




高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

理论力学 学习辅导

贾书惠 编著
Jia Shuhui



清华大学出版社

 Springer



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

理论力学 学习辅导

贾书惠 编著
Jia Shuhui



清华大学出版社
北京



Springer

内 容 简 介

本书为学习理论力学课程的辅导教材,包括静力学、运动学、动力学及分析力学基础四部分共12章。每章均包括内容提要、基本要求、典型例题、疑难解析和补充习题五项内容。本书可以帮助学生掌握理论力学的课程内容,加深对概念及理论的理解,提高分析问题及解决问题的能力;并且能够开阔视野、提高对理论力学的学习兴趣。

本书是《理论力学教程》(贾书惠编著,清华大学出版社,2004)的配套教材之一,章节编排与主教材一致;但本书也完全可以独立使用。本书适用于高等院校本、专科理工类学生,也可作为教师的教学参考用书,对报考研究生的学生也大有裨益。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

理论力学学习辅导/贾书惠编著. —北京:清华大学出版社,2007.11

(高等院校力学学习辅导丛书)

ISBN 978-7-302-15513-3

I. 理… II. 贾… III. 理论力学—高等学校—教学参考资料 IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 092017 号

责任编辑:杨倩 李媿

责任校对:焦丽丽

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印刷者:北京市清华园胶印厂

装订者:三河市兴旺装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:175×245 印 张:21.5 字 数:416千字

版 次:2007年11月第1版 印 次:2007年11月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:29.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:024198-01

前 言

理论力学是高等院校理工科的一门重要基础课程。理论力学的教学和学习有一些特点。首先,虽然定理、公式不多,概念与理论貌似浅显,但难以深入掌握。习题多变,解题过程中对力和运动的缜密分析及对定理的灵活运用往往构成难点。另外,理论力学研究的物体的机械运动与日常生活及工程实际有广泛的联系,因此,可用理论力学的知识解释不少自然现象或解决一些科技问题,这又构成了学习理论力学的一大乐趣。编写本书的目的就是希望读者在学习理论力学的过程中加深对概念及理论的理解、提高分析问题及解决问题的能力,并能联系实际、增加学习兴趣。

全书共 12 章,每章均包含 5 个部分。

“内容提要”总结了本章的主要内容,着重说明研究思路、主要结论及重要公式,同时也指出了知识点。

“基本要求”指出了应该一般了解的、重点掌握的和熟练应用的各项内容,读者可在学习过程中参考,并在学完本章后检查。

“典型例题”中大部分为综合型题目,以利提高解题能力。解题步骤规范化,有利于培养读者解题时的正确思考方法。每题均有“要点及讨论”。“要点”指设题的目的和重点、解题关键。“讨论”则包括对概念及解题方法的深入与扩展,许多题都给出了一题多解,并对各法进行比较与评论。学生解题往往止步于求出答案,对运动特性则缺乏分析,本书在这方面有很大的提高。

“疑难解析”部分讨论了理论力学学习中的难点或容易混淆、忽略的问题。共有约 60 个条目,一部分属于加深对概念、理论及方法论的理解;一部分总结了各种解题规律;还有几条用于扩大与理论力学学习有关的知识面。

“补充习题”类型比较齐全、内容比较丰富,以使读者得到比较全面的训练。

本书是与主教材《理论力学教程》(清华大学出版社,2004)配套的教学参考书,主教材以二维平面问题为重点,所以本书也侧重二维平面问题。又因本书内容涵盖了理论力学课程的基本要求,所以本书完全可以独立使用。特别是“疑难解析”及“典型例题”的讨论部分,包含了作者多年的教学经验,对青年教师会有所裨益;而对各种典型例题的求解及讨论均十分细致、深入,这对考研的读者也会大有帮助。

本书的编写得到清华大学理论力学教研室教师们的热心帮助。李万琼、张怀瑾、李苹、薛克宗、高云峰提供了部分例题与习题;于效光绘制了部分插图,此外,本书还引用了参考文献中的部分习题,在此一并表示感谢。

本书不当之处敬请国内同行指正。

作者

2007年5月

目 录

第 1 章 力的性质与物体受力分析	1
1.1 内容提要	1
1.2 基本要求	3
1.3 典型例题	3
1.4 疑难解析	6
1.5 补充习题	10
第 2 章 平面力系的简化与平衡	13
2.1 内容提要	13
2.2 基本要求	16
2.3 典型例题	17
2.4 疑难解析	36
2.5 补充习题	44
第 3 章 空间力系的简化与平衡	53
3.1 内容提要	53
3.2 基本要求	56
3.3 典型例题	56
3.4 疑难解析	65
3.5 补充习题	70

