



高职高专“十一五”规划教材  
综合机械化采煤系列

# 矿山 工程力学

郭兴明 主编



化学工业出版社

高职高专“十一五”规划教材  
综合机械化采煤系列

# 矿山工程力学

郭兴明 主编



化学工业出版社

· 北京 ·

本书作为采矿类高职学生用书。力求在讲清基本概念、基本理论和原理的基础上,通过本课程所涵盖的知识点结合采矿工程实际事例,突出工程力学的实际应用价值,着力培养学生分析和解决问题的能力。

在内容的安排上,以静力分析基础、静力平衡强度分析基础、矿山围岩受力分析基础三大部分为主,共分15章。教学时数约90学时。

本书适用于综采、连采、矿建、通风和地质勘探等专业学生用书,也可供相关专业工程技术人员学习参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

矿山工程力学/郭兴明主编. —北京:化学工业出版社,  
2007.8

高职高专“十一五”规划教材·综合机械化采煤系列  
ISBN 978-7-5025-9664-4

I. 矿… II. 郭… III. 矿山工程-工程力学-高等学校:  
技术学院-教材 IV. TD TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第112099号

---

责任编辑:张双进

装帧设计:韩飞

责任校对:顾淑云

---

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印刷:北京永鑫印刷有限责任公司

装订:三河市延风装订厂

787mm×1092mm 1/16 印张18¼ 字数487千字 2007年8月北京第1版第1次印刷

---

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

---

定 价:29.00元

版权所有 违者必究

# 前 言

本书是在化学工业出版社主持召开的首届中国煤炭行业综采和连采高职高专教材会议上所确定的系列教材之一。

本书是汲取了传统教材理论力学、材料力学、井巷工程、矿山压力、岩石力学等各学科的精华而成，目的是为高职高专综合机械化采煤技术专业学生提供一本既有理论指导作用，又有实用价值的教材。本书比较系统地介绍了矿山工程中常用到的力学方面基础知识，在内容体系组织上，根据高职高专学校的培养目标，并结合目前课程学时逐渐减少的情况，以必需和够用为度，力避不必要的理论推导，加强了与采矿工程实际的联系，突出基本技能的训练，强化动手能力和创新意识的培养，达到既易于教师教，又易于学生自学的宗旨。

在国内尚未有同类教材的情况下，本书定名为矿山工程力学，其意图是为从事矿山工程技术的专业人员提供一本专业基础教材。全书共计3篇15章。第一篇静力分析基础，包括静力学基础、平面力系、空间力系；第二篇强度和变形分析基础，包括变形固体基本概念、轴向拉伸和压缩、受拉（压）杆连接的计算、扭转、弯曲、应力状态、强度理论及压杆稳定；第三篇矿山围岩受力分析基础，包括岩石的物理力学性质、原岩应力、岩层巷道的稳定分析以及长壁工作面采场矿压。书中带“\*”的部分作为选学或选做内容。

参加本书编写的有吕梁高等专科学校陈拖顺（第一、二、三、七章），吕梁高等专科学校崔彩萍（第四、五、六章）；山西大同大学齐威杰（第八、九、十章）；北岳职业技术学院王青（第十一章）；山西大同大学郭兴明（绪论、第十二、十三、十四、十五章、附录）。全书由郭兴明担任主编，陈拖顺担任副主编。

由于编者水平所限，书中不当之处恳请读者和各方面专家批评指正。

编者

2007年3月

# 目 录

|    |   |
|----|---|
| 绪论 | 1 |
|----|---|

## 第一篇 静力分析基础

|                    |    |
|--------------------|----|
| 引言                 | 5  |
| 第一章 静力学基础          | 6  |
| 第一节 静力学基本概念        | 6  |
| 第二节 静力学公理          | 7  |
| 第三节 力在轴上的投影与力的分解   | 9  |
| 第四节 力矩 力偶          | 11 |
| 第五节 约束与约束反力        | 13 |
| 第六节 物体的受力分析及受力图    | 16 |
| 思考题                | 18 |
| 习题                 | 19 |
| 第二章 平面力系           | 21 |
| 第一节 力线平移定理         | 21 |
| 第二节 平面一般力系向一点的简化   | 22 |
| 第三节 平面力系的平衡条件 平衡方程 | 25 |
| 第四节 物体系统的平衡        | 29 |
| 第五节 摩擦             | 31 |
| 思考题                | 34 |
| 习题                 | 35 |
| 第三章 空间力系           | 41 |
| 第一节 力在空间直角坐标系上的投影  | 41 |
| 第二节 力对轴之矩          | 42 |
| 第三节 空间一般力系的平衡      | 44 |
| 第四节 平行力系中心及物体的重心   | 47 |
| 思考题                | 51 |
| 习题                 | 52 |

