

机械工人 常用计算手册

何建民 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

机械工人常用计算手册

何建民 编著



机械工业出版社

本书从代数、几何和三角函数及其一般应用方法谈起,介绍了工艺计量计算和普通工件的结构要素计算;对冷作加工中的展开和下料、齿轮类和螺纹工件的综合计算、工件的检测计算等都作了重点叙述。全书以机械加工多工种中所涉及到的通用性计算为主,同时对基础性和常规性计算作了必要的讲解。

本书适于初级、中级和高级机械工人阅读,也可供一般技术人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

机械工人常用计算手册/何建民编著. —北京:机械工业出版社, 2007.7
ISBN 978-7-111-21221-8

I. 机… II. 何… III. 金属切削-计算方法-技术手册
IV. TG501-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 040760 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:曲彩云

责任编辑:李建秀 版式设计:冉晓华 责任校对:吴美英

封面设计:饶薇 责任印制:洪汉军

北京京丰印刷厂印刷

2007 年 5 月第 1 版·第 1 次印刷

169mm×239mm·9.75 印张·379 千字

0 001—4 000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-21221-8

定价:28.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010) 68326294

购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010) 68351729

封面无防伪标均为盗版

前 言

当今新型机械工人，不但在操作技能方面需要熟练，并且对理论计算要有一定的认识。本书编写的目的，就在于使学习和经常运用有关计算的技工，能掌握这些专业知识，更好地为生产服务。

本书注重了基础性计算和通用性计算的有机结合，并且在突出和贯穿机械加工各种计算的同时，还对操作中的一些要领与注意事项等技术关键都适当地作了说明，以便于读者在学习和实际操作中应用。考虑到单件加工和大批量加工的不同特点，在介绍常规性计算的同时，许多处还不同程度地叙述了一些特殊情况下的计算，以满足不同加工条件的需要。

在编写过程中，我们追求实用和实效，加强内容的充实和提高，力求拓宽读者的知识面和创新思维，希望本书能对读者有相应的帮助。限于水平，书中难免有不足之处甚至错误的地方，望广大读者给予批评指正。

