

高等学校教学用書

甜菜制糖的化学檢查

II. M. 西 林 著

高等 教育 出 版 社

高等学校教學用書



甜菜制糖的化学検査

M. 西 林 著
偉 強 說 功
李 王 譯 校
樹

高等教 育 出 版 社

本書係根據蘇聯國立食品工業出版社（Государственное изда-
тельство пищевой промышленности）1949年出版的西林教授（Проф.
П. М. Сихин）著“甜菜製糖的化學檢查”（Химический контроль
свеклосахарного производства）一書譯出。原書經蘇聯高等教育部
批准為高等食品工業學校的教科書。

全書分兩篇：第一篇講述糖品物的物理化學和化學的一般分析
方法，闡明了這些方法的目的、理論和手續；第二篇講述應用這些方
法來分析糖廠的原料、製品、半製品、輔助物料及廢產物的具體操作，
並指出了由分析所得到的結論。書末附有試劑製備法、附表及習題。
本書除供高等工業學校糖品物及食品工學專業等有關系科作為教科
書外，並可供製糖工業和食品工業中的技術人員參考。

書中比色測定法及濁度測定法兩節由王誥擔任翻譯，其餘均由
李偉強執筆。譯稿經華南工學院糖品物工學教研組主任陳樹功教授
校閱。

甜菜制糖的化学检查

П. М. 西 林 著

李偉強，王 誥譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業審查許可證出字第〇五四號)

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 15010·198 開本 850×1168 1/32 印張 87/16 字數 208,000

一九五五年五月上海第一版

一九五六年七月上海第三次印刷

印數 2,501—3,500 定價(10) 半 1.25

目 錄

| | |
|-----------------------------------|-----|
| 緒論 | 1 |
| 第一篇 一般的檢驗方法 | 3 |
| 物理化學檢驗方法 | 3 |
| 比重法 | 3 |
| 折光測定法 | 16 |
| 旋光測定法 | 27 |
| 比色測定法 | 61 |
| 濁度測定法 | 73 |
| 電位測定法和 pH 的測定 | 74 |
| 電導 | 91 |
| 黏度測定法 | 100 |
| 化學檢驗方法 | 104 |
| 水份和(真)乾固物的測定 | 104 |
| 礦物質(灰, 鈣鹽) | 107 |
| 還原物質(轉化糖) | 113 |
| 甜菜肉和纖維素 | 129 |
| 果膠質 | 133 |
| 含氮物質 | 145 |
| 鹼度和酸度(滴定的) | 154 |
| 膠體測定法 | 161 |
| 第二篇 甜菜糖廠的原料、半製品、製品及廢產物的檢驗方法 | 165 |
| 甜菜 | 165 |
| 滲出汁 | 179 |
| 廢渣和滲出器廢水 | 184 |
| 石灰乳 | 187 |
| 預加石灰 | 188 |
| 加灰汁 | 189 |
| 第一碳酸飽和汁與第二碳酸飽和汁 | 190 |
| 濾泥 | 195 |
| 糖漿 | 199 |

| | |
|----------------------|------------|
| 甲糖膏和乙糖膏 | 201 |
| 甲糖膏離心機分出的糖蜜 | 204 |
| 黃糖 | 204 |
| 白糖 | 205 |
| 廢蜜 | 210 |
| 水 | 216 |
| 附錄 | 218 |
| I. 試劑 | 218 |
| 澄清劑 | 218 |
| 指示劑 | 219 |
| 測定還原物質的試劑 | 219 |
| 測定氮的試劑 | 220 |
| 肥皂液 | 220 |
| II. 酷題 | 221 |
| 比重測定法 折光測定法 | 221 |
| 旋光測定法 | 222 |
| 比色測定法 | 223 |
| 電位測定法 | 224 |
| 電導 | 224 |
| 化學分析法 | 225 |
| 糖廠各種物料和製品的分析 | 226 |
| III. 附表 | 227 |
| IV. 參考書刊 | 261 |
| 中俄名詞對照表 | 262 |
| 中俄人名對照表 | 266 |