第 4 章 点的运动与刚体的简单运动	79
4.1 内容提要	79
4.2 基本要求	81
4.3 典型例题	81
4.4 疑难解析	90
4.5 补充习题	94
第 5 章 点的复合运动	101
5.1 内容提要	101
5.2 基本要求	103
5.3 典型例题	103
5.4 疑难解析	117
5.5 补充习题	123
第 6 章 刚体的平面运动	130
6.1 内容提要	130
6.2 基本要求	132
6.3 典型例题	132
6.4 疑难解析	144
6.5 补充习题	149
第 7 章 质点动力学	158
7.1 内容提要	158
7.2 基本要求	161
7.3 典型例题	161
7.4 疑难解析	177
7.5 补充习题	184
第 8 章 质系动力学	191
8.1 内容提要	191
8.2 基本要求	195
8.3 典型例题	195
8.4 疑难解析	204

8.5 补充习题	211
第9章 刚体动力学	218
9.1 内容提要	218
9.2 基本要求	221
9.3 典型例题	221
9.4 疑难解析	236
9.5 补充习题	245
第10章 达朗贝尔原理	254
10.1 内容提要	254
10.2 基本要求	256
10.3 典型例题	256
10.4 疑难解析	266
10.5 补充习题	268
第11章 分析静力学基础	274
11.1 内容提要	274
11.2 基本要求	276
11.3 典型例题	277
11.4 疑难解析	284
11.5 补充习题	287
第12章 分析动力学基础	293
12.1 内容提要	293
12.2 基本要求	294
12.3 典型例题	295
12.4 疑难解析	308
12.5 补充习题	312
习题答案	316
参考文献	333

第 1 章

力的性质与物体受力分析

1.1 内容提要

1. 力及力的性质

力是物体间相互的机械作用,其效果是改变物体的运动状态(外效应)或使物体变形(内效应)。力对物体的作用效果取决于三个因素:大小、方向、作用点,统称为力的三要素。在数学上,力用矢量 F 表示,力的单位是牛顿,简称牛,可用 N, kN 表示。作用在物体上的一组力称为力系。力的基本性质有:

(1) 平行四边形法则 作用在同一点的两个力可以合成一个力,合力的作用点也在该点,大小与方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。数学上,二力 F_1, F_2 合力 F 的大小与方向用二力的矢量和表示: $F = F_1 + F_2$ 。

(2) 加减平衡力系原理 在给定力系上增加或减少任意平衡力系,不改变原力系对刚体的作用。

(3) 作用与反作用定律 两物体间存在作用力与反作用力,两力大小相等、方向相反,分别作用在两个物体上。

(4) 刚化公理 如果变形体在某一力系作用下处于平衡,则将此变形体刚化为刚体时,其平衡状态不变。因此,刚体上力系的平衡条件只是变形体平衡的必要条件。

根据力的这些性质,可以直接推出刚体上力的可传性及二力平衡条件和三力平衡条件。

2. 力矩及其计算

力矩 $M_O(\boldsymbol{F})$ 是力 \boldsymbol{F} 使物体绕矩心 O 转动效果的度量。平面中,力矩是代数量。

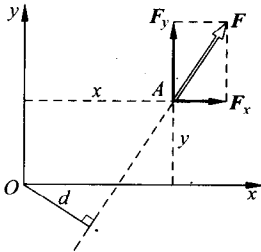


图 1-1 力矩计算

计算力矩可以直接根据定义(d 为力臂)

$$M_O(\boldsymbol{F}) = \pm Fd \quad (1-1)$$

也可以用坐标形式(图 1-1)

$$M_O(\boldsymbol{F}) = xF_y - yF_x \quad (1-2)$$

式(1-2)还表明,计算力矩时也可以用合力之矩定理:合力的力矩等于分力对同一矩心的力矩的代数和。

3. 力偶及力偶的性质

大小相等、方向相反,且不作用在同一直线的两个力 $\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F}'$ 组成为力偶。力偶无合力,也不能被一个力平衡;力偶是最简单的力系之一。力偶的作用是使物体转动,转动的效果用力偶矩 M 度量。平面中,力偶矩是代数量(d 为力偶臂)

$$M(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F}') = M = \pm Fd \quad (1-3)$$