编 者

目 录

前言

第一章 数学基础和一般应用

方法 1

第一节 常用代数计算 1

一、代数计算和相互间关系 1

二、数的计算 4

第二节 三角函数常识 7

一、直角三角形及其六种三角函数 7

二、 30° 、 45° 、 60° 的三角函数值及其关系式 9

三、应用三角函数计算直角三角形的一般方法 9

第三节 常用几何定理 12

一、计算长度的几何定理 12

二、常用计算角度的几何定理 13

三、应用几何定理求算尺寸的一般方法 14

四、几何图形计算 20

第二章 机械工人计算资料 24

第一节 工艺计量计算 24

一、斜孔类工件尺寸计算 24

二、对称平面和圆柱中心平面距离计算 26

三、直线与圆弧面交点尺寸计算 26

四、V形块支承范围和V形槽角度计算 27

五、利用V形块找工件圆心计算 27

六、三爪自定心卡盘装夹工件计算 28

七、圆周长和弧长计算 30

八、角度与弧度的换算 31

九、奇数等分孔中心圆周直径计算 33

十、等分圆周计算 34

十一、圆周等分孔坐标尺寸计算 35

第二节 普通工件结构要素计算 36

一、正多边形计算 36

二、弓形类工件计算 46

三、圆锥体工件计算 53

四、斜度类工件的计算 54

五、轴键槽和孔键槽计算 56

六、普通沟槽计算 59

七、燕尾槽宽度计算 61

八、球体工件计算 62

第三节 金属材料质量（重量）简化计算 63

一、棒材质量（重量）计算 64

二、板材质量（重量）计算 64

三、管材质量（重量）计算 65

四、角钢质量（重量）计算 65

第三章 冷弯展开和下料计算 67

第一节 弯曲件展开计算 67

一、圆角弯曲件展开计算 67

二、非内圆角弯曲件展开计算 70

第二节 拉深件和弯边件展开计算 71

一、拉深件展开计算	71	第四节 齿轮修配中的测绘	
二、弯边件展开计算	81	和计算	122
第三节 下料面积比和体积		一、奇数齿直齿圆柱齿轮齿顶	
比计算	82	圆直径测量计算	122
一、长度和面积比计算	82	二、计算斜齿圆柱齿轮分度圆	
二、长度和体积比计算	83	螺旋角	123
三、等体积工件长度和截面尺寸	84	三、测绘计算齿轮基圆齿距	128
第四节 常用下料计算示例	84	四、确定标准制	129
一、圆锥体计算	84	五、判定齿轮压力角 α	131
二、管件下料计算	86	六、测绘计算扇形齿轮	132
第四章 齿轮类工件综合		第五节 传动和转速计算	134
计算	88	一、传动比计算	134
第一节 齿轮参数和标准齿		二、按照齿轮传动路线式计算	
轮计算	88	转速	136
一、齿轮的原始齿廓和参数	88	三、平带传动和 V 带传动计算	140
二、直齿圆柱齿轮各部尺寸		第六节 渐开线齿轮齿	
计算	91	形划线	146
三、斜齿圆柱齿轮各部尺寸		一、直角坐标法画齿廓曲线	146
计算	92	二、渐开线齿形简易画法	149
四、直齿锥齿轮计算和有关		第五章 螺纹类工件加工	
说明	96	计算	150
五、内啮合直齿圆柱齿轮各		第一节 常用螺纹计算	150
部尺寸计算	100	一、普通螺纹基本尺寸计算	150
六、齿条各部尺寸计算	101	二、梯形螺纹各部尺寸计算	154
第二节 蜗杆与蜗轮及其		三、其他螺纹计算	160
计算	103	第二节 螺纹加工计算	171
一、常用蜗杆的齿廓	103	一、攻螺纹计算	171
二、蜗杆和蜗轮计算要素	103	二、套螺纹计算	175
三、蜗杆和蜗轮各部尺寸计算	104	三、车螺纹时的计算	177
第三节 变位齿轮及其计算	107	第六章 万能分度头分度	
一、变位齿轮概念	107	计算	183
二、变位齿轮的种类	109	第一节 基本分度原理和角	
三、变位齿轮的选择和计算		度分度计算	183
特点	110	一、分度原理和基本分度计算	183
四、变位直齿圆柱齿轮各部尺		二、角度分度计算	186
寸计算	111		

第二节 质数等分数分度		
计算	197	
一、差动分度计算和验算	197	
二、单动间隔分度法及其计算	199	
第七章 齿轮类和螺纹工件		
检测计算	206	
第一节 齿轮类工件检测		
计算	206	
一、渐开线圆柱齿轮精度等级	206	
二、齿轮单项检测	206	
三、齿条齿厚的检测	232	
四、蜗杆和蜗轮的检测	235	
第二节 螺纹中径和牙型角		
检测计算	241	
一、螺纹中径检测计算	241	
二、外螺纹牙型角检测计算	247	
第八章 普通工件检测计算	249	
第一节 孔类和内外圆检测		
计算	249	
一、检测圆柱孔直径	249	
二、大直径内外圆弧检测计算	253	
三、检测外锥体中的计算	259	
四、检测锥孔锥度中的计算	265	
五、不连续奇数等分圆周直径		
检测计算	267	
第二节 综合类工件检测		
计算	268	
一、特种沟槽测量计算	268	
二、其他测量计算	273	
附录	278	
附录 A 常用法定计量单位和		
物理量单位换算	278	
一、我国法定计量单位	278	
二、常用计量单位及其换算	279	
附录 B 三角函数表	281	

第一章 数学基础和一般应用方法

第一节 常用代数计算

一、代数计算和相互间关系(表 1-1)