緒論

蘇聯甜菜製糖業的任務，就是從甜菜中製取最大量而品質最優的糖，供給勞動人民食用。

要製得最大量而品質最優的糖，必須在製造時遵循最適宜的技術規程以及精確地計算糖的損失和產率。因此，糖廠的化驗室便需要實行下列極其重要的職能：(1)檢查生產的全部工藝過程，決定它們的最好條件，並根據化驗室的檢驗結果來指導這些過程；(2)檢查成品糖的質量；(3)計算糖的產率和糖的損失。

糖份損失的計算和防止，乃屬糖廠化驗室十分重要的任務。譬如一個每晝夜處理一千噸甜菜的糖廠，其糖份損失雖僅為甜菜重量的 0.1%，也就表示每日要損失一噸糖，或約等於在一個生產季節裏要損失十車箱的糖。

為了計算糖的產率和糖的損失，需要知道怎樣來測定甜菜和製造過程所得各種廢物的含糖份。而要實現製造過程的檢查和糖的質量檢查，則除測定糖份之外，還須作許多能夠表徵製品質量和工廠各車間中非糖份含量變化的補充檢驗。所謂非糖份，係指被驗製品中除了水和糖以外的所有其他組成部分。

糖廠製品和半製品中乾固物含量的測定，對於它們的質量的檢查上，實有着最重大的意義。

知道了乾固物的含量和糖(蔗糖)的含量，就很容易(按兩者之差)求出“非糖份”的含量了。

純度是表示工廠各種製品質量的一個極其重要的指標，這就是 100 份乾固物中所含的糖份；例如某一製品的純度等於 88.0%，則在它的 100 份乾固物中便含有 88 份糖和 $100 - 88.0 = 12.0$ 份

非糖物。非糖份的含量隨着汁的提淨而遞減，純度則跟着遞增；反之，如果糖漿裏面所含的糖不斷的結晶出來，則留下母液（糖蜜）的純度自較原來的糖漿低。因此，製糖過程中半製品純度的測定，既可檢查汁的提淨過程，又可檢查糖的結晶過程。

由此可見，我們應該通曉蔗糖份、水份、純度、總非糖份和個別非糖份的測定方法。此外，還要測定足以表徵糖廠各種製品的一些物理性質（黏度，色度，濁度等）。

蘇聯的製糖檢查，完全使用各種國產的物理化學儀器（旋光計，折光計，電位計，光電管色度計，電導計等）。

蘇聯的科學家們研究出許多特殊的製糖檢查方法，這些方法都比較外國所採用的優良。例如用紙捲乾燥法和精密折光計來測定乾固物的方法，轉化糖和果膠質的測定，甜菜肉的檢驗法，親水膠體的測定，稀瀘泥的分析等皆是。

因此，甜菜製糖的化學檢查是一門研究化學和物理化學檢驗方法的科學，這些檢驗方法使我們能夠檢查整個製造過程的進行情形，從而導向以最經濟的辦法生產最大量的高品質的糖。

本書分為兩篇。

第一篇闡述一般的物理和化學檢驗法，這些方法可以測定被驗製品中任何一個組成部分（蔗糖份，乾固物，灰份，氮量等）。在敍述每一種測定法的時候，還同時指出測定的目的。

第二篇則敍述把一般的檢驗方法應用到各種製品和半製品（甜菜，汁，糖蜜等）全面檢驗的各個場合，而尤注意於由分析結果所作出的生產上的結論。

書末附有必需的計算用表，並附“試劑的製備”和“習題”等兩節。

第一篇 一般的檢驗方法

物理化學檢驗方法

物理化學檢驗方法由於實行起來既簡單而又快捷，特別適宜於生產的檢查，因此它在工業上的應用日益廣泛。

比重法

基本概念 一物質的重量對於同容積水的重量的比值叫做比重。例如，可以取溶液在 20° 時對同容積水在 4° 時（即在水的密度最大的時候）重量的比重。這樣的比重就是真比重，以符號 $d_{\frac{20}{4}}$ 表示之。

