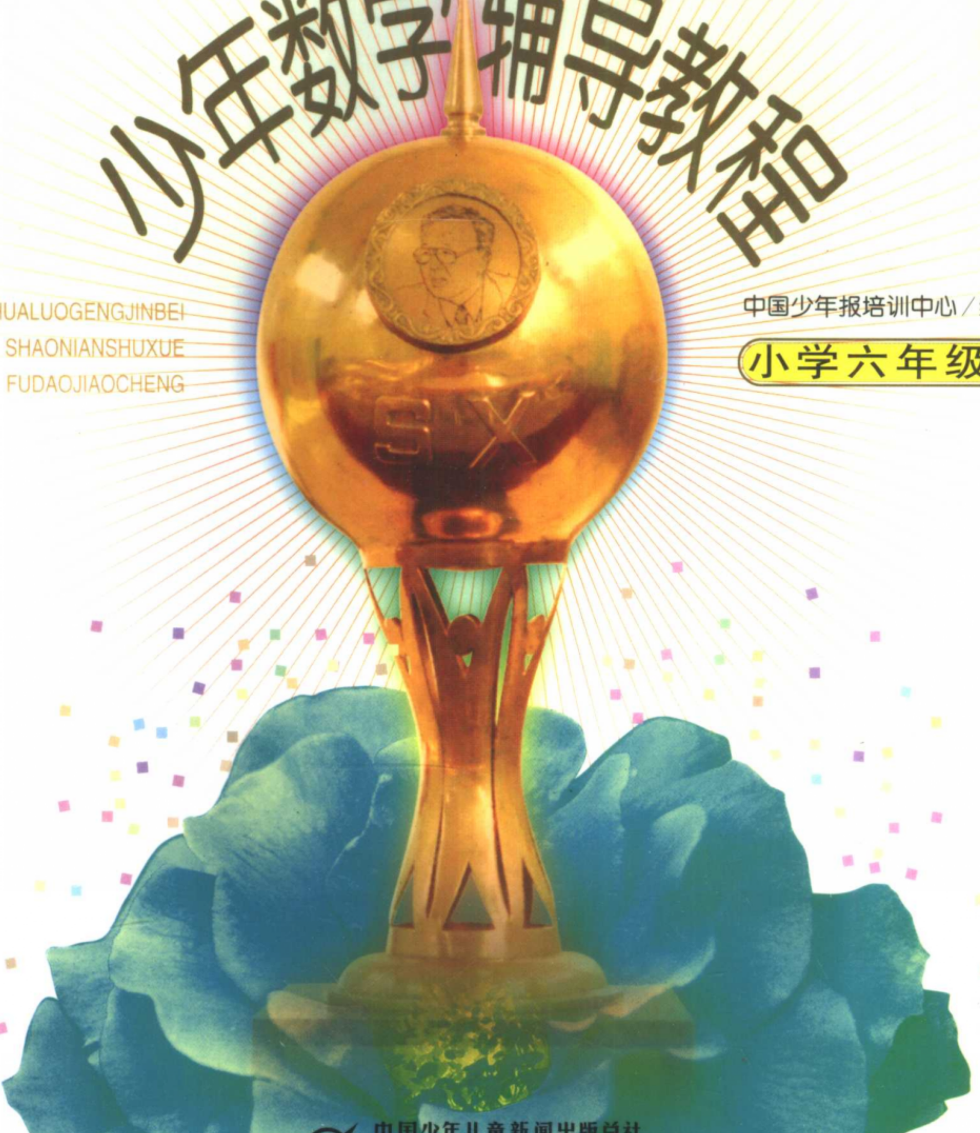
华罗庚金杯

少年数学辅导教程

HUALUOGENGJINBEI
SHAONIANSHUXUE
FUDAOJIAOCHENG

中国少年报培训中心／编

小学六年级



中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

华罗庚金杯

少年数学辅导教程

HUALUOGENGJINBEI
SHAONIANSHUXUE
FUDAOJIAOCHENG

中国少年报培训中心/编

丛书总主编 ≡ 邵二湘

{小学六年级}

本册主编

邵二湘

编　　写

邵二湘

中国少年儿童新闻出版总社
中国少年兒童出版社

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚金杯少年数学辅导教程．小学六年级/邵二湘主编;邵二湘编写.—北京:中国少年儿童出版社,2006.3(2006.12 重印)