## 第二篇 强度和变形分析基础

|                |    |
|----------------|----|
| 引言             | 57 |
| 第四章 变形固体的基本概念  | 58 |
| 第一节 变形固体及其基本假设 | 58 |

|            |                        |            |
|------------|------------------------|------------|
| 第二节        | 外力 内力 应力 .....         | 59         |
| 第三节        | 位移 变形 应变 .....         | 60         |
| 第四节        | 构件的分类 杆件变形的基本形式 .....  | 61         |
| 思考题        | .....                  | 63         |
| 习题         | .....                  | 63         |
| <b>第五章</b> | <b>轴向拉伸和压缩 .....</b>   | <b>65</b>  |
| 第一节        | 轴向拉伸和压缩的概念 .....       | 65         |
| 第二节        | 轴向受拉(压)杆的内力 轴力图 .....  | 65         |
| 第三节        | 轴向受拉(压)杆的应力 .....      | 67         |
| 第四节        | 轴向受拉(压)杆的变形 虎克定律 ..... | 70         |
| 第五节        | 材料在拉(压)时的力学性能 .....    | 72         |
| 第六节        | 轴向受拉(压)杆的强度计算 .....    | 77         |
| 第七节        | 应力集中的概念 .....          | 80         |
| 第八节        | 简单的拉、压超静定问题 .....      | 81         |
| 思考题        | .....                  | 83         |
| 习题         | .....                  | 83         |
| <b>第六章</b> | <b>连接的实用计算 .....</b>   | <b>87</b>  |
| 第一节        | 工程实际中的连接件 .....        | 87         |
| 第二节        | 连接件的实用计算 .....         | 87         |
| 思考题        | .....                  | 93         |
| 习题         | .....                  | 94         |
| <b>第七章</b> | <b>扭转 .....</b>        | <b>97</b>  |
| 第一节        | 工程中的受扭杆 .....          | 97         |
| 第二节        | 外力偶矩 扭矩和扭矩图 .....      | 97         |
| 第三节        | 圆轴扭转时的应力和变形 .....      | 99         |
| 第四节        | 圆轴扭转时的强度和刚度计算 .....    | 102        |
| 第五节        | 扭转的超静定问题 .....         | 106        |
| 思考题        | .....                  | 107        |
| 习题         | .....                  | 107        |
| <b>第八章</b> | <b>弯曲 .....</b>        | <b>110</b> |
| 第一节        | 工程中的受弯杆 .....          | 110        |
| 第二节        | 剪力和弯矩 .....            | 111        |
| 第三节        | 剪力图和弯矩图 .....          | 114        |
| 第四节        | 剪力、弯矩和荷载集度之间的关系 .....  | 117        |
| 第五节        | 杆件弯曲时的正应力 .....        | 122        |
| 第六节        | 弯曲正应力强度计算 .....        | 129        |
| 第七节        | 弯曲切应力强度计算 .....        | 134        |
| 第八节        | 梁的变形 .....             | 139        |
| 第九节        | 提高梁承载能力的措施 .....       | 148        |
| 思考题        | .....                  | 151        |
| 习题         | .....                  | 153        |
| <b>第九章</b> | <b>应力状态分析 .....</b>    | <b>160</b> |
| 第一节        | 应力状态的概念 .....          | 160        |