物質的真比重在數值上也等於該物質1毫升的重量克數（因為1毫升的水在溫度 4° 時重1克的緣故）。因此，要想知道某一容積液體的重量，應當用液體的真比重來乘這容積（毫升）。

在普通的比重瓶測定法當中，以測定溶液對同溫度的水的比重較為便利，如 $d_{\frac{20}{20}}$ ，這就是溶液在 20° 時對水在 20° 時的比重（視比重）。

測定比重時，本應取溶液和水的真重，即是稱重時要校正在空氣中所失去的重量，而算出在真空中稱重時應有的重量。但因這一類的計算過於麻煩，所以普通都很少這樣做，工業上多數是應用在測定時沒有校正在空氣中所失去重量的視比重。

對於同一溶液來說， $d_{\frac{20}{20}}$ 自然總是大過 $d_{\frac{20}{4}}$ 的，因為水在 4° 時的密度比在 20° 時大（從而某一容積水在 4° 時的重量就比同容積水在 20° 時為大）。水溶液的比重通常係隨溶質濃度的增大而

遞增(要是這溶質比水重的話)。由此可見，按照溶液的比重，就可以判斷其中所存在的物質的份量。這種**比重分析法**十分簡單易行，故其應用十分廣泛。

蔗糖水溶液的比重 要由蔗糖溶液的比重來判斷它的濃度，須應用一種依據實驗而製定的比重和濃度的對照表。附錄表 2 列出了蔗糖溶液的真比重($d\frac{20}{4}$)，這些數據是由極精密的計算所得出的。但一如前文所述，真比重的測定很是困難，所以我們又列出一種視比重($d\frac{20}{20}$)表(表 3)，後者在測定時沒有校正在空氣中所失去的重量，適用於通常的分析。

有時會遇到一些舊的蔗糖溶液比重表，它們是在 15° 或 17.5° 時測得的。但現時製糖工業中都是以 20° 為測定比重時的標準溫度。

觀乾固物 對於純蔗糖的水溶液，可以根據它的比重，藉表 3 找出溶液中蔗糖含量的百分數。但如果溶液裏面除了蔗糖之外，還含有任何其他的物質——這些物質可以總稱為**非糖份**，則它們也會使溶液的比重增大，而測得的值就會比溶液中所存在的蔗糖量大些。假使非糖份對溶液比重的影響程度也恰好和蔗糖一樣，那麼，我們就可以按比重，藉助求蔗糖的表來求出蔗糖和非糖份的總量，也即是溶液中所含的乾固物百分數。

在製糖工業中，按溶液的比重而近似地測定溶液中溶解的乾固物含量的方法，得到了很普遍的應用。但是應當注意，非糖份對於溶液比重的影響和蔗糖有所不同，故按比重所找出的值，並非係溶液中真乾固物的百分數，而僅係和它很近似的值，即所謂**視乾固物**而已。溶液愈純，真乾固物和視乾固物之差就愈小；對於化學純的蔗糖溶液，就完全沒有差別了。

至於廢蜜的溶液，這兩者之差竟達乾固物重量的 3% 以上。

一般說來，非糖份對溶液比重的影響是比蔗糖來得劇烈，故乾固物的視百分數總是比真百分數大些。表 4 所示，是在使用比重測定法而按照為蔗糖構成的表 3 的數據來計算非糖物的濃度時，所得出的數值與它們的實際濃度相較的倍數。

由表 4 可見，用比重法測定有機物（第一欄）所得數據並不見得太大（有一些有機物，如蘋果酸，脲的數值反而低些）。而對於同樣的有機酸的鉀鹽（第二欄），特別是其鈉鹽和鈣鹽（第三欄），所得出的結果則大得多。這種現象大概是和鹽類的電離作用以及離子的水化作用有關的。