ISBN 7-5007-7968-2

Ⅰ.华…　Ⅱ.①邵…②邵…　Ⅲ.数学课-小学-教学参考资料　Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第006308号

HUA LUO GENG JIN BEI SHAO NIAN SHU XUE FU DAO JIAO CHENG

出 版 发 行：中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社
出 版 人：李学谦
执行出版人：赵恒峰

策　划：张玲　司布　　装帧设计：刘静
责任编辑：马新港　　责任校对：龙根兴
责任印务：金文涛

社　址：北京市东四十二条21号　邮政编码：100708
总 编 室：010-64035735　传　真：010-64012262
发 行 部：010-84037667　010-64032266-8269
http：//www.ccppg.com.cn
E-mail：zbs@ccppg.com.cn

印刷：河北新华印刷一厂　经销：新华书店

开本：880×1230　1/32　印张：12.75　插页：1
2006年3月第1版　2006年12月河北第2次印刷
字数：200千字　印数：15001—26000册

ISBN 7-5007-7968-2/G·5986　定价：19.00元

出版说明

“华罗庚金杯”少年数学邀请赛，是为了纪念世界数学大师华罗庚教授，在1986年由中国少年报社(现为中国少年儿童新闻出版总社)、中国优选法统筹法与经济数学研究会、中央电视台青少中心等单位联合发起创办，由中国少年报承办的全国性赛事，至今已20年了。20年来，全国已有数千万计的中小学生参与了这一赛事。这项活动大大激发了同学们学习数学的兴趣，普及了数学科学知识，弘扬了华罗庚教授热爱祖国、献身科学的爱国主义精神，为提高民族素质做出了积极的贡献。

中国少年报社培训中心是因承办“华杯赛”的需要而建立的，主要从事“华杯赛”的组织、培训工作。目前市场上林林总总的培训辅导书以及各种名目的数学竞赛繁多，各参赛城市教练员和选手均有无所遵循之感。他们纷纷要求我们编写一套相对稳定，实用性、针对性强，老师、学生都容易上手的“华杯赛”培训辅导用书。因此，我们编写了这套《华罗庚金杯少年数学辅导教程》。

这是一套完整的数学培训教材，是专为小学二至六

年级,初中一、二年级的学生开展数学课外活动而编写的;旨在全面提高中小学生的数学素质,培养他们的创新精神和解决实际问题的能力。

本丛书是多年来培训工作的结晶,全部由来自北京及其他参赛城市从事“华杯赛”组织、培训工作多年的特级教师、教研员、金牌教练员和教学一线的老师编写,由各城市教研员及专家教授把关。它以实际教学经验为主,博采众家之长;以“华杯赛”为主,同时包容了其他赛事。和同类书相比,本书权威性、实用性、趣味性更强,更便于老师培训辅导和学生自学。

本书是作者将自己从事培训、教学工作多年的教案、讲稿经过加工整理,并几易其稿编写而成的,最后又经有四十余年教学经验和十几年“华杯赛”命题工作经验的邵二湘老师统稿成书,在此向他们表示衷心感谢!

最后,恳请广大读者将使用中的意见或建议及时反馈给我们,以便我们进一步完善本书。

中国少年报社培训中心

目 录

第1讲　分数计算与巧算

【培训提示】

1. 分数计算与巧算的常用技巧和一般方法。

2. 速算和巧算的方法选择和技巧的运用。

分数的计算与巧算,需要掌握一定的技巧方法,还要充分利用分数本身的特点,选择恰当的方法。

在分数的计算与巧算中,常用到下面的思想方法:

(1)归纳思想方法。就是根据题目特点,由特殊到一般,探寻其中的规律。如从纷繁复杂的题目中选择几个数目较小的部分进行尝试,在充分利用题目特点的基础上总结出解答难题的规律。

(2)正、逆向思维相结合的思想方法。如速算和巧算中常采用逆向运用分配律,就是需要根据题目特征,或经过转化,使其符合乘法分配律的知识要求。

本讲着重学习分数计算与巧算中的常用技巧和一般方法。

【培训示例】

例1　计算　$2003 \div 2003\frac{2003}{2004}$

[分析与解]根据题目特点，如果利用“$A\div B=1\div\frac{B}{A}$”，本题就可以避免先将带分数化成假分数，后再相除的一般做法，而采用同数相除商为1的巧办法。

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=1\div\frac{2003\frac{2003}{2004}}{2003}\\
&=1\div1\frac{1}{2004}\\
&=\frac{2004}{2005}
\end{aligned}
$$