力偶的性质:

- (1) 力偶可以在它的作用平面内任意转移,而不改变它对刚体的作用。
- (2) 可以改变力偶中力的大小及力偶臂的长短,只要保持力偶矩不变,则力偶对刚体的作用也不变。

4. 约束及约束力

物体在空间的运动不受任何限制,称为自由体;如果受到预先给定的限制,则称为非自由体;而对非自由体运动的限制就称为约束。约束对非自由体的作用力称为约束力,其方向与所阻碍的物体运动方向相反。约束力的大小与方向除与约束性质有关外,还取决于非自由体所受的主动动力,因而约束力是被动力。实际工程中,约束都比较复杂,但经过简化后,可以抽象成一些理想的约束模型。一些最基本的理想的约束模型见表 1-1。

5. 物体受力分析与受力图

在研究物体的平衡或运动之前,必须首先进行物体的受力分析,步骤如下:

- (1) 明确研究对象。对物体系统情况,可取系统的整体或某一局部。
- (2) 将此研究对象单独画出,即取分离体。
- (3) 用矢量标出其上的主动载荷。

(4) 根据约束性质,标出约束力以取代所解除的约束。最后所得标明力的图称为受力图。将物体系拆开画受力图时,各部之间的作用力必须遵循作用与反作用定律,受力图中只画外力,不画内力。

表 1-1 理想的约束模型

约束类型	约束力特点	图 示
柔索	沿柔索的拉力	
光滑接触面	沿接触面公法线方向并指向被约束的物体	
光滑铰链(平面)	经过铰链中心,方向不定(取决于主动力)	
辊轴支座	经过辊轴中心且垂直于光滑支承面	

1.2 基本要求

1. 正确理解力的概念及力的性质,明确力是矢量。正确建立平面中力对点之矩的概念,掌握各种计算力矩的方法。
2. 正确建立力偶及力偶矩的概念,熟悉平面中力偶的两个性质。
3. 熟知几种典型约束(柔索、光滑面、平面铰链、辊轴)的约束性质及所提供约束力的特征。能够根据确定约束力方向的原则判断所遇到的新约束的约束力方向。
4. 熟练掌握物体受力分析的各个步骤,能够正确无误地画出受力图,明确物体受力分析及画受力图是学习理论力学的基本功。

1.3 典型例题

例 1-1 对图 1-2(a)结构中的杆 AB 进行受力分析,画受力图(杆重不计)。

解 (1) 画出杆 AB 的分离体图,解除 B, D 处的铰链约束,根据铰链约束特性,其约束力各用两个分量表示,得杆 AB 的受力图如图 1-2(b)。这一过程符合受力分

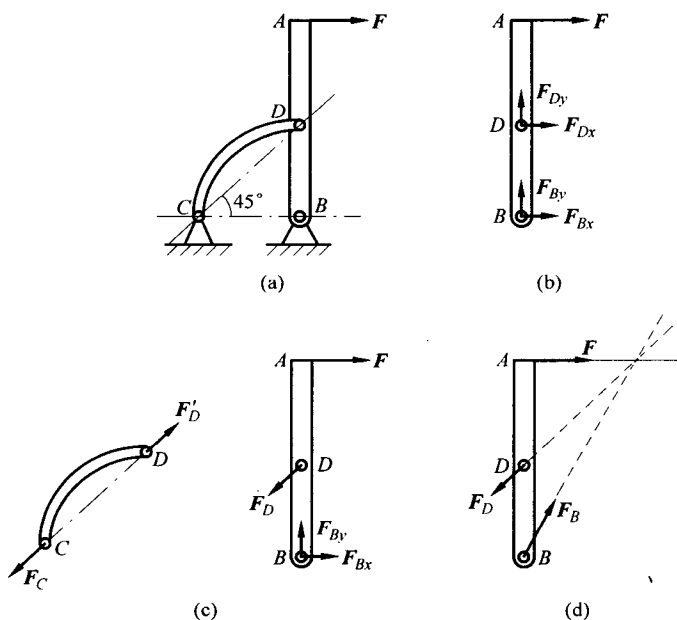


图 1-2 例 1-1 图

析原则,因而是正确的,但还不够深入与全面。

(2) 如果注意到杆 CD 的受力特点——它是二力构件,则可确定铰 D 处约束力的方向沿 CD 连线,再根据作用与反作用定律,可得杆 AB 的受力图如图 1-2(c),未知量减少一个。

