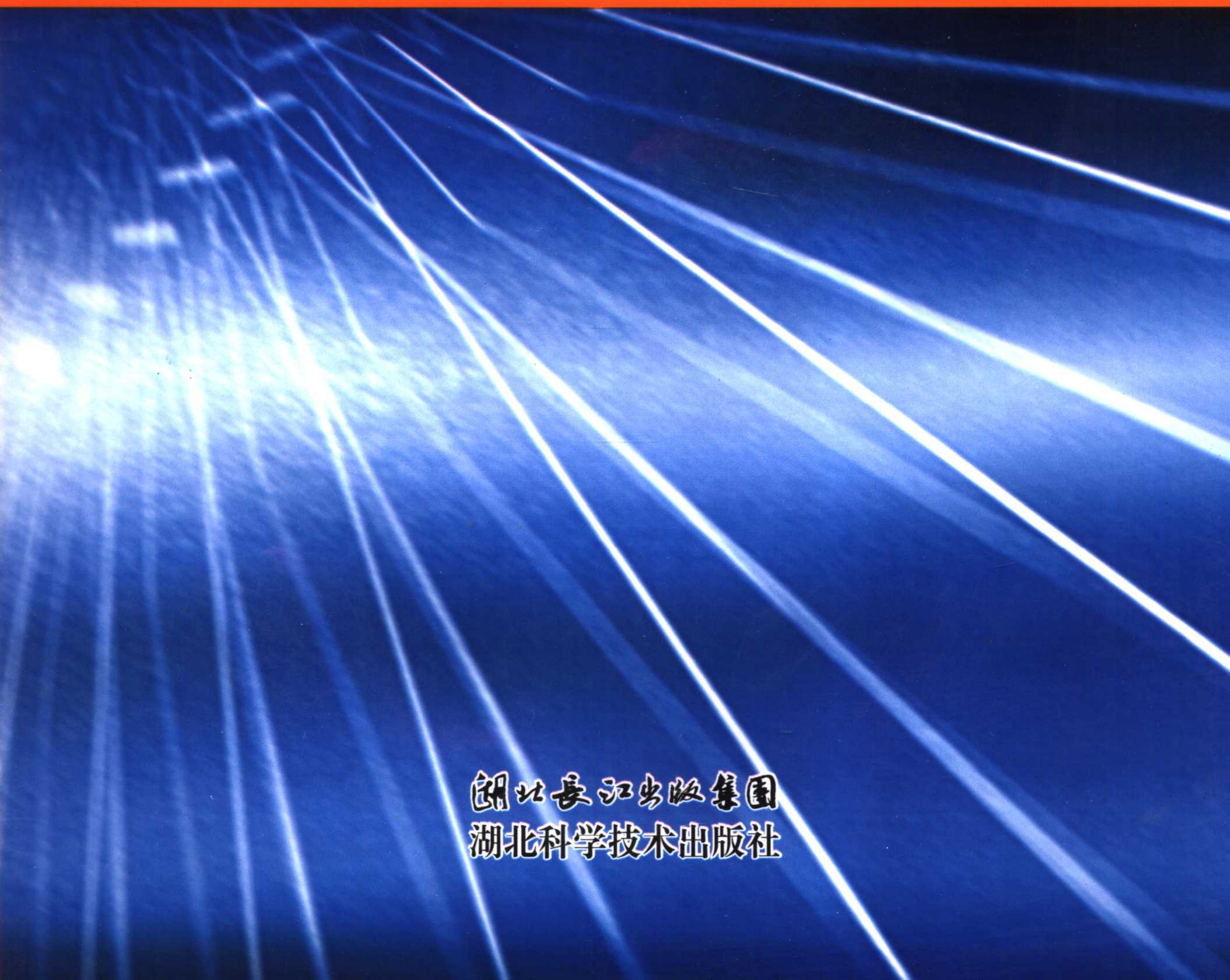
线性代数同步练习册

陈水林　编著



湖北长江出版集团
湖北科学技术出版社

XIAN XING DAI SHU

TONG BU LIAN XI CE

ISBN 978-7-5352-3824-5

9 787535 238245 >

定价：18.00元

线性代数同步练习册

陈水林　编著

湖北长江出版集团
湖北科学技术出版社

图书在版编目（C I P）数据

线性代数同步练习册／陈水林编著．—武汉：湖北科学技术出版社，2007.5

ISBN 978-7-5352-3824-5

Ⅰ.线… Ⅱ.陈… Ⅲ.线性代数—习题 Ⅳ.0151.2-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第070693号