注：本题的巧算“巧”在倒数概念的运用。

例2 计算 $3\frac{3}{5}\times2345+5555\div\frac{25}{256}+654.3\times36$

[分析与解]因为“除以一个数，等于乘以这个数的倒数”，所以，本题可看作“求三个乘积的和”。如果这三个乘积中有相同的因数，那么就可以逆向运用乘法分配律，得到巧解。

观察题目中数据，$3\frac{3}{5}$就是3.6，36也可以化为3.6×10，而$\frac{25}{256}$的倒数也同样可以看作是与3.6相关的数。因此，本题可以先将“$3\frac{3}{5}\times2345+654.3\times36$”简算后，再进一步巧算，所以本题可以这样巧算：

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=3.6\times2345+6543\times3.6+5555\times\frac{256}{25}\\
&=3.6\times(2345+6543)+5555\times10.24\\
&=3.6\times8888+5555\times10.24
\end{aligned}
$$

$=1111\times(3.6\times8+5\times10.24)$

$=1111\times(28.8+51.2)$

$=88880$

注:本例根据题目的特点,两次逆向运用乘法分配律。说明计算与巧算的全过程中,都需要认真观察、仔细审题。

例3 计算 $\dfrac{1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}+\cdots+27\frac{28}{29}+28\frac{29}{30}}{3\frac{1}{3}+5\frac{2}{4}+7\frac{3}{5}+\cdots+55\frac{27}{29}+57\frac{28}{30}}$

[分析与解]初看题目,分子、分母都是一组有一定规律的数列,可以先分别求出和,再求它们的商,但事实上,求出和的结果是不易做到的。

再仔细观察分子、分母,可以发现对应项之间存在一定的规律:$3\frac{1}{3}\div1\frac{2}{3}=\frac{10}{3}\times\frac{3}{5}=2$,$5\frac{2}{4}\div2\frac{3}{4}=\frac{22}{4}\times\frac{4}{11}=2$,$7\frac{3}{5}\div3\frac{4}{5}=\frac{38}{5}\times\frac{5}{19}=2$ … $55\frac{27}{29}\div27\frac{28}{29}=\frac{1622}{29}\times\frac{29}{811}=2$,$57\frac{28}{30}\div28\frac{29}{30}=\frac{1738}{30}\times\frac{30}{869}=2$。说明分母的总和正好是分子总和的2倍,所以:

$$原式=\frac{1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}+\cdots+27\frac{28}{29}+28\frac{29}{30}}{2\times\left(1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}+\cdots+27\frac{28}{29}+28\frac{29}{30}\right)}$$

$$=\frac{1}{2}$$

注:在计算 $55\frac{27}{29}\div27\frac{28}{29}$时,如果不用常规的办法,先将带分数转化为假分数,而是利用题目中的数据,再经过转化,逆向运用乘

法分配律，就更简便。如：

被除数 $=55\times29+27$

$=54\times29+(27+29)$

$=2\times(27\times29)+2\times28$

$=2\times(27\times29+28)$

除　数 $=27\times29+28=27\times29+28$

仍然可以看出被除数正好是除数的 2 倍。

所谓仔细观察题目就是除了对全题的观察要仔细，对题中的每个局部也要仔细，只有这样才更能找到全题的特点所在。

例 4　已知 $\dfrac{\dfrac{1\frac{\square}{28}+1\frac{2}{7}}{5-4\frac{2}{21}\times0.75}}{\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{5}{7}\times1.4}{\left(4-2\frac{2}{3}\right)\times3}}=4.5$

求 $\square=($　　　　$)$

[分析与解]从题目看，这是一道繁分化简的逆向演算。由于繁分数的分子、分母又都是分数、小数的四则混合运算，所以还是先采用繁分化简的方法，分别化简繁分的分子、分母，然后再逆向求解。

繁分数的分子 $=\dfrac{1\frac{\square}{28}+1\frac{8}{28}}{5-\frac{86}{21}\times\frac{3}{4}}=\dfrac{2\frac{\square+8}{28}}{5-\frac{43}{14}}=\dfrac{2\frac{\square+8}{28}}{\frac{27}{14}}$

$$\text{繁分数的分母}=\frac{\frac{1}{3}+\frac{5}{7}\times\frac{7}{5}}{\frac{4}{3}\times 3}=\frac{\frac{1}{3}+1}{4}=\frac{4}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$$