表 1-1 代数计算公式和相互间关系

计算项目	符号和计算公式
移项计算	① $a + b = c - d$ $a = (c - d) - b = c - d - b$ $b = (c - d) - a = c - d - a$ $c = (a + b) + d = a + b + d$ $d = c - (a + b) = c - a - b$ ② $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $a = b \cdot \frac{c}{d} \quad b = a \cdot \frac{d}{c} \quad c = \frac{a}{b} \cdot d \quad d = c \cdot \frac{b}{a}$ $bc = ad \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$
加减乘除计算	① $(+a) + (+b) = +(a+b) = a+b$ $(+a) + (-b) = +(a-b) = a-b = -(b-a)$ $(+a) - (+b) = (+a) + (-b) = a-b$ $(+a) - (-b) = (+a) + (+b) = a+b$ $(-a) + (-b) = -(a+b)$ $(-a) + (+b) = -(a-b) = +(b-a)$ $(-a) - (-b) = (-a) + (+b) = b-a$ $(-a) - (+b) = (-a) + (-b) = -(a+b)$ ② $(+a)(+b) = +ab = ab$ $(-a)(+b) = -ab$ $(+a)(-b) = -ab$ $(-a)(-b) = +ab = ab$ $(+a) \div (+b) = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ $(-a) \div (+b) = -\frac{a}{b}$ $(+a) \div (-b) = -\frac{a}{b}$

(续)

计算项目	符号和计算公式
加减乘除计算	$(-a) \div (-b) = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$
	$(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$
	$(a-b)(c+d) = ac - bc + ad - bd$
	$(a+b)(c-d) = ac + bc - ad - bd$
	$(a-b)(c-d) = ac - bc - ad + bd$
	$\textcircled{3} a+0=a \quad a-0=a$
	$a \times 0 = 0(a=0) \quad \frac{0}{a} = 0(a \neq 0)$
	$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} (m \neq 0)$
	$\frac{a_1}{b} = \frac{a_2}{b} = \frac{a_1+a_2}{b} \quad \frac{a_1}{b} - \frac{a_2}{b} = \frac{a_1-a_2}{b}$
	$\frac{a_1}{b_1 d} + \frac{a_2}{b_2 d} = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 b_2 d}$
	$\frac{a_1}{b_1 d} - \frac{a_2}{b_2 d} = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_1 b_2 d}$
	$\left(\frac{a}{b}\right)m = \frac{am}{b} \quad m\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{ma}{b}$
	$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{bc} = \frac{a}{c} \div b$
	$a \div \frac{b}{c} = a\left(\frac{c}{b}\right) = \frac{ac}{b}$
	$\left(\frac{a_1}{b_1}\right)\left(\frac{a_2}{b_2}\right) = \frac{a_1 a_2}{b_1 b_2}$
	$\frac{a_1}{b_1} \div \frac{a_2}{b_2} = \left(\frac{a_1}{b_1}\right)\left(\frac{b_2}{a_2}\right) = \frac{a_1 b_2}{b_1 a_2}$
分解因式	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a-b)^2 + 4ab$
	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
	$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$
	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$
	$(a-b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$
	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
	$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$
	$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab) \times (a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab)$

(续)

计算项目	符号和计算公式
一元二次方程式求根	$ax^2 + bx + c = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
幂和根式	① $(+a)^{2n} = +a^{2n} = a^{2n}; (-a)^{2n} = +a^{2n}$ $(+a)^{2n+1} = +a^{2n+1}; (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$ $(-1)^{2n} = +1; (-1)^{2n+1} = -1$ $a^1 = a; 0^1 = 0; 1^n = 1; a^0 = 1$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-n}$ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$ $a^m a^n = a^{m+n}$ $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$ $(abc)^n = a^n b^n c^n$ ② $\sqrt[n]{0} = 0 \quad \sqrt[n]{1} = 1 \quad \sqrt[n]{a} = a \quad \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a} \quad (\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt[n]{abc \cdots l} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c} \cdots \sqrt[n]{l}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $a^{-\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$ $\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^n}$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ $c \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{ac^n} (c > 0)$ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^2} = \sqrt[n]{a^{m+n}}$ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$ $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}}$ $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a + b - 2\sqrt{ab}} (a > b)$ $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$ $\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$

(续)

计算项目	符号和计算公式
幂和根式	$\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$ $a^nb^n=(ab)^n$
对数	前提: $a>0, a\neq 1$ ①若 $a^x=M$, 则 $\log_a M=x$ ② $\log_a 1=0$ ③ $\log_a a=1$ ④ $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$ ⑤ $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$ ⑥ $\log_a(M)^n=n\cdot\log_a M$ ⑦ $\log_a \sqrt[n]{m}=\frac{1}{n}\log_a M$ ⑧ $\lg M=0.4343\ln M$ ⑨ $\ln M=2.3026\lg M$