线性代数同步练习册 © 陈水林 编著

责任编辑：武又文　　封面设计：戴　旻　甘　玲

出版发行：湖北长江出版集团
湖北科学技术出版社　　电话：87679468

地　　址：武汉市雄楚大街268号湖北出版文化城B座12-13层　　邮编：430070

印　　刷：湖北开元印刷有限公司　　邮编：437100

787毫米×1092毫米　16开　8印张　192千字

2007年5月第1版　　2007年5月第1次印刷

定价：18.00元

内 容 简 介

本书按照教育部最新《线性代数课程教学基本要求》，结合近几年来线性代数教学改革的变化和发展及编者十几年的教学实践编写而成。内容包括：行列式、矩阵、矩阵的初等变换与线性方程组、向量组的线性相关性、相似矩阵及二次型。本书每章由五部分组成：每节同步练习题、全章复习题、双语教学英文数学练习题、考研训练题和自测题。书后附有习题参考答案与提示。

本书可供高等院校本科各专业学生使用，对于有志报考研究生的读者，本书也是一本有价值的复习用书。

前　　言

根据编者多年的教学实践，按照新形势下线性代数教学改革的精神，应许多数学同仁和广大学生的强烈要求编写了本书。

本书每一章包括五个部分：

1. 每节同步练习题：该部分按照教材顺序，针对书上的知识点，配置了适量的同步练习题。该部分题目题型丰富，有是非题、填空题、选择题和计算证明综合题，选题力求使读者对有关的基本概念、重要公式和定理获得深入的理解和全面掌握。

2. 复习题：在这一部分中精选了能反映本章知识综合运用的一定数量题目，使读者通过做复习题，达到对本章知识能灵活运用。

3. 双语教学英文数学练习题：为了适应双语教学的发展趋势和配合部分院校双语教学的需要，在此部分中，列出了一些有针对性的英文数学题目，该英文数学题目生动有趣。当然，没有接受双语教学的同学，也可做该部分英文题目，以提高自己的数学水平。

4. 考研训练题：在这一部分中精选了部分历年考研真题和一批典型试题，读者通过练习该部分题目，可对考研的要求全面了解，并能提高自己的应试能力。

5. 自测题：在这一部分中精选了能反映教育部最新《线性代数课程教学基本要求》的题目，读者通过练习该部分题目，能了解线性代数的基本要求，掌握线性代数的基本内容。

本书的形式为学生的同步练习本，这样既使线性代数的教学标准化，又给学生提供了更广泛、更新颖的题目，同时也给教师在布置作业、携带作业和批改作业方面带来了方便。本书在我校历经15年试用，多次修订而成。

在本书的编写过程中，湖北工业大学理学院领导和数学系的教师提出了许多宝贵的意见和建议，编者在此表示诚挚的谢意。欢迎各位读者提出批评和建议。

陈水林

2007年5月于湖北工业大学

目　录

姓名__________ 班号学号__________

第一章 行 列 式

习题一 n阶行列式的定义

一、填空题

1. 排列 51243 的逆序数是__________,故该排列是__________(奇或偶)排列。
2. 已知排列 $213i86j59$ 为偶排列,则 $i=$__________,$j=$__________。
3. 已知 $a_{12}a_{25}a_{34}a_{41}a_{53}$是 5 阶行列式中的一项,则该项前应冠的符号为__________(正或负)。
4. 4 阶行列式中含有因子 $a_{13}a_{31}$的项为__________。
5. 在 n 阶行列式中,带负号的项共有__________个。
6. $\begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} =$__________。
7. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$__________。
8. $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix} =$__________。

二、选择题

1. 下列各项中,(   )为某 4 阶行列式中带正号的项。

   A. $a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$ B. $a_{11}a_{23}a_{32}a_{44}$

   C. $a_{12}a_{23}a_{34}a_{41}$ D. $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$

2. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & n-1 & \cdots & 0 & 0 \\ n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} =$(   )。

   A. $n!$ B. $-n!$ C. $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}n!$ D. $(-1)^{\frac{n^2-n+2}{2}}n!$

三、求 $2n$ 阶排列 $1\ 3\cdots(2n-1)2\ 4\cdots(2n)$的逆序数。

四、用行列式的定义求下列行列式：

1. $\begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 0 & c & d & 0 \\ 0 & e & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g \end{vmatrix}$。

2. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$。

姓名__________　　班号学号__________

习题二　行列式的性质

一、填空题

1. 各行元素之和为零的 n 阶行列式的值等于__________。

2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=$__________。

3. 已知 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=2$，则 $\begin{vmatrix} 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+3a_{11} & a_{32}+3a_{12} & a_{33}+3a_{13} \end{vmatrix}=$__________。

二、选择题

1. 已知 $\begin{vmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ \lambda & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}=0$，则 $\lambda=$(　　)。