这样,原式化简为:

$$\text{已知}\frac{\frac{2\frac{\square+8}{28}}{\frac{27}{14}}}{\frac{1}{3}}=4.5,\text{求}\square=(\qquad)\text{了。}$$

$$\text{则:}\frac{2\frac{\square+8}{28}}{\frac{27}{14}}=\frac{9}{2}\times\frac{1}{3}$$

$$2\frac{\square+8}{28}=\frac{9}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{27}{14}$$

$$2\frac{\square+8}{28}=\frac{81}{28}$$

$$2\frac{\square+8}{28}=2\frac{25}{28}$$

因此,$\square=25-8=17$

注:逆向计算的问题,实际上是化简求值的问题。化简时要注意格式,不是上下脱式相等,而是一个比一个更简单的等式。

例 5 化简 $0.10\dot{7}\times\frac{1}{0.0\dot{7}+\frac{1}{0.\dot{8}+\frac{1}{9}}}$

[分析与解]题目是繁分数化简，可是分子、分母中又有循环小数，所以我们先学习循环小数转化为分数的方法：

纯循环小数化为分数：

$$0.\dot{1}=\frac{1}{9},\quad 0.\dot{2}\dot{5}=\frac{25}{99},\quad 0.\dot{8}=\frac{8}{9},\quad \cdots\cdots$$

纯循环小数中，循环节的数字的个数，就是分母 9 的个数；循环节的数字，就是分子。化为分数后，能约分的要约分，如：

$$0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3},\quad 0.\dot{1}\dot{2}=\frac{12}{99}=\frac{4}{33}\quad \cdots\cdots$$

混循环小数化为分数：

$$0.0\dot{1}=\frac{1}{90},\quad 0.1\dot{2}=\frac{12-1}{90}=\frac{11}{90},\quad 0.0\dot{7}=\frac{7}{90},$$

$$0.10\dot{7}=\frac{107-10}{900}=\frac{97}{900}\quad \cdots\cdots$$

混循环小数中，循环节数字的个数就是分母 9 的个数，不循环的数字的个数就是分母 9 后面的 0 的个数；小数点右面到循环节的数减去不循环部分的数，所得的差就是分子。同样，化为分数后能约分的要约分，如：

$$1.07\dot{3}=1\frac{73-7}{900}=1\frac{66}{900}=1\frac{11}{150},\quad 0.23\dot{4}\dot{5}=\frac{2345-23}{9900}=\frac{2322}{9900}$$

$$=\frac{129}{550}\quad \cdots\cdots$$

所以，本题可以这样化简：

$$\text{原式}=0.10\dot{7}\times\frac{1}{0.0\dot{7}+\frac{1}{\frac{8}{9}+\frac{1}{9}}}$$

$$=0.10\dot{7}\times\frac{1}{0.0\dot{7}+1}$$

$$=0.10\dot{7}\times\frac{1}{1\frac{7}{90}}$$

$$=\frac{97}{900}\times\frac{90}{97}$$

$$=\frac{1}{10}$$

注:混循环小数化分数也可以套用纯循环小数化分数的办法。如本题中 $0.0\dot{1}=0.\dot{1}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{9}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{90}$,$0.1\dot{2}=1.\dot{2}\times\frac{1}{10}=1\frac{2}{9}\times\frac{1}{10}=\frac{11}{90}$,$0.10\dot{7}=10.\dot{7}\times\frac{1}{100}=10\frac{7}{9}\times\frac{1}{100}=\frac{97}{900}$,…即先扩大 10、100、1000 倍,将混循环小数转化为纯循环小数,化成分数后再缩小到原来的$\frac{1}{10}$、$\frac{1}{100}$、$\frac{1}{1000}$…

例 6 下面算式的结果正好是个最简分数,试求这个最简分数的分母。

$$\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{6}\times\frac{5}{2}\times\frac{6}{6}\times\frac{7}{2}\times\frac{8}{6}\times\cdots\times\frac{99}{2}\times\frac{100}{6}$$

[分析与解]本题显然不能去直接计算,一百个因数相乘,谈何容易。观察题目中的分子、分母,都有质因数 2 或 3,且分母中除质因数 2 和 3 以外,没有其它的质因数,所以约简时,就是看分子、分母中,因数 2 和 3 的个数。