二、数的计算 (表 1-2)

表 1-2 数的平方、立方、平方根、立方根和圆周长计算

数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长	数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd	n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd
1	1	1	1.0000	1.0000	0.314	18	324	5832	4.2426	2.6207	5.655
2	4	8	1.4142	1.2599	0.628	19	361	6859	4.3589	2.6684	5.969
3	9	27	1.7321	1.4422	0.942	20	400	8000	4.4721	2.7144	6.283
4	16	64	2.0000	1.5874	1.257	21	441	9261	4.5826	2.7589	6.597
5	25	125	2.2361	1.7100	1.571	22	484	10648	4.6904	2.8020	6.912
6	36	216	2.4495	1.8171	1.885	23	529	12167	4.7958	2.8439	7.226
7	49	343	2.6458	1.9129	2.199	24	576	13824	4.8990	2.8845	7.540
8	64	512	2.8284	2.0000	2.513	25	625	15625	5.0000	2.9240	7.854
9	81	729	3.0000	2.0801	2.827	26	676	17576	5.0990	2.9625	8.168
10	100	1000	3.1623	2.1544	3.142	27	729	19683	5.1962	3.0000	8.482
11	121	1331	3.3166	2.2240	3.456	28	784	21952	5.2915	3.0366	8.796
12	144	1728	3.4641	2.2894	3.770	29	841	24389	5.3852	3.0723	9.111
13	169	2197	3.6056	2.3513	4.084	30	900	27000	5.4772	3.1072	9.425
14	196	2744	3.7417	2.4101	4.398	31	961	29791	5.5678	3.1414	9.739
15	225	3375	3.8730	2.4662	4.712	32	1024	32768	5.6569	3.1748	10.05
16	256	4096	4.0000	2.5198	5.027	33	1089	35937	5.7446	3.2075	10.37
17	289	4913	4.1231	2.5713	5.341	34	1156	39304	5.8310	3.2396	10.68

(续)