|             |                  |     |
|-------------|------------------|-----|
| 第二节         | 平面应力状态下的应力分析     | 162 |
| 第三节         | 应力圆              | 163 |
| 第四节         | 主应力              | 165 |
| 第五节         | 三向应力状态下的应力分析     | 169 |
| 第六节         | 广义胡克定律           | 171 |
| 思考题         |                  | 174 |
| 习题          |                  | 174 |
| <b>第十章</b>  | <b>强度理论 组合变形</b> | 177 |
| 第一节         | 强度理论的概念          | 177 |
| 第二节         | 几种主要的强度理论        | 177 |
| 第三节         | 组合变形的概念          | 184 |
| 第四节         | 弯曲与拉伸(压缩)组合      | 185 |
| 第五节         | 弯曲与扭转组合          | 189 |
| 思考题         |                  | 192 |
| 习题          |                  | 193 |
| <b>第十一章</b> | <b>压杆稳定</b>      | 198 |
| 第一节         | 压杆稳定的概念          | 198 |
| 第二节         | 压杆的临界力           | 199 |
| 第三节         | 压杆的稳定计算          | 204 |
| 第四节         | 提高压杆稳定性的措施       | 209 |
| 思考题         |                  | 210 |
| 习题          |                  | 211 |

### 第三篇 矿山围岩受力分析基础

|                |     |
|----------------|-----|
| 引言             | 213 |
| 第十二章 岩石的物理力学性质 | 214 |
| 第一节 岩石的基本物理性质  | 214 |
| 第二节 岩石的力学性质    | 221 |
| 第三节 岩石的破坏特性    | 227 |
| 第四节 岩石的强度理论    | 227 |
| 第五节 岩石的变形特性    | 231 |
| 思考题            | 233 |
| 习题             | 233 |
| 第十三章 原岩应力      | 235 |
| 第一节 概述         | 235 |
| 第二节 自重应力和构造应力  | 235 |
| 第三节 原岩应力的实测方法  | 237 |
| 思考题            | 240 |
| 习题             | 240 |
| 第十四章 岩层巷道的稳定分析 | 242 |
| 第一节 概述         | 242 |
| 第二节 巷道围岩应力计算   | 242 |

|             |                        |            |
|-------------|------------------------|------------|
| 第三节         | 松散围岩的压力计算·····         | 246        |
| 第四节         | 锚喷支护原理的力学分析·····       | 250        |
| 第五节         | 软岩巷道锚索支护·····          | 258        |
| 思考题         | ·····                  | 260        |
| 习题          | ·····                  | 261        |
| <b>第十五章</b> | <b>长壁工作面采场矿压</b> ····· | <b>263</b> |
| 第一节         | 采场矿山压力概述·····          | 263        |
| 第二节         | 回采引起的支撑压力分布·····       | 264        |
| 第三节         | 采场上覆岩层的稳定分析·····       | 266        |
| 第四节         | 液压支架工作阻力确定·····        | 270        |
| 思考题         | ·····                  | 271        |
| 习题          | ·····                  | 271        |
| <b>附录</b>   | ·····                  | <b>272</b> |
| 附录 A        | 常用材料的力学性能 ·····        | 272        |
| 附录 B        | 常见截面的几何性质·····         | 272        |
| 附录 C        | 梁的挠度与转角·····           | 274        |
| 附录 D        | 型钢表·····               | 275        |
| 附录 E        | 普氏岩石分级表·····           | 282        |
| <b>参考文献</b> | ·····                  | <b>283</b> |

# 绪 论

## 一、矿山工程力学的研究对象和内容

矿山工程力学是研究矿山工程结构、受力分析、强度和变形分析的一门专业技术基础课。

矿山工程力学是在综合了传统的理论力学、材料力学、矿压知识、岩石力学和井巷工程支护多方面的内容而成。在本课程中,随研究问题的不同,研究对象可以是刚体,如在静力分析基础中把所有物体都视为刚体;也可以是变形固体,比如在研究工程中机械构件及矿山围岩稳定性时,均视为变形固体。

在解决矿山工程实际问题时,首先将实际结构抽象为力学模型,根据力学理论建立方程,并运用数学工具求解,做出定性和定量分析结论,再通过实验或实践验证其结果的正确性,因此,抽象化是矿山工程力学研究的重要手段。所谓抽象化就是分析影响工程实际问题的各种因素时,抓住起决定性作用的主要因素,略去次要因素,得到反映问题本质的力学模型。

矿山工程力学,以矿山工程结构为研究对象,涉及内容极其广泛,主要包括以下3方面的内容:

- (1) 静力分析基础;
- (2) 强度和变形分析基础;
- (3) 矿山围岩受力分析基础。

第1部分内容,主要研究刚体的受力与平衡的规律,也就是根据所研究构件与周围物体之间的联系,确定该构件受到哪些力的作用,力的大小和方向如何;第2部分内容,主要研究变形固体在力的作用下的变形规律,也就是依据构件所产生的变形,找出产生变形时内力、应力变化情况,判定构件在力或应力达到何种程度时,构件将会失去工作能力;第3部分,主要研究矿山围岩的物理性质以及围岩受力表现出的力学性能,进而定性和定量地对原岩应力、巷道围岩支护和采场采动地压,进行力学分析。

## 二、学习矿山工程力学的目的

通过矿山工程力学课程的学习,使学生比较系统地了解 and 掌握矿山工程结构受力、强度、变形分析的基本方法,初步学会运用这些方法分析、解决工程实际中的力学问题,同时使学生具备一定的计算能力和实验分析能力,为后续课程的学习奠定必要的基础。

通过本课程的学习,达到下列目的。

(1) 具有把简单矿山工程实际问题抽象化为力学模型,并能从简单的物体结构中恰当地选取研究对象,画出受力图。

(2) 熟练地运用力系的平衡方程求解一般结构的平衡问题(包括考虑摩擦的问题)。

(3) 能够分析结构在各种基本变形时的内力并作出相应的内力图。

(4) 具备对矿山巷道围岩及采场工作面围岩受力进行分析的能力。

(5) 初步获得与本课程有关的工程概念,培养相应的运算、绘图、文字表达等方面的能力。

## 三、矿山工程力学发展概述

力学作为自然科学七大学科中最古老的学科之一,它是研究力与运动关系的学科,它的

发展与其他自然科学一样,是与社会生产力及社会物质文化的发展有不可分割的联系。力学的发展大致经历了以下3个阶段。

### 1. 经典力学的萌芽

在漫长的史前期,人们就学会用尖劈形石块作工具进行狩猎,到后来发明了弓箭。通过长期的生产劳动,逐渐积累了许多经验,为力学知识的形成和应用奠定了基础,欹器、飞去来器、陀螺和陶钧的发明就是有力的佐证。

春秋战国是中国古代诸子百家争鸣的学术繁荣时期,这时期中出现了两部与力学有关的著作:《墨经》和《考工记》。讨论了重物运动与受力关系,以及杠杆、轮轴和斜面等力学问题。简单机械的普遍使用,促进了生产力的发展。

两汉时期生产力进一步发展,科学技术也继续得到提高。这一时期和力学有关的著作当推哲学家王充的《论衡》。在该书中精彩地论述了“外力是使物体运动改变的原因”、“内力不能改变物体本身的运动”。此外,张衡(78~139)发明了世界上第1台地震仪——候风地动仪,其中应用了复杂的杠杆系统和惯性原理。

从三国时期到明代,“曹冲称象”的故事是浮力的应用,风筝的发明是空气升力的应用,而火箭的伟大发明,则是巧妙地利用喷气直接反作用力的飞行器。至于与万有引力有关的潮汐现象,早在汉代以后,中国就有许多学者开始研究它的成因和规律。

在西方,从阿基米德以后很长一个时期,由于封建、神权的长期的统治,生产力停滞不前,力学及其他科学得不到发展,直到15世纪后期进入文艺复兴时期,随着资本主义的兴起,力学和其他科学才得到了发展。经过达·芬奇(1452~1519)、斯蒂芬(1548~1620)、伐里农(1654~1722)、布安索(1777~1859)等人的努力,建立了力矩的概念、力的平行四边形法则、合力矩定理等有关理论,初步形成了静力学的基本体系。

### 2. 经典力学的确立

明末清初是中国力学发展史上的转折点,一方面伽利略(1564~1642)的经典力学开始传入中国,另一方面中国学者开始注意研究力学问题。

清代中后期,中国著名的力学家邹伯奇(1819~1869),他在力学上的成就主要集中在物体重心的研究上,其鸿篇论著《馨求重心术》、《求重心说》等,得出的组合形体重心位置计算公式与现在力学中的完全一致;清代著名数学家李善兰(1811~1882),他于1852年与艾约瑟合著翻译《重学》,并于1859年与伟烈亚力合译《谈天》,比较详实地介绍了牛顿运动三大定律;而清末数学家和医学家顾观光(1798~1862),在自学了《重学》和《谈天》等著作后,编写了《静重学记》、《动重学记》、《流至重学记》和《天重学记》4篇力学著作,这是中国人写的第1部有关力学的系统著作。