對於糖廠製品裏面的非糖混合物，有時係定為：非糖份的 1 克實際乾固物，在用比重法測定時大約得出 1.1 克的視乾固物。由此可以進行校正和算出真乾固物的百分數。

例如，設在分析時找出了視乾固物為 17.3%、糖份 13.8%，則視非糖份為 $17.3 - 13.8 = 3.5\%$ ，真非糖份為 $\frac{3.5}{1.1} = 3.2\%$ 。而真乾固物的總量為 $3.2 + 13.8 = 17.0\%$ 。

上例中真乾固物是視乾固物的 $\frac{17.3}{17.0} = 1.018$ 分之一。1.018 為一係數，用它來除視乾固物，可以求出真乾固物的百分數。係數的大小要看製品中糖份和乾固物含量之間的比率或所謂純度的高下而定。如前所述，表示某製品裏面全部乾固物中所含糖的百分數就叫做純度，即純度 (α_k) = $\frac{\text{糖}}{\text{乾固物}} \times 100$ ；對於化學純的蔗糖來說，顯然是 $\alpha_k = 100$ 。表 5 所示為校正係數和純度的關係。

但應注意，根據上面所引的計算方法和係數所算出的結果是極不可靠的——只有在沒有別的數據時方可使用。這是很明顯的，因為係數的值並非恆定，而係依非糖份的組成而轉移的緣故（參看表 4）。當礦物質非糖份的百分數增大時，校正係數即行增大。可見，它們是依原料的質量而定，不同的工廠各有不同的值，即使在同一工廠，不同的生產時期也各有不同的值的。它們要由實驗方法，比較真乾固物和視乾固物的百分數來決定（真乾固物用乾燥法測定）。

例如，設一廢蜜的真乾固物為 80.0%，視乾固物 82.5%，糖份 48.0%。則此廢蜜的校正係數為 $\frac{82.5}{80.0} = 1.031$ ，真非糖份為 $80.0 - 48.0 = 32.0$ ，而視非糖份為 $82.5 - 48.0 = 34.5$ 。因此，要想把視非糖份換算為真非糖份，須取其比率為 $\frac{34.5}{32.0} = 1.078$ ，而不是取在構成表 5 時所用的比率 1.1 了。

應當特別指出，視乾固物和真乾固物之差（對 100 份乾固物的百分數）是在頗大的程度上和分析的條件有關的——濃度較高時其差數就小得多。譬如說接比重法來測定未稀釋的糖蜜裏面的視乾固物時，則視乾固物和真乾固物之差僅為在用比重法測定稀釋的糖蜜溶液時的 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ （如把 26 克稀釋成 100 毫升——這是常用的方法；至於所謂二倍稀釋法，即將 100 克製品溶在 100 克水中時，此差數介於上述二者之間）。

這是因為非糖鹽類在稀溶液中較易電離和水化的緣故，所以就比較強烈地影響到溶液的比重。

故應注意，在某些分析條件下求出的校正係數只能夠在同樣的分析條件下應用。但在糖廠的化驗室中，通常僅測定視乾固物即已足夠，視乾固物雖表示假定的數值，惟在大多數場合下業已充分地表出各被驗製品的比較特徵了。

測定比重所用的儀器

比重瓶（圖 1）——是測定液體比重最精確的儀器。要測定溶液的比重，須先求出下列重量：（1）空（乾燥和清潔的）比重瓶的重量（例如是 20.375 克）；（2）充滿 20° 的蒸餾水剛好到標線的比重瓶的重量（假定為 70.183 克）；（3）充滿同溫度的被驗溶液的比重瓶的重量（例如是 75.362 克）。可見，比重瓶裏的水重 $70.183 - 20.375 = 49.808$ 克；溶液重 $75.362 - 20.375 = 54.987$ 克。比重（視比重 d_{20}^{20} ）便為 $\frac{54.987}{49.808} = 1.1040$ ，而乾固物的含量（按表 3 找出）為 24.6%。

測定空比重瓶的重量時，係先將其放在乾燥箱內烘乾，然後趁熱吹入空氣。而在把溶體的容積加滿到標線時，瓶中液體的溫度必須恰好為 20°。為此宜將比重瓶置於溫度適為 20° 的水浴中，然後就在水浴中將比重瓶內液體加滿至標線為止。