(3) 杆 AB 在三点受力,根据三力平衡条件还可进一步确定铰 B 约束力的方向,受力图如图 1-2(d)。

要点及讨论

(1) 遵循正确的分析受力思路,熟悉各种约束力的特征,是画好受力图的关键。

(2) 发现结构中的二力构件,常可显著简化受力图。

(3) 本题中,杆 AB 的受力图有两个方案。图 1-2(d)中 F_B 方向已知,适用于后面所讲的几何法解题。但绝大多数问题都用解析法求解,必须计算已知力及约束力在各坐标轴的投影,因而图 1-2(c)是普遍的方案。

例 1-2 在图 1-3(a)的结构中,画出系统整体受力图及构成系统的各个部件的受力图。如果考虑杆 AB 及滑轮 B 的组合件,其受力图如何(不计杆、绳及滑轮的重量)?

解 (1) 考虑整体,解除铰 A 、 D 的约束,整体受力图如图 1-3(b)。

(2) 将系统拆开,画出杆 AB 、杆 CD 、滑轮 B 、销钉 B 、滑轮 G 及重物 H 的受力图。绳索的约束力为沿绳方向的拉力,铰链的约束力均用两个分力表示(因为没有铰

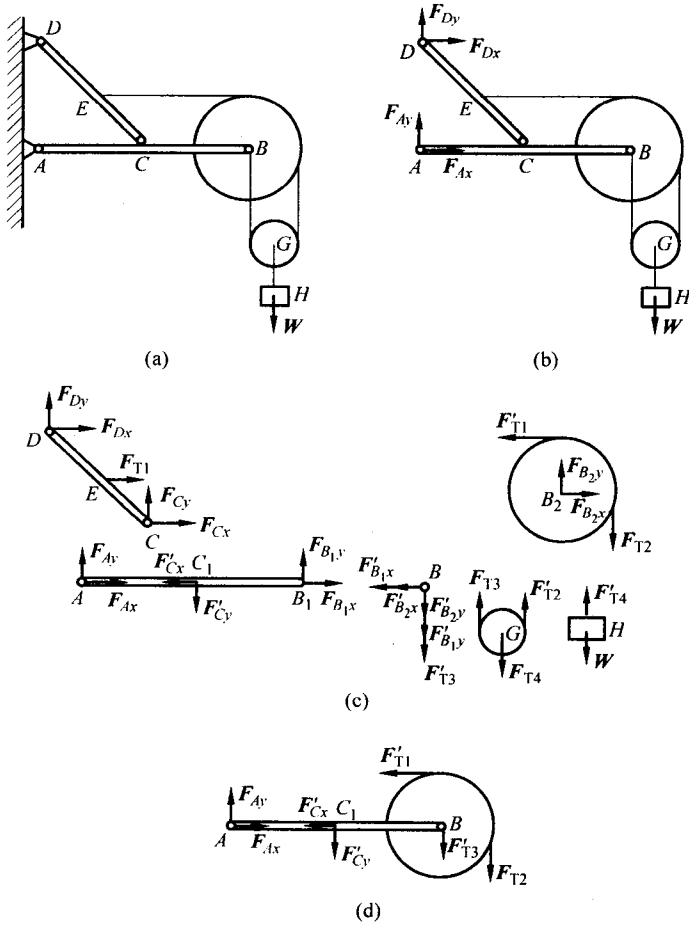


图 1-3 例 1-2 图

接的二力构件)。相连接的部件拆开时,彼此的作用力大小相等,方向相反;例如 $F'_{T1} = -F_{T1}$, $F'_{Cx} = -F_{Cx}$ 等。各部件的受力图如图 1-3(c)。

(3) 如果考虑杆 AB, 滑轮 B 及销钉 B 为一组合件整体, 则其受力图如图 1-3(d)。这时, 销钉 B 与杆 AB 间的作用力 $F_{B1,x}$, $F'_{B1,x}$, $F_{B1,y}$, $F'_{B1,y}$ 及销钉 B 与滑轮 B 间的作用力 $F_{B2,x}$, $F'_{B2,x}$, $F_{B2,y}$, $F'_{B2,y}$ 均为成对的内力, 不出现在受力图中。在组合件的 B 点, 只有绳对组合件的拉力 F'_{T3} 是外力, 应该且必须画出。