在西方,波兰科学家尼古拉·哥白尼(1473~1543)创立了宇宙“日心说”,引起科学界宇宙观的革命。在这个基础上,德国学者约翰·开普勒(1517~1630)提出行星运动三定律,为牛顿(1643~1727)发现万有引力定律打下了基础。由伽利略建立的动力学基本定律,经荷兰学者惠更斯(1629~1695)等人努力,后来由牛顿总其大成,以丰富的想像力和严密的科学性,从理论上对力学中的一切问题进行了全面系统的总结,即牛顿三定律,从而确立了经典力学体系。

17世纪是力学基础建立时期,18、19世纪是其发展成熟的时期;18世纪特别是西方工业革命后,天文、军事、水利、建筑、航海、航空、机械和仪器等工业的迅速发展,给力学提出了不少新问题。同时数学的发展为力学朝分析方向的发展提供了有利的条件,使得力学向深度和广度两方面推进。

19世纪是古典力学发展的高潮。与分析法发展的同时,几何法也在发展着,法国学者布安索(1777~1859)创立了几何静力学体系。英国数学物理学家哈密顿(1805~1865)提

出的哈密顿函数、正则方程和哈密顿原理，起到了从古典力学到广义相对论与量子力学和波动力学的桥梁作用。俄国数学家李亚普诺夫（1857~1918）提出判断运动稳定性的新方法，在现代自动控制技术方面获得广泛的应用。

### 3. 经典力学的发展

19 世纪末叶和 20 世纪初期，随着物理学和其他学科的迅速发展，出现了许多以牛顿定律为基础的古典力学无法解释的问题，使得牛顿力学的普遍性受到了怀疑。伟大的物理学家爱因斯坦（1879~1955）创立了相对论力学，否定了绝对空间和绝对时间的概念，为力学这一学科的发展做出了划时代的贡献。

20 世纪以来，由于工业建设、现代国防技术和其他新技术的需要，研究工具和手段的日臻完善，力学的模型越来越复杂，力学的领域不断扩大，力学与其他学科相互渗透，形成了大批新的边缘学科，如弹性力学、塑性力学、断裂力学、流体力学、岩石力学、生物力学、工程控制论等。

### 4. 矿山工程力学的雏形

新中国成立以来，随着社会主义建设的蓬勃兴起，力学的研究及其应用得到迅速发展，如中国自行设计制造的新安江水电站、南京长江大桥等都是举世瞩目的伟大工程；特别是改革开放以来，三峡工程、大同煤矿集团公司筹建的 1500 万吨塔山矿的建设，以及 2005 年由费俊龙和聂海胜驾驶的神舟六号飞船实现了双人大犬遨游太空的梦想，这些成就表明中国的力学已进入一个新的发展时期。

19 世纪是桥的世纪，20 世纪是高层建筑的世纪，21 世纪是地下工程的世纪，这时国际上最近流行的说法，由此可见矿山工程力学这门课程在矿山工程中的重要地位。不过，矿山工程力学也只不过是襁褓中雏婴，距成熟阶段相差尚远，只能说是发展中的学科。但有理由相信，有经典力学的铺垫，有像海姆、杰格尔以及法国的塔罗布尔这些科学家对岩石力学奠定的基础，加上以计算机技术为基础的先进计算技术的引进，必将为矿山工程力学的研究和发展开辟出广阔的前景。



# 第一篇 静力分析基础

## 引言

静力分析基础是为研究物体在力系作用下平衡规律及其力的一般性质和合成法则提供必备的理论基础知识。

本部分将研究以下 3 个问题：

(1) 物体的受力分析 研究一物体与周围其他物体之间的机械作用，将其从周围物体中分离出来，并分析其所受的力。这些力包括主动力（例如重力）和约束反力。约束反力取决于周围物体限制的性质，受力分析的关键在于约束反力的分析。

(2) 力系的简化 用一个简单的力系等效地替换一个复杂的力系。

(3) 力系的平衡条件 要使物体处于平衡状态，作用于物体上的力系必须满足一定的条件，这些条件称为力系的平衡条件。力系的平衡条件在工程中有十分重要的意义，是对结构、构件和机械零件静力计算的基础。