数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长	数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd	n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd
35	1225	42875	5.9161	3.2711	11.00	76	5776	438976	8.7178	4.2358	23.88
36	1296	46656	6.0000	3.3019	11.31	77	5929	456533	8.7750	4.2543	24.19
37	1369	50653	6.0828	3.3322	11.62	78	6084	474552	8.8318	4.2727	24.50
38	1444	54872	6.1044	3.3620	11.94	79	6241	493039	8.8882	4.2908	24.82
39	1521	59319	6.2450	3.3912	12.25	80	6400	512000	8.9443	4.3089	25.13
40	1600	64000	6.3246	3.4200	12.57	81	6561	531441	9.0000	4.3267	25.45
41	1681	68921	6.4031	3.4482	12.88	82	6724	551368	9.0554	4.3445	25.76
42	1764	74088	6.4807	3.4760	13.19	83	6889	571787	9.1104	4.3621	26.08
43	1849	79507	6.5574	3.5034	13.51	84	7056	592704	9.1652	4.3795	26.39
44	1936	85148	6.6332	3.5303	13.82	85	7225	614125	9.2195	4.3968	26.70
45	2025	91125	6.7082	3.5569	14.14	86	7396	636056	9.2736	4.4140	27.02
46	2116	97336	6.7823	3.5830	14.45	87	7569	658503	9.3274	4.4310	27.33
47	2209	103823	6.8557	3.6088	14.77	88	7744	681472	9.3808	4.4480	27.65
48	2304	110592	6.9282	3.6342	15.08	89	7921	704969	9.4340	4.4647	27.96
49	2401	117649	7.0000	3.6593	15.39	90	8100	729000	9.4868	4.4814	28.27
50	2500	125000	7.0711	3.6840	15.71	91	8281	753571	9.5394	4.4979	28.59
51	2601	132651	7.1414	3.7084	16.02	92	8464	778688	9.5917	4.5144	28.90
52	2704	140608	7.2111	3.7325	16.34	93	8649	804357	9.6437	4.5307	29.22
53	2809	148877	7.2801	3.7563	16.65	94	8836	830584	9.6954	4.5468	29.53
54	2916	157464	7.3485	3.7798	16.96	95	9025	857375	9.7468	4.5629	29.85
55	3025	166375	7.4162	3.8030	17.28	96	9216	884736	9.7980	4.5789	30.16
56	3136	175616	7.4833	3.8259	17.59	97	9409	912673	9.8489	4.5947	30.47
57	3249	185193	7.5498	3.8485	17.91	98	9604	941192	9.8995	4.6104	30.79
58	3364	195112	7.6158	3.8709	18.22	99	9801	970299	9.9499	4.6261	31.10
59	3481	205379	7.6811	3.8930	18.54	100	10000	1000000	10.0000	4.6416	31.42
60	3600	216000	7.7460	3.9149	18.85	101	10201	1030301	10.0499	4.6570	31.73
61	3721	226981	7.8102	3.9365	19.16	102	10404	1061208	10.0995	4.6723	32.04
62	3844	238328	7.8740	3.9579	19.48	103	10609	1092727	10.1489	4.6875	32.36
63	3969	250047	7.9373	3.9791	19.79	104	10816	1124864	10.1980	4.7027	32.67
64	4096	262144	8.0000	4.0000	20.11	105	11025	1157625	10.2470	4.7177	32.99
65	4225	274625	8.0623	4.0207	20.42	106	11236	1191016	10.2956	4.7326	33.30
66	4356	287496	8.1240	4.0412	20.73	107	11449	1225043	10.3441	4.7475	33.62
67	4489	300763	8.1854	4.0615	21.05	108	11664	1259712	10.3923	4.7622	33.93
68	4624	314432	8.2462	4.0817	21.36	109	11881	1295029	10.4403	4.7769	34.24
69	4761	328509	8.3066	4.1016	21.68	110	12100	1331000	10.4881	4.7914	34.56
70	4900	343000	8.3666	4.1213	21.99	111	12321	1367631	10.5357	4.8059	34.87
71	5041	357911	8.4261	4.1408	22.31	112	12544	1404928	10.5830	4.8203	35.19
72	5184	373248	8.4853	4.1602	22.62	113	12769	1442897	10.6301	4.8346	35.50
73	5329	389017	8.5440	4.1793	22.93	114	12996	1481544	10.6771	4.8488	35.81
74	5476	405224	8.6023	4.1983	23.25	115	13225	1520875	10.7238	4.8639	36.13
75	5625	421875	8.6603	4.2172	23.56	116	13456	1560896	10.7703	4.8770	36.44

(续)