要点及讨论

(1) 本题为由许多部件组成的系统, 在拆开系统画各部件的受力图时, 各部件的相互作用力必须遵循作用与反作用定律。例如铰链 C 处, 分别作用在杆 AB 及杆 CD 上的力不能用一个力矢量符号表示, 必须用两个矢量符号 F_C , F'_C 表示; 且

$F'_{C_r} = -F_{C_r}$ 表示二力方向相反,大小相等 $F'_{C_r} = F_{C_r}$ 。

(2) 可能有的部件的受力图看起来似乎不能平衡,如销钉 B 。这是因为各约束力是未知量,其方向是我们假定的,而实际的约束力完全有可能与我们的假设方向相反;这时按我们的受力图所解出的约束力大小是个负值。同一题目中各约束力假设方向应统一,例如沿 x 轴分量 F_x 均与 x 轴正向一致。这样,解题的结果如果是 F_x 为正,则约束力方向指向 x 轴正向; F_x 为负,则指向 x 轴负向。

(3) 对由几个部件组成的组合件,应作为整体看待,在画其受力图时,不能出现内力;外力也是组合件以外的物体对组合件整体的作用,不必强调对组合件中哪一部件的作用。例如在受力图 1-3(d)中,力 F'_{T_3} 是绳对杆轮系统的外力,不必强调它作用在销钉上。

1.4 疑难解析

1. 不要混淆力的分力与力的投影

作用于一点的两个力可以按平行四边形法则合成一个力,因此一个力也可按此法则分解为两个力;特别是当已知两个分力的方向时,可以以此力 F 为对角线作平行四边形而得到两个分力 F_1, F_2 (图 1-4(a))。两个分力都是矢量。力在某轴的投影则表示力与某个有向轴之间的关系。过力矢量 F 的两端向某轴 l 作垂线,则两垂足间的有向线段 $A'B'$ 在轴 l 上的代数长(长度+正负号)即称为力 F 在轴 l 上的投影(图 1-4(b)),投影是代数量。显然,力的分力与力的投影是完全不同的概念,只有在力向两个相互垂直的方向分解时,力的分力的大小才等于力的投影的大小。

对一些简单的问题,使用力的分解概念即可解决问题。图 1-5 所示为一重 W 的圆柱架在光滑的 V 形槽内,现欲确定圆柱对槽壁的压力。由于槽壁光滑,圆柱与槽壁的作用力沿公法线 OA, OB 方向。将重力 W 按平行四边形法则向 OA, OB 分解,得分力 F_A, F_B ,且有 $F_A = F_B = W$ 。由于力系 (F_A, F_B) 与力 W 等效,可知圆柱对两槽

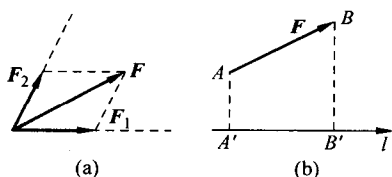


图 1-4 力的分力与力的投影

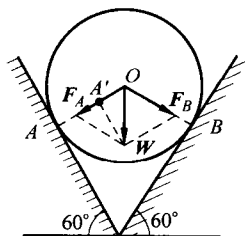


图 1-5 圆柱的压力

壁的压力均为 W 。必须指出,力 W 在 OA 上的投影长度为 $OA' = W \cos 60^\circ = \frac{1}{2} W$; 如果混淆分力与投影,必然发生错误。

2. 分力总比合力小吗?

有一种印象,似乎分力总比合力小,这是不对的。图 1-6(a)就是分力大于合力的例子,而且两分力的夹角愈大,分力就愈大,甚至可以几倍、几十倍于合力。工人试图用吊车起吊一个构件,在构件的两耳上拉起一根钢索,钢索很粗,其能承受的拉力数倍于构件的重量;但当采用图 1-6(b)的方案时,钢索仍被拉断,采用图 1-6(c)的方案才是安全的。

分力可以比合力大,这就意味着小力可以产生大力。一辆汽车陷入泥潭,几个人直接用绳去拉,也难以拉出。如果在汽车的前方能找到一棵树,将绳拴到树上并拉紧,这时几个人只要在绳的中部横向施力(图 1-7(a)),就有可能将汽车拉出泥潭。图 1-7(b)是一个简易的拔桩装置,在 A 处施加向下的力 F_1 ,在绳 AB 中可产生较大的拉力 F_2 ,继而在 B 点产生更大的拔桩力 F_3 。根据力的分解概念,经过简单几何运算,可得 $F_3 = F_1 \cot \alpha \cot \beta$ 。当 $\alpha = \beta = 10^\circ$ 时,有 $F_3 = 32.2 F_1$,即在 A 点向下施加 300N(约 30kg 力)的力,可在 B 点产生 9.65kN(约 1t 力)的拔桩力。