# 第一章 静力学基础

## 第一节 静力学基本概念

### 一、力的概念

关于力的概念是人们在生活和生产实践中,通过长期的观察和分析而逐步形成的。例如,用手推小车,由于手臂肌肉的紧张而感觉到用了“力”,小车受了力也由静止开始了运动;物体受地球引力作用而自由下落时,速度将越来越大;用汽锤锻打工件,工件在锻锤打击力作用下会发生变形等。随着生产的发展,人们逐渐认识到,物体运动状态及形状的改变,都是由于其他物体对其施加作用的结果。这样,由感性认识上升到理性认识,形成了力的科学概念。力是物体间的相互机械作用,这种作用使物体的机械运动状态发生变化,并使物体产生变形。前者称为力的运动效应或外效应,后者称为力的变形效应或内效应。在静力学中将物体视为刚体,只考虑力的外效应。

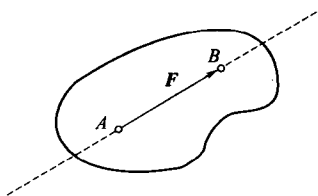


图 1-1 力矢量

实践表明,力对物体的作用效应决定于力的大小、方向和作用点,称为力的3要素。这3个要素中,只要有一个发生变化,力的作用效应就随之改变。因此,力是矢量,且为定位矢量。在力学中,力矢量可用一具有方向的线段来表示,如图1-1所示。通过力的作用点,沿力的方向引直线,该直线表示力在空间的方位,称为力的作用线。在作用线上截取有向线段AB,用线段的长度按一定的比例尺表示力的大小,

用线段的方位和箭头的指向表示力的方向,用线段的起点A(或终点B)表示力的作用点。本教材中用黑体的字母表示矢量,如 $\mathbf{F}$ ,矢量的大小(模)则用同形的普通字母表示,如 $F$ 。

力的大小是指物体间相互作用的强弱,可用测力器测定。力的国际制单位是N(牛)或kN(千牛)。

力的作用点是力的作用区域的抽象。实际上力在物体上的作用不是一个点,而是具有一定面积或体积的区域,当作用面积或体积很小时可抽象化为点,称为力的作用点。如钢索起吊重物时,钢索的拉力就可以认为力集中作用于一点,而称为集中力;如力的作用区域不能抽象化为点时则为分布力。分布力的作用强度用单位面积上力的大小 $q(\text{N}/\text{m}^2)$ 来度量,称为荷载集度。

### 二、力系的概念

在工程中,往往有几个力同时作用在一个物体上的情况。作用在物体上的若干个力总称为力系。力系按作用线分布情况的不同可分为下列几种:当所有力的作用线在同一平面内时,称为平面力系,否则称为空间力系;当所有力的作用线汇交于同一点时,称为汇交力系;当所有力的作用线都相互平行时,称为平行力系,否则称为任意力系或一般力系。

如果作用于物体上的一个力系可用另一个力系来代替,而不改变原力系对物体作用的外效应,则这两个力系称为等效力系。

### 三、刚体的概念

在静力学分析中所指的物体都是刚体。所谓刚体，就是指在受力情况下保持形状和大小不变的物体，或者说受力后内部任意两点之间的距离始终保持不变的物体。事实上，任何物体在力的作用下，或多或少总要产生变形，因此，实际上并不存在绝对的刚体。但是，工程实际中的机械零件和结构构件的变形，通常是很微小的，在许多情况下，可以忽略不计，即把物体看做是不变形的，从而使问题的研究得以简化。刚体是依据所研究问题的性质抽象出来的理想化的力学模型。当变形这一因素在所研究的问题中不可缺少时，就必须采用变形体作为力学模型，即把物体视为变形体而不能再看作为刚体。

### 四、平衡的概念

平衡是指物体相对于惯性参考系处于静止或做匀速直线运动的状态。一般工程技术问题取固结于地球的参考系作为惯性参考系来研究，实践证明，所得结果能很好地与实际情况相符合。平衡是机械运动的一种特殊情况。

如果物体在一力系作用下处于平衡状态，这个力系叫做平衡力系。平衡力系必须满足的条件叫做平衡条件。

研究物体的平衡问题，实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件，并利用这些条件解决具体问题。

## 第二节 静力学公理

静力学公理是人类在长期的生活和生产实践中，经过反复的观察和实验总结出来的客观规律，它正确地反映和概括了作用于物体上的力的一些基本性质。静力学的全部理论，即关于力系的简化和平衡条件的理论，都是以下面介绍的一些公理为依据得出的。