数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长	数	数的平方	数的立方	数的平方根	数的立方根	圆周长
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd	n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πd
117	13689	1601613	10.8167	4.8910	36.76	159	25281	4019679	12.6095	5.4175	49.95
118	13924	1643032	10.8628	4.9049	37.07	160	25600	4096000	12.6491	5.4288	50.27
119	14161	1685159	10.9087	4.9187	37.38	161	25921	4173281	12.6886	5.4401	50.58
120	14400	1728000	10.9545	4.9324	37.70	162	26244	4251528	12.7279	5.4514	50.89
121	14641	1771561	11.0000	4.9461	38.01	163	26569	4330747	12.7671	5.4626	51.21
122	14884	1815848	11.0454	4.9597	38.33	164	26896	4410944	12.8062	5.4737	51.52
123	15129	1860857	11.0905	4.9732	38.64	165	27225	4492125	12.8452	5.4848	51.84
124	15376	1906624	11.1355	4.9866	38.96	166	27556	4574296	12.8841	5.4959	52.15
125	15625	1953125	11.1803	5.0000	39.27	167	27889	4657463	12.9228	5.5069	52.46
126	15876	2000376	11.2250	5.0133	39.58	168	28224	4741632	12.9615	5.5178	52.78
127	16129	2048383	11.2694	5.0265	39.90	169	28561	4826809	13.0000	5.5288	53.09
128	16384	2097152	11.3137	5.0397	40.21	170	28900	4913000	13.0384	5.5397	53.41
129	16641	2146689	11.3578	5.0528	40.53	171	29241	5000211	13.0767	5.5505	53.72
130	16900	2197000	11.4018	5.0658	40.84	172	29584	5088448	13.1149	5.5613	54.04
131	17161	2248091	11.4455	5.0788	41.15	173	29929	5177717	13.1529	5.5721	54.35
132	17424	2299968	11.4891	5.0916	41.47	174	30276	5268024	13.1909	5.5828	54.66
133	17689	2352637	11.5326	5.1045	41.78	175	30625	5359375	13.2288	5.5934	54.98
134	17956	2406104	11.5758	5.1172	42.10	176	30976	5451776	13.2665	5.6041	55.29
135	18225	2460375	11.6190	5.1299	42.41	177	31329	5545233	13.3041	5.6147	55.61
136	18496	2515456	11.6619	5.1426	42.73	178	31684	5639752	13.3417	5.6252	55.92
137	18769	2571353	11.7047	5.1551	43.04	179	32041	5735339	13.3791	5.6357	56.23
138	19044	2628072	11.7473	5.1676	43.35	180	32400	5832000	13.4164	5.6462	56.55
139	19321	2685619	11.7898	5.1801	43.67	181	32761	5929741	13.4536	5.6567	56.86
140	19600	2744000	11.8322	5.1925	43.98	182	33124	6028568	13.4907	5.6671	57.18
141	19881	2803221	11.8743	5.2048	44.30	183	33489	6128487	13.5277	5.6774	57.49
142	20164	2863288	11.9164	5.2171	44.61	184	33856	6229504	13.5647	5.6877	57.81
143	20449	2924207	11.9583	5.2293	44.92	185	34225	6331625	13.6015	5.6980	58.12
144	20736	2985984	12.0000	5.2415	45.24	186	34596	6434856	13.6382	5.7083	58.43
145	21025	3048625	12.0416	5.2536	45.55	187	34969	6539203	13.6748	5.7185	58.75
146	21316	3112136	12.0830	5.2656	45.87	188	35344	6644672	13.7113	5.7287	59.06
147	21609	3176523	12.1244	5.2776	46.18	189	35721	6751269	13.7477	5.7388	59.38
148	21904	3241792	12.1655	5.2896	46.50	190	36100	6859000	13.7840	5.7489	59.69
149	22201	3307949	12.2066	5.3015	46.81	191	36481	6967871	13.8203	5.7590	60.00
150	22500	3375000	12.2474	5.3133	47.12	192	36864	7077888	13.8564	5.7690	60.32
151	22801	3442951	12.2882	5.3251	47.44	193	37249	7189057	13.8924	5.7790	60.63
152	23104	3511808	12.3288	5.3368	47.75	194	37636	7301384	13.9284	5.7890	60.95
153	23409	3581577	12.3693	5.3485	48.07	195	38025	7414875	13.9642	5.7989	61.26
154	23716	3652264	12.4097	5.3601	48.38	196	38416	7529536	14.0000	5.8088	61.58
155	24025	3723875	12.4499	5.3717	48.69	197	38809	7645373	14.0357	5.8186	61.89
156	24336	3796416	12.4900	5.3832	49.01	198	39204	7762392	14.0712	5.8285	62.20
157	24649	3869893	12.5300	5.3947	49.32	199	39601	7880599	14.1067	5.8383	62.52
158	24964	3944312	12.5698	5.4061	49.64	200	40000	8000000	14.1421	5.8480	62.83

第二节 三角函数常识

函数是指在某个变化过程中，有两个互相依赖的变量 x 和 y ，如果 x 取某值， y 则依照确定的关系取相应值，这时， y 是 x 的函数。例如，骑自行车以 20km/h 的速度行驶，行驶的路程 s 与行驶的时间 t 的关系为： $s = 20t$ ；路程 s 是随时间 t 的变化而变化， s 与 t 之间有一种对应关系，由于 s 和 t 可取不同的数值，所以是变量，而 20 的数值保持不变，所以是常量。如果给变量 t 一个值，另一个变量 s 则可得到唯一的相应值；对于时间 t 的每一个值，行驶路程 s 都有唯一的值与它对应，这时，行驶路程 s 是时间 t 的函数。