比重瓶有時也配有溫度計，但這是無濟於事的，原因是在靜止的液體中溫度計的熱平衡要很久才能達到的緣故。最好的辦法，莫如置比重瓶於水浴中，直至液體的容積停止變化為止（可以按比重瓶頸上液體彎面的停止移動而判斷），而僅注視水浴的溫度即可。為着使液體容積迅速確定起見，以使用小容積如10毫升的比重瓶較為便利（10分鐘就夠）。容積為50毫升的比重瓶也常有應用。液體的比重測定至小數後第四位已足（如第四位上誤差為1，即相當於乾固物測定中的誤差0.02%）。如果使用容量50毫升的比重瓶，稱重時準確至1毫克即可以達到這樣的準確度（容量為10毫升或較小的比重瓶，最好能準確稱重至0.1毫克）。比重瓶通常都製作得足夠準確，但溫度的準確度，注加液體到標線的準確度和稱重前比重瓶拭乾的澈底與否，都有可能產生較為嚴重的誤差，故應特別注意及此。比重瓶內的液體自然也不應含有浮沫或空氣泡。

最常用的幾種比重瓶如圖1, 2, 3所示。液體經由闊大的瓶口 h 注滿瓶內（圖1），然後以配有溫度計的磨砂玻璃塞塞住。用濾紙吸去多餘的液體，或用拉成毛細管狀的小管加夠液體，而使瓶內液體的容積適至標線 m 。

圖2所示的吸管型比重瓶在使用上至為便利；充滿液體的方法和吸管一樣——把尖細的 a 端浸在液體中，吮吸 b 管時，液體即經 a 端吸入管內（也可以套一條薄橡皮管在 b 管上而吮吸橡皮管，

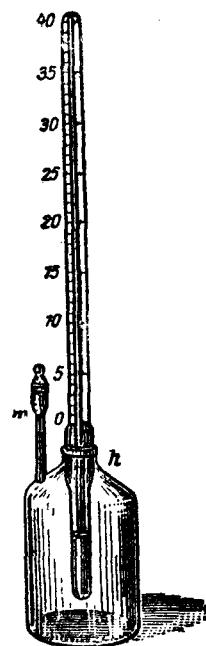


圖1. 附有溫度計的比重瓶。

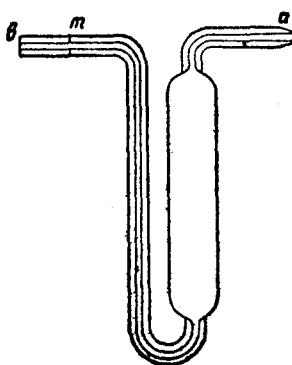


圖 2. 吸管型比重瓶。

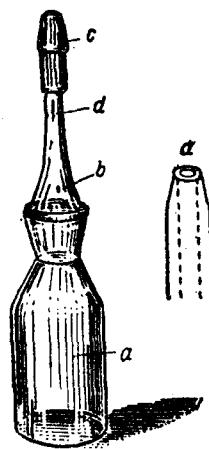


圖 3. 糖蜜比重瓶。

這樣就可以在工作時容易注視比重瓶充滿的情況)。*a* 端在整個工作期間，經常充滿液體。在狹窄的毛細管 *b* 上有標線 *m*，液體的容積須準確地加到這裏。由於它的管徑太小，以致不可能用濾紙來吸去過多的液體，但可以用一小塊的濾紙緊壓着由於毛細現象而經常充滿着液體的尖端 *a*，從那裏吸去多餘的液體，而 *b* 管上的液體彎面就會向右移動了，這是比在使用圖 1 所示的比重瓶時較為簡便的地方。反之，如果須添加液體，則只須用一枝小玻璃棒蘸一滴液體觸着 *a* 端即可；這時，液體由於毛細吸力而被吸入比重瓶內，*b* 管內的彎面也就會跟着向左移動。*b* 管極細，可以促使極準確地把液體加到一定的容積，是以比重瓶的容量可以小些(10 毫升)，而溫度的平衡也就可以迅速達到(例如在 10 分鐘之內，*b* 管中的彎面便停止移動)。在調整溫度和稱重時，係用鉑絲或鋁絲吊住比重瓶。