### 公理一（力的平行四边形法则）

作用于物体上的同一点的两个力，可以合成为作用于该点的一个合力，合力的大小和方向由这两个力的矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。如图 1-2(a) 所示，设力  $F_1$  和  $F_2$  作用于物体的 A 点，以  $F_R$  表示其合力，则有

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

即合力矢  $\mathbf{F}_R$  等于两个分力矢  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  的矢量和，这种求解合力的方法称为几何法。

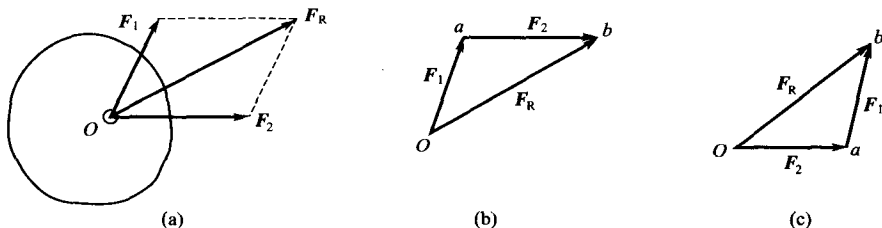


图 1-2 力的平行四边形

用几何法求合力时，不必作出整个平行四边形，可由简便方法求之。由任一点  $O$  起，另作一力三角形，如图 1-2(b) 或 (c) 所示。力三角形的两个边分别为矢量  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$ ，第 3 边  $\mathbf{F}_R$  即代表合力矢量（也就是力三角形的封闭边），而合力作用点仍在汇交点 A，这一合成方法称为力三角形法。

作力三角形时，必须遵循

- ① 分力矢量首尾相接，但次序可变；

② 合力矢量的箭头与最后分力矢量的箭头相连。

这个公理表明了最简单力系的简化规律，它是复杂力系简化的基础。

**公理二（二力平衡公理）**

作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在一直线上。如图 1-3 所示， $F_1 = -F_2$ 。

这个公理揭示了作用在物体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体来说，这个条件既是必要的，又是充分的；但对于变形体，它只是平衡的必要条件，而不是充分条件。例如，软绳受两个等值反向共线的拉力作用可以平衡，而受两个等值反向共线的压力作用就不能平衡。

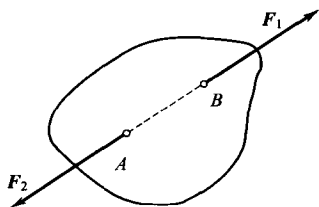


图 1-3 二力平衡

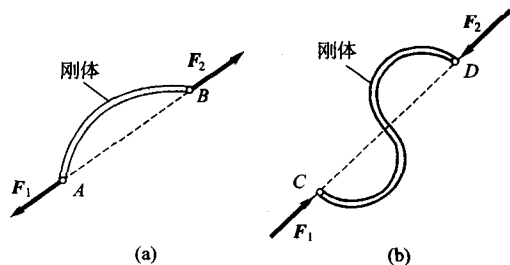


图 1-4 二力构件

工程中常有一些只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件。二力构件的形状可以是直线形的，也可以是其他任何形状的。根据二力平衡公理，它们的受力特点是：二力构件不论其形状如何，其所受两个力的作用线必沿两力作用点的连线，如图 1-4 所示。这一性质在对物体进行受力分析时极为有用。