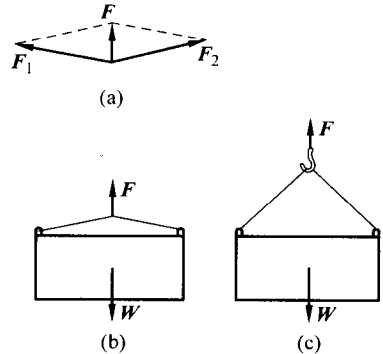


图 1-6 分力可以大于合力

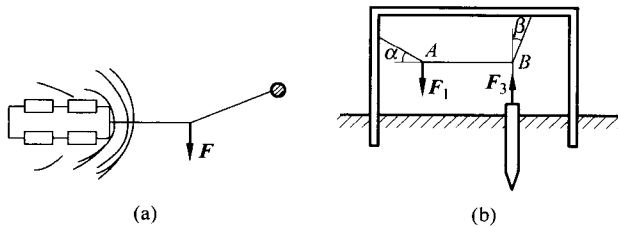


图 1-7 小力可以产生大力

机器中常采用皮带传动,图 1-8(a)是皮带轮与平皮带的剖面图。皮带传动的最大拉力或力矩(不打滑的临界值)与皮带在皮带轮上的正压力 F_N 及二者的摩擦因数 f_s 的乘积 $f_s F_N$ 成正比。为了增大传动力可将平皮带换成三角皮带(图 1-8(b)),这时在同样的 F_N 下,在皮带轮上 V 形槽两侧的正压力为 $F'_N = F_N / 2 \sin \alpha$,皮带通过 V 形槽两侧传递的最大拉力与 $2 f_s F'_N = n f_s F_N$ 成正比,式中 $n = 1 / \sin \alpha$ 。因此,在完全相同的条件下,三角皮带比平皮带传递的最大拉力可以大几倍;当 $\alpha = 20^\circ$ 时, $n = 3$ 。

还应指出,对此处简单的平衡问题使用了力的分解,目的是阐明概念。一般情况

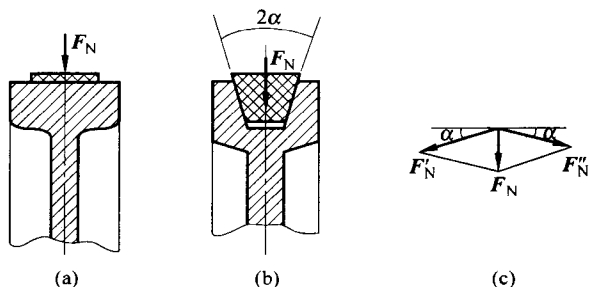


图 1-8 平皮带与三角皮带

下,在几何静力学中应该使用平衡方程作为规范方法解题,例如在图 1-7(b)中应依次考虑 A, B 点的平衡,列出平衡方程并进行数学求解。

3. 怎样确定约束力的方向

约束是对物体运动的限制,因此约束力方向与所限制的物体运动方向相反;根据这一原则可以确定各种约束力的方向。下面是另一些常遇到的约束。

(1) 固定端 又称插入端,可以将物体的端部完全固定,房屋建筑中的阳台砌入墙体就可简化为固定端约束。在这种约束下,物体不能左右、上下移动,也不能绕固定点转动,因此约束力有三个分量:分力 F_x, F_y 及力偶 M 。如果物体受空间力系的作用,由于固定端约束,物体既不能沿三坐标轴移动,也不能绕三坐标轴转动;约束力有六个分量: $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ 。图 1-9(a)给出了固定端约束的结构、简图及约束力。在主教材第 2、3 章中,从分布力系简化的角度得到同样的结论。

(2) 向心轴承 轴安装到轴承上时,可以绕轴心自由旋转,运动不受限制,由于轴承的厚度远小于轴的长度,故可以简化为一光滑圆环;因而轴承不能限制轴沿轴心方向的移动及绕任一直径方向的转动,只能限制轴沿直径方向的移动。据此,轴承的约束反力可用轴承平面中的两个垂直分量 F_x, F_y 表示(图 1-9(b))。(实际的轴承结构也限制轴的轴向移动及绕径向的转动,但能提供的限制力很小。为防止轴承破坏,设计时必须使这些方向的载荷极小,这也是前述简化的根据。)