對於未經稀釋的糖蜜，圖 2 所示的比重瓶是不適用的。這類糖蜜的測定，以使用一種特製的糖蜜比重瓶(圖 3)較為便利。糖蜜係經由比重瓶的闊口充滿瓶內，然後緊密地用磨砂塞 *b* 塞住，瓶

中多餘的糖蜜便經由塞 *b* 中的毛細出口 *d* 壓出(這時候應將蓋 *c* 取下)。糖蜜在注入瓶內之時，溫度應比水浴的溫度低些。

在調整溫度時糖蜜即告膨脹，其多餘部份就經毛細管 *d* 中流出。從毛細管 *d* 中出來的糖蜜小滴，最好是用手指把它輕輕刮下(因為這種比重瓶上沒有任何的標線，而只是讓毛細管恰好充滿液體為止，如果使用濾紙，是會吮吸過大量的糖蜜，使毛細管留下空隙的)。俟溫度達到平衡之後(毛細管 *d* 尖端不再有液滴出現)，乃用蓋蓋住，然後稱量。

在稱重前要用濾紙和小塊潔淨的布將比重瓶仔細擦乾。比重瓶 *a* 和塞 *b* 之間的環狀凹陷部位尤應特別小心弄乾。

比重秤——比重秤的構造如圖 4 所示。浸沒錘掛在細鉑絲上。秤的支柱係藉調整螺旋 *S* 來校準成垂直位置。浸沒錘在空氣裏應和平衡錘 *K* 互相平衡。尖鋒 *I* 和平衡錘 *K* 則應準確地相對着。如果還未達到平衡，可加上幾條薄的錫箔(附貼在懸吊浸沒

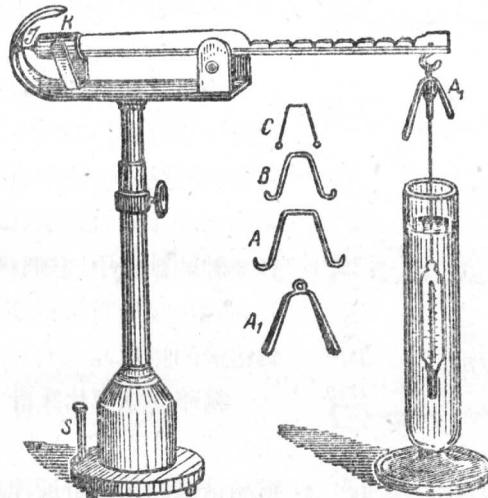


圖 4. 比重秤。

錘的鈎上，或置於這個鈎所旋入的凹陷部)。

比重秤通常係測出溶液對水在同一標準溫度下的視比重(這一標準溫度應標明在嵌置溫度計的浸沒錘上)。當浸沒錘浸在蒸餾水裏面的時候，它便失去了一部份的重量，故須在鈎上掛一個騎碼 A_1 (如圖 4 所示)，使在標準溫度下達到平衡。比重秤的校準就是這樣子來進行的。

對於比重大於 1 的被驗溶液，除騎碼 A_1 (表示比重等於 1)之外，還要使用騎碼 A (重量和 A_1 相等)、 B (重量等於 $0.1 A$) 和 C (重量等於 $0.01 A$) 等，像圖 5 所示一樣，把它們分置在秤桿的各個刻度上，使秤平衡。圖上還表明和各碼在不同位置上的相對應的比重。

比重計——是工廠中測定比重最通用的儀器。液體的比重愈大，則比重計在液體裏浸沒的部份就愈少。比重計頸上的度數可以是各式各樣而大不相同的。糖廠裏面普通係採用按糖度而分度的比重計和直接表出液體比重的比重計。