A. $\lambda=-3$　　B. $\lambda=-2$　　C. $\lambda=-3$ 或 2　　D. $\lambda=-3$ 或 -2

2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}=$(　　)。

A. $a^2c+b^2a+c^2b$　　B. $(a-b)(b-c)(c-a)$

C. $-(a^2b+b^2c+c^2a)$　　D. $(a-1)(b-1)(c-1)$

3. 已知 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}=k\neq0$，则 $\begin{vmatrix} 1 & a+2 & 4 \\ -2 & b+5 & 1 \\ 3 & c-6 & 0 \end{vmatrix}=$(　　)。

A. 0　　B. k　　C. $-k$　　D. $2k$

三、计算下列行列式

1. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 8 & 7 \\ 2 & 6 & 5 & 7 \end{vmatrix}$。

2. $\begin{vmatrix} a & b & b & b \\ a & b & a & b \\ a & a & b & a \\ b & b & b & a \end{vmatrix}$。

3. $\begin{vmatrix} x_1 - m & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1 & x_2 - m & \cdots & x_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n - m \end{vmatrix}$。

姓名__________　　班号学号__________

习题三　行列式按行(列)展开

一、填空题

1. 在4阶行列式 D_4 中,第3行元素依次是2, -1,3,5,它们的余子式的值依次是3,9, -3, -1,则 $D_4=$__________。

2. 设 $A_{i2}(i=1,2,3,4)$ 是行列式 $\begin{vmatrix} x & a_{12} & 3 & 7 \\ y & a_{22} & 8 & 9 \\ z & a_{32} & 2 & 3 \\ w & a_{42} & 9 & 6 \end{vmatrix}$ 中元素 a_{i2} 的代数余子式,则 $7A_{12}+9A_{22}+3A_{32}+6A_{42}=$__________。

3. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}=$__________。

4. 设 $D=\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 & -1 \\ -6 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -6 \end{vmatrix}$, D 的 (i,j) 元素的代数余子式记作 A_{ij},则 $A_{11}+A_{21}+A_{31}+A_{41}=$__________。

二、选择题

1. 4阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$ 的值等于(　　)。

A. $a_1a_2a_3a_4-b_1b_2b_3b_4$　　B. $a_1a_2a_3a_4+b_1b_2b_3b_4$

C. $(a_1a_2-b_1b_2)(a_3a_4-b_3b_4)$　　D. $(a_2a_3-b_2b_3)(a_1a_4-b_1b_4)$

2. n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} a & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & a & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}$ 的值等于(　　)。

A. a^n+1　　B. a^n-1　　C. $a^{n-2}(a^2-1)$　　D. $a^{n-2}(a^2+1)$

3. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & a \\ 1 & 2^2 & 3^2 & a^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & a^3 \end{vmatrix}$ 的值等于(　　)。

A. $2(a-1)(a-2)(a-3)$　　B. $2(1-a)(2-a)(3-a)$

C. 0　　D. $(1-a)(a-2)(a-3)$

三、计算下列行列式

1. $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 7 \end{vmatrix}$。

2. $D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$，其中 $a_1a_2\cdots a_n \neq 0$ 。

四、利用递推法证明：

$$\begin{vmatrix} a_0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_1 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix} = a_0x^{n-1} + a_1x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}。$$

五、利用范德蒙德行列式的结论求解关于 x 的方程：

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ 1 & a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \\ x & a_1^n & a_2^n & \cdots & a_n^n \end{vmatrix} = 0。$$

姓名__________　　班号学号__________

习题四　克拉默(Cramer)法则

一、判断题

已知 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$(其中 $b_1, b_2, \cdots, b_n$ 不全为零)　　(1)

和 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0, \end{cases}$　　(2)

记 D 为上两线性方程组的系数行列式。

1. 若 $D\neq 0$,则线性方程组(1)有唯一解。　　(　　)
2. 齐次线性方程组(2)存在无解的情形。　　(　　)
3. 若齐次线性方程组(2)有非零解,则 $D=0$。　　(　　)
4. 若方程组(1)无解或有多个不同的解,则 $D=0$。　　(　　)

二、填空题

1. 已知齐次线性方程组 $\begin{cases} (1-\lambda)x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + (3-\lambda)x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解,则 $\lambda=$__________。

2. 用“无”、“唯一”或“多个”填空:

关于 x_1, x_2 的线性方程组 $\begin{cases} x_1\sin\theta - x_2\cos\theta = b_1, \\ x_1\cos\theta + x_2\sin\theta = b_2 \end{cases}$ 有__________解。

3. 已知非齐次线性方程组 $\begin{cases} kx + y + z = 5, \\ x + ky - z = 3, \\ 2x - y + z = 7 \end{cases}$ 有多个解,则 $k=$______。