一、直角三角形及其六种三角函数

三角形用符号“ $\triangle$ ”表示，它是由三条线段组成的封闭几何图形（图 1-1），组成三角形的线段叫做三角形的边，相邻两边的公共端点叫做三角形顶点，相邻两边所组成的角为三角形内角。三角形三个角的大小不一定相等，但三角形内角的和总是等于 180° 。

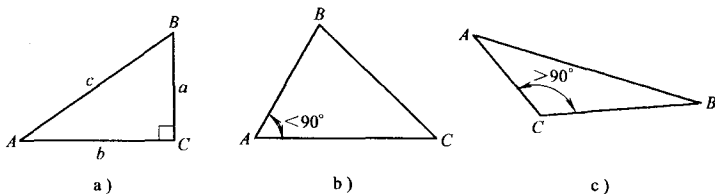


图 1-1 三角形种类

a) 直角三角形 b) 锐角三角形 c) 钝角三角形

在图 1-1a 所示的直角三角形中， $\angle A$ 和 $\angle B$ 互为余角， $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，直角所对的边 c 叫斜边。对锐角 A 来说， a 边是角 A 的对边， b 边是角 A 的邻边，但对 $\angle B$ 来说， a 边是 $\angle B$ 的邻边，而 b 边是 $\angle B$ 的对边。在直角三角形中，斜边永远对着直角，而邻边和对边是相对变化的，所以，计算中要先确定锐角 $\angle A$ 或 $\angle B$ ，然后找出三角函数的关系。

由于函数本身的意义就是互相依赖的变量，它在直角三角形中同样是某角的应变数，它随角度的变化而变化。一个直角三角形（图 1-1a），如果知道了其中的任意两个边，那就可以知道锐角 $\angle A$ 或 $\angle B$ 的角度大小，同理，如果知道任意一个锐角和一条边，也可以得到其他两条边的长短尺寸。

在直角三角形中，它的三角函数有六种，其定义和计算公式见表 1-3。计算时，正弦、正切和正割的函数值随角度的增大而增大，但不是和角度成正比例关系，也就是说，角度增大一倍，函数不是增加一倍；相反，余弦、余切和余割的

函数值是随角度的增大而减小，同样，也不成比例关系，就是说角度增加一倍，函数值不是相应减小一倍。

表 1-3 三角函数的定义和计算公式

名称	代号	定义	函数通则	A 角的函数公式	B 角的函数公式
正弦	sin	对边和斜边之比	角的正弦 = $\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$	$\sin A = \frac{a}{c}$	$\sin B = \frac{b}{c}$
余弦	cos	邻边和斜边之比	角的余弦 = $\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$	$\cos A = \frac{b}{c}$	$\cos B = \frac{a}{c}$
正切	tan (tg)	对边和邻边之比	角的正切 = $\frac{\text{对边}}{\text{邻边}}$	$\tan A = \frac{a}{b}$	$\tan B = \frac{b}{a}$
余切	cot (ctg)	邻边和对边之比	角的余切 = $\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}$	$\cot A = \frac{b}{a}$	$\cot B = \frac{a}{b}$
正割	sec	斜边和邻边之比	角的正割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}$	$\sec A = \frac{c}{b}$	$\sec B = \frac{c}{a}$
余割	csc (cosec)	斜边和对边之比	角的余割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}$	$\csc A = \frac{c}{a}$	$\csc B = \frac{c}{b}$

从表 1-3 可知：

$$\begin{aligned}
 a &= c \sin A & c &= \frac{a}{\sin A} \\
 b &= c \cos A & c &= \frac{b}{\cos A} \\
 a &= b \tan A & b &= \frac{a}{\tan A} \\
 b &= a \cot A & a &= \frac{b}{\cot A}
 \end{aligned}$$