(3) 止推轴承 在向心轴承的基础上添加轴向约束,以使轴能承受轴向负载。其约束力有三个分量 F_x, F_y, F_z (图 1-9(c))。

(4) 滑块与导轨 滑块(上面可以固结构件)可在光滑的导轨上自由滑动而不受限制,但不能作垂直导轨的移动,也不能转动。在平面力系作用下,导轨对滑块的约束力有两个分量:法向反力 F_N 及力偶 M (图 1-9(d))。但在更多的情况下,滑块与构件通过光滑铰链连接,这时导轨对滑块的约束力将只有法向力 F_N ,且通过铰链中心。因为这时构件给滑块的主动力通过铰链中心,滑块没有转动趋势,导轨自然也不会给出阻碍转动的反力偶(图 1-9(d))。

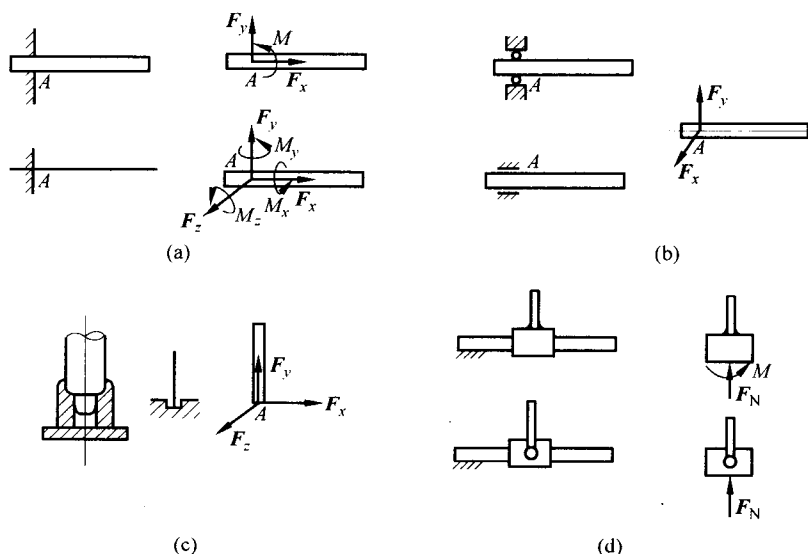


图 1-9 几种常见的约束及其约束力
(a) 固定端; (b) 向心轴承; (c) 止推轴承; (d) 滑块与导轨

4. 如何画好受力图

对物体进行受力分析是学习理论力学的基本功,受力图则是受力分析的成果;不论在静力学还是在动力学中,受力图都具有根本的意义。画受力图时,除遵循正确的受力分析步骤外,还应注意下面几方面易犯的错误。

(1) 不取分离体,将主动力与约束力直接画在结构图上。对单个物体问题,这样做容易造成漏力;对物体系统问题,则可产生严重错误。因为在物体联结处,相互作用力的方向是相反的,在平衡方程中极易引起符号混乱。

(2) 不仔细分析约束性质,约束力错误。图 1-10(a)、(b)的光滑接触中 A 处为尖角,因而可能得出错误的约束力方向。如果将尖角看成极小的圆角,再根据光滑面约束力沿公法线的性质,即可得出正确的约束力方向(图 1-10(c))。图 1-10(d)的 A 处为固定端约束,初学者往往将它与铰链约束混淆,因而漏掉约束力的力偶分量,正确的约束力为图 1-10(e)。

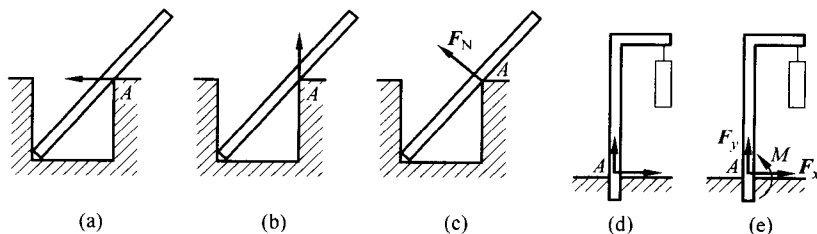


图 1-10 错误与正确的约束力