因为 1～100 中,因数 2 的个数为:

$$\left[\frac{100}{2^1}\right]+\left[\frac{100}{2^2}\right]+\left[\frac{100}{2^3}\right]+\cdots+\left[\frac{100}{2^6}\right]\quad(2^6=64)$$

$$=50+25+12+6+3+1=97(个)$$

1～100 中，因数 3 的个数为：

$$\left[\frac{100}{3^1}\right]+\left[\frac{100}{3^2}\right]+\left[\frac{100}{3^3}\right]+\left[\frac{100}{3^4}\right]\quad (3^4=81)$$

$=33+11+3+1$

$=48$(个)

从以上计算可知：

分子正好是 1～100，所以有因数 2 的个数是 97 个，有因数 3 的个数是 48 个；

分母是 50 个 2 与 50 个 2、3 相乘的 6 组成，所以有因数 2 的个数是(50＋50)个，有因数 3 的个数是 50 个。

因此，本题的计算结果只考虑约简后，分母还有多少个因数 2 和多少个因数 3 即可：

$2^{100-97}\times3^{50-48}=2^3\times3^2=72$

答：结果的分母是 72。

注：决定计算“巧”与否，关键是找到题目中已知条件与所求问题间的本质的联系。

例 7 计算

$$\frac{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{1997}-\frac{1}{1998}+\frac{1}{1999}}{\frac{1}{1+1999}+\frac{1}{2+2000}+\frac{1}{3+2001}+\cdots+\frac{1}{999+2997}+\frac{1}{1000+2998}}$$

[分析与解]观察题目可知，要求计算的繁分数的分子与分母都是较为复杂的分数数列，所以不妨先分别计算繁分数的分子和分母，然后再计算最后结果。

观察繁分数的分子，虽然是一列分母从 1 开始的分数单位的数列，但分母是偶数的分数单位都是减数，所以，得运用一加

一减的技巧来满足等差数列求和的条件。

观察繁分数的分母，虽然也是一列分数单位的数列，但分母是从 2000 开始的偶数，所以需分别都提取$\frac{1}{2}$公因数后，才能使分母转化为从 1000 开始的自然数列。因此：

$$\text{分子}=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{1997}+\frac{1}{1998}+\frac{1}{1999}\right)$$

$$-2\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{1998}\right)$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{1999}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{999}\right)$$

$$=\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{1999}$$

$$\text{分母}=\frac{1}{2000}+\frac{1}{2002}+\frac{1}{2004}+\cdots+\frac{1}{3996}+\frac{1}{3998}$$

$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{1999}\right)$$

$$\text{原式}=\frac{\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{1999}}{\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1001}+\cdots+\frac{1}{1999}\right)}$$

$$=2$$

例 8 令 $a=1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{99^2}-\frac{1}{100^2}$

则 a 的十分位的数字是几？

[分析与解]观察题目中的分数，其分母都是完全平方数，且分母是偶数平方的分数为减数，所以可以运用两数平方差的计

算方法，先两项两项的求值。但认真审题可知，要求的是 a 的十分位的数字，因而没有必要去计算并不影响十分位的分数值，只需求出 a 的十分位的取值范围即可，这样就可以避免两项两项的求值的烦琐。

为了避免烦琐的计算，可以利用大于零的数相加的和必定大于其中的加数这一规律来确定 a 的取值范围：

$$a=1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{5^2}\right)-\left(\frac{1}{6^2}-\frac{1}{7^2}\right)-\cdots-\left(\frac{1}{98^2}-\frac{1}{99^2}\right)-\frac{1}{100^2}$$

$$=1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\frac{1}{16}+\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{6^2}\right)+\left(\frac{1}{7^2}-\frac{1}{8^2}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{99^2}-\frac{1}{100^2}\right)$$

因为$\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{6^2}\right)$、$\left(\frac{1}{7^2}-\frac{1}{8^2}\right)\cdots\left(\frac{1}{99^2}-\frac{1}{100^2}\right)$，每个括号内的数都大于零

所以：$1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\frac{1}{16}+\frac{1}{25}-\frac{1}{36}<a<1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}$

进而：

$1-0.25+0.11-0.0625+0.04-0.028<a<1-0.25+0.11$

即 $0.8095<a<0.86$

因此，a 的十分位的数字是 8。

注：分数的计算与巧算，与整数、小数的计算与巧算一样，同样也需要灵活运用某些技巧，或综合运用某些速算方法，甚至有时还需要经过一定的转化才能实现。当然，能顺利进行速算或巧算，同样是以认真观察、掌握题目特征为前提条件的。也就是说，要