入: T, y, C(1≤i≤T), t;

置: FV = 0; d = (1+y)^T;

If f = 1  then  d: = d/(1+y);

For  i=1 to T

   FV: = FV + C*d; d: = d/(1+y);

Next  i
输出: FV
```

图 1.2.1 计算现金流将来值的算法

§1.3 净现值的计算

投资需要资本, 即必须先期投入资金以获取收益, 投资期内所收益的现金流的现值减去投资所付出资金的现值, 称为现金流的净现值 (net present value, NPV). 净现值反映了一项投资的实际效益. 设投资某项目需初期投入资金为 C_0(取负值), 项目在包括今年在内的 T 年内每年的收益或支出的现金流为 C_t(假设支或付都在年末发生, 收益时 C_t 为正, 支出时 C_t 为负), 如果年平均折现率为 r, 则该项目投资的净现值为

$$\mathrm{NPV} = C_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}. \tag{1.3.1}$$

例 1.3.1　考察某个期限为 5 年的项目投资, 期初需投入资金 8000 万元, 其后 5 年内每年年末收益的现金流分别为 500 万元, 1000 万元, 2000 万元, 3000 万元和 4000 万元. 另一方面已知投资 5 年期国债的到期收益率为 7%, 以此作为该项投资收益现金流的折现率, 可得该项目投资的净现值为

$$\mathrm{NPV} = -8000 + \frac{500}{1.07} + \frac{1000}{1.07^2} + \frac{2000}{1.07^3} + \frac{3000}{1.07^4} + \frac{4000}{1.07^5} = 113.9546.$$

(1.1.1) 和 (1.3.1) 表明, 无论是现金流的现值还是净现值, 它们都是折现率的单调降的非线性函数, 正是这一种非线性性引发了这样一种有趣的现象, 两个不同的现金流, 不妨设为甲、乙两个现金流, 在某个折现率下现金流甲的现值高于现金流乙的现值, 而在另一个折现率下, 情况则完全相反, 现金流乙的现值高于现金流甲的现值. 这说明了收益率在进行投资和风险控制中的重要性. 下面的问题提供了这种现象的一个例子.

例 1.3.2　考察如下两个现金流

$$\text{现金流 1：} 550, 650, 750, 1050;$$

$$\text{现金流 2：} 1050, 750, 650, 400.$$

两个现金流的支付时间相同, 设同为每年年末支付. 图 1.3.1 给出了这两个现金流关于折现率的现值曲线 (为明显起见, 图中的曲线由现值减去 2000 后获得, 也就是说, 现值应等于图中的现值再加 2000), 从图可以看出：(1) 现金流的现值是关于折现率 r 的凸函数; (2) 两现金流的现值曲线在折现率等于 0.086 处有一个交点, 说明

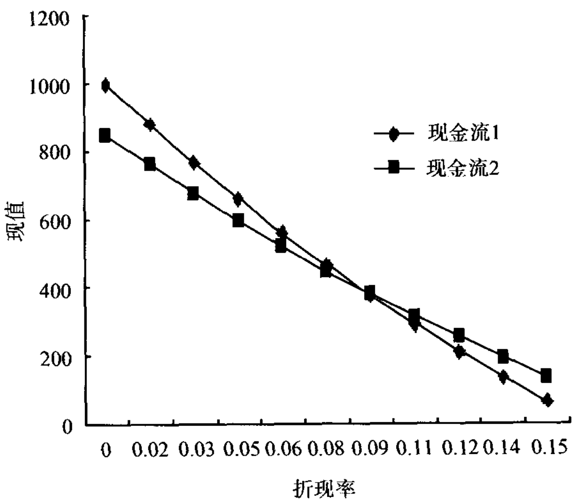

图 1.3.1　现金流现值与折现率关系曲线

在折现率为 0.086 时这两个现金流的现值相同, 而当折现率小于这个值时, 现金流 2 的现值小于现金流 1 的现值, 而当折现率大于 0.086 时, 现金流 2 的现值要大于现金流 1 的现值. 对于一个公司、企业或投资者, 在选择投资项目时, 考虑的是极大化其投资的净现值. 如果假定这两个项目的初期投资是相同的话, 那么在投资者认为有可能获得大于 8.6% 的收益率时, 会选择第 2 个现金流的项目, 而在其相信收益率不可能超过 8.6% 时, 他会选择第 1 个项目.

年金

年金 (annuity) 是现金流计算中一种最为简单的特例. 所谓年金, 是在整个期限内, 设为 n 年, 每年支付固定数额的现金流, 每次的现金流包括利息和部分本金的偿还, 由于每次支付的现金流相同, 现金流现值和将来值的计算就成为一个等比数列的有限项求和, 利用等比数列的求和公式, 计算相对要简单. 设年金每次的支付额为 C, 每年 m 次, 期限为 n 年, 每年的折现率相同为 r. 如果每次在每期的期末支付, 则该年金的现值为

$$PV = \sum_{t=1}^{nm} C\left(1+\frac{r}{m}\right)^{-t} = C\frac{1-(1+r/m)^{-nm}}{r/m}. \tag{1.3.2}$$

如果每次的支付发生在期初, 则该年金的现值为

$$PV = \sum_{t=1}^{nm} C\left(1+\frac{r}{m}\right)^{-(t-1)} = C\left(1+\frac{r}{m}\right)\frac{1-(1+r/m)^{-nm}}{r/m}. \tag{1.3.3}$$

这两种情况下该年金的将来值分别为：如果支付发生在期末, 则

$$FV = \sum_{t=1}^{nm} C\left(1+\frac{r}{m}\right)^{t-1} = C\frac{(1+r/m)^{nm}-1}{r/m}; \tag{1.3.4}$$

如果支付发生在期初, 则

$$FV = \sum_{t=1}^{nm} C\left(1+\frac{r}{m}\right)^{t} = C\left(1+\frac{r}{m}\right)\frac{(1+r/m)^{nm}-1}{r/m}. \tag{1.3.5}$$

对于无到期日的永续年金 (perpetual annuity), 由于支付没有到期日, 因而计算该现金流的现值是一个收敛的无穷级数之和, 其和为

$$PV = \sum_{t=1}^{\infty} C\left(1+\frac{r}{m}\right)^{-t} = \frac{m}{r}C. \tag{1.3.6}$$