在实际应用中，只要记住正弦、余弦、正切的函数公式就可以了，因为正弦和余割、余弦和正割、正切和余切互为倒数关系，即：

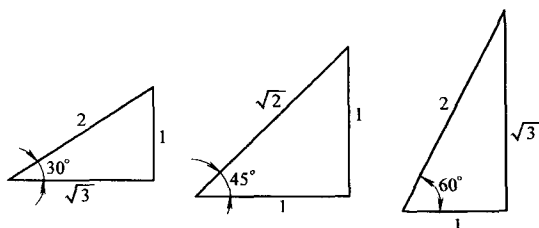
倒数关系

$$\begin{aligned}
 \sin A &= \frac{a}{c} = 1/\csc A \\
 \cos A &= \frac{b}{c} = 1/\sec A \\
 \tan A &= \frac{a}{b} = 1/\cot A \\
 \cot A &= \frac{b}{a} = 1/\tan A \\
 \sec A &= \frac{c}{b} = 1/\cos A \\
 \csc A &= \frac{c}{a} = 1/\sin A
 \end{aligned}$$

二、30°、45°、60°的三角函数值及其关系式

30°、45°、60°的三角函数值见表 1-4。

表 1-4 30°、45°、60°三角函数值



函数 \ 角	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.70711$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86603$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86603$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.70711$	$\frac{1}{2} = 0.5$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.57735$	1	$\sqrt{3} = 1.73205$
cot	$\sqrt{3} = 1.73205$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.57735$

从表 1-4 可看出如下关系式：

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$$

$$\tan 60^\circ = \cot 30^\circ$$

$$\sin A = \cos (90^\circ - A)$$

$$\tan A = \cot (90^\circ - A)$$

$$\cos A = \sin (90^\circ - A)$$

$$\cot A = \tan (90^\circ - A)$$

三、应用三角函数计算直角三角形的一般方法

利用表 1-3 中三角函数的公式进行计算，必须具备三个元素，即直角三角形的某角和两个边，如果求算角度，就必须知道两个边的尺寸，如果求算某边，就必须知道一个角的度数和一条边的长度，这一角两边就是直角三角形的计算元素。

1. 求算直角三角形角度

求算角度有两种形式：

(1) 已知两边求角度 根据两个已知边，找出要计算的角（图 1-1a 中的角 A 或角 B ），看它是属于哪种函数，然后用表 1-3 中的有关公式进行计算。

(2) 已知一角求另一角的度数 由于直角三角形两锐角 $\angle A$ 和 $\angle B$ 互为余角（图 1-1a）， $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，所以， $\angle A = 90^\circ - \angle B$ ， $\angle B = 90^\circ - \angle A$ 。

2. 求算直角三角形边长

(1) 已知一角一边求算另一边 根据已知边求算角度，先看它是属于哪种函数关系，然后从表 1-3 中找出有关公式进行计算。

如图 1-1a 中，已知 $\angle B$ 和 a 边，需求算 c 边。从表 1-3 中查出： $\frac{a}{c} = \cos B$ ，这时， $c = \frac{a}{\cos B}$ 。

(2) 已知两边求算另一边 这种类型的计算有两种方法，一种方法是利用三角函数，这时，先求出角度，然后利用一角一边的方法算出另一边；另一种方法是利用几何定理中的勾股弦定理，勾股弦定理计算将在本章第三节中介绍。

3. 通过角和线间的关系组成直角三角形

实际工作中，遇到的图形和形状有圆形或多边形等，但往往不是现成的直角三角形，这在计算中就需要利用几何图形中的角和线间的关系，通过画各种辅助线（平行线、垂直线、对角线、分角线、切线）方法组成直角三角形，然后才能进行计算。常用以下几种形式：

1) 应用计算元素组成直角三角形 图 1-2 中，已知正方形边长 a ，求算对角线 AB 长。这时，连接 AB 得到直线 c ，组成直角三角形 ABC ，进行计算。

图 1-3 中的燕尾槽镶条，已知宽度 a 和角度 α ，要求计算法向厚度 b ，这时，连接 AC ，组成直角三角形 ABC ，进行计算。

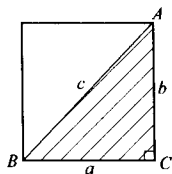


图 1-2 正方形

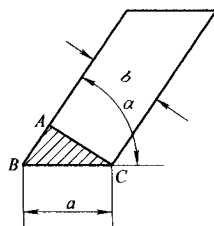


图 1-3 燕尾槽镶条

2) 平分对称图形得到直角三角形 图 1-4 所示是等腰三角形的对称图形，已知 d 和 L ，求算锥角 α 。这时，从顶点画一条垂直平分线，平分对称图形得到