**公理三（加减平衡力系公理）**

在作用于刚体的已知力系中，加上或减去任一平衡力系，不改变原力系对刚体的作用。

加减平衡力系公理是力系简化的重要依据。但必须注意，此公理只适用于刚体而不适用于变形体。

应用这个公理可以导出如下重要推论。

**推论 1（力的可传性原理）**

作用于刚体上的力，可沿其作用线移至刚体内的任一点，而不改变它对刚体的作用效应，如图 1-5 所示。

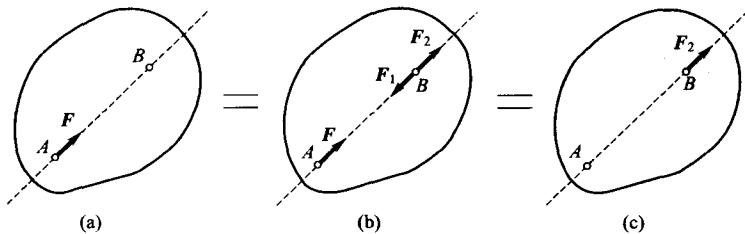


图 1-5 力的可传性

证明：设力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点，如图 1-5(a) 所示。在力  $F$  的作用线上任取一点  $B$ ，并在  $B$  点添加一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ，使  $F = -F_1 = F_2$ ，如图 1-5(b) 所示。由公理三可知，力系  $(F, F_1, F_2)$  与力  $F$  等效。从另一角度看，力  $F$  与  $F_2$  等值、与力  $F_1$  反向、共线，也是一对平衡力，因此可减去而不改变其效应，如图 1-5(c) 所示。这样就有作用于  $B$  点的力  $F_1$  与原来作用于  $A$  点的力  $F$  等效，即相当于将力  $F$  沿其作用线从  $A$  点移至  $B$  点，

而不改变原力对刚体的作用效应。

由力的可传原理可知, 力对刚体的作用效应与力的作用点在作用线上的位置无关, 力可沿其作用线在刚体内任意滑动而不改变其对刚体的作用效应, 因此, 对刚体而言, 力是滑动矢量。

### 推论 2 (三力平衡汇交定理)

刚体受 3 个力作用而成平衡时, 若其中两个力的作用线汇交于一点, 则此 3 个力必在同一平面内, 且第 3 个力的作用线通过汇交点。

证明: 如图 1-6 所示, 在刚体的 A、B、C 3 点上分别作用 3 个力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ , 使刚体处于平衡, 其中  $F_1$ 、 $F_2$  的作用线汇交于一点 O。根据力的可传性, 将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交点 O, 然后根据力的平行四边形法则, 求得其合力  $F_{12}$ , 则  $F_3$  应与  $F_{12}$  平衡。根据二力平衡公理, 力  $F_3$  与  $F_{12}$  共线, 所以, 力  $F_3$  必定与力  $F_1$  和  $F_2$  共面, 且通过力  $F_1$  和  $F_2$  的汇交点 O。

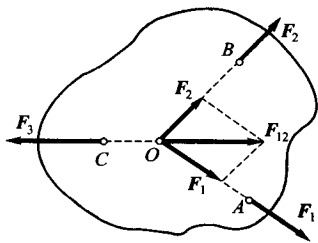


图 1-6 三力平衡汇交

三力平衡汇交定理说明了不平行的 3 个力平衡的必要条件, 用此推论可确定第 3 个力的作用线方位。

### 公理四 (作用与反作用定律)

两个物体间的相互作用力, 总是同时存在, 且大小相等, 方向相反, 沿同一直线, 分别作用在这两个物体上。

这个定律概括了物体间相互作用力的关系, 表明一切力总是成对出现的, 已知作用力便可得知反作用力。它是分析研究物体受力时必须遵循的原则, 也为研究由一个物体过渡多个物体组成的物体系统提供了基础。

作用与反作用定律中的二力与二力平衡公理中的二力都是等值、反向、共线, 但二者存在本质上的差别, 前者是分别作用在两个相互作用的物体上, 而后者则是作用在同一物体上。

### 公理五 (刚化公理)

变形体在某一力系作用下处于平衡时, 若将此变形体刚化为刚体, 其平衡状态保持不变。

这个公理指出了刚体静力学的平衡理论能应用于变形体的条件, 即若变形体处于平衡状态, 则作用于其上的力系一定满足刚体静力学的平衡条件。需要注意的是, 对于变形体而言, 刚体的平衡条件只是必要的, 而不是充分的, 公理二中所举软绳受力就是很好的例证。

## 第三节

## 力在轴上的投影与力的分解

### 一、力在直角坐标轴上的投影

设有一力  $F$  作用于刚体的 A 点, 如图 1-7 所示。取直角坐标系  $Oxy$  与力  $F$  在同一平面内, 自力  $F$  的两端 A 和 B 向坐标轴引垂线, 得垂足 a、b 和 a'、b', 则线段 ab 和 a'b' 分别称