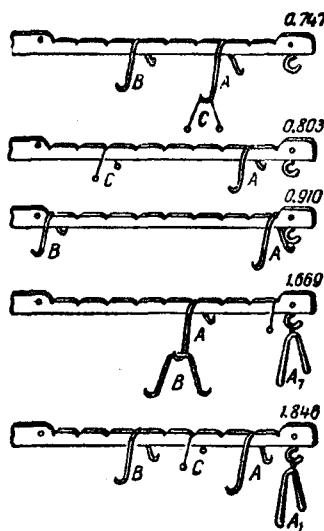


圖 5. 加在比重秤上的砝碼。

糖度比重計(也可以簡稱為“糖度計”或驗糖計)的分度法，係使比重計在純糖水溶液中直接表出被溶解的糖的重量百分數(圖 6)。因而在不純的糖液中，它們只能表出視乾固物含量的重量百分數(或簡稱為溶液的糖度)。

精確的糖度比重計，其度數應細分到 0.1% (即 0.1 糖度)。所以這類精確的糖度計所能包括的度數很少，僅能在 $10\text{---}15\%$ 的狹窄範圍

內（如從 10 到 20%），否則它們的頸就要造得太長了。下列幾組糖度計在使用上是很便利的：0—10, 10—20, 20—30, 30—40, 40—50, 50—60 和 60—70%。而度數為 10—25% 的比重計尤為便利，因為它包括了糖廠所有（蒸發前）的液汁的濃度值在內。

當測定時的溫度和定刻度時的溫度相同，比重計纔能表出正確的度數。

現時所用的糖度比重計，其標準溫度為 20° （從前的糖度計是在 17.5° 溫度下定出刻度的）。在別的溫度下來測定時，所得的讀數是不正確的。在較高溫下，液體的比重由於熱膨脹的關係而減低，比重計本身（玻璃）雖然也稍微膨脹，但沒有前者的影響這麼大，故讀數會比應有的度數低些。反之，當溫度低於標準值時，度數就會大些。表 8 列出在標準溫度以外的溫度下測定時對糖度

比重計的校正數。比重計裏面往往附有溫度計（見圖 7），在它的標度上表出對在標準溫度以外的溫度所需的校正數。但這些校正數都只是近似的，根本上還是以在儘量接近標準溫度的溫度下來測定纔比較可靠。

用比重計來測定時，還會有一些為比重瓶測定時所沒有的特殊的誤差來源。這就是表面張力和比重計頸濕潤程度的影響。現在我們來詳細討論一下，比重計浮在液體中的平衡狀況（圖 8, a 和

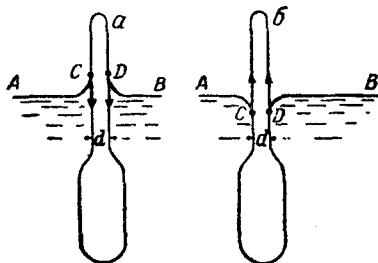


圖 6. 糖度比重計。



圖 7. 附有溫度計的糖度比重計。

6)。如果比重計頸足夠潔淨，未帶有絲毫油脂的話，液體會很容易使之濕潤而沿着比重計頸上升，形成凹形的彎面(見圖8,a)。比重



計的讀數無論何時都要沿着和液面(AB)相切的平面讀取，絕不能沿着升起的液面(CD)來讀取，因為這個液面是很難測得準確的。

作用於比重計使其向下的

力為它的重量 g ，此外，作用於濕潤界面上的表面張力也是向下的(圖中箭頭所示)。這力的大小為：

$$\frac{\alpha\pi d}{981} \text{ 克，}$$

式中 α —液體的表面張力(達因/厘米)；

d —比重計頸的直徑(厘米)；

981—重力加速度。

這些力和液體的浮力——比重計所排出的液體重量相平衡。設液體的比重為 δ ，比重計浸沒的容積為 v 毫升，則排出的液重為 $v\delta$ 克。因此，我們便得方程式：

$$g + \frac{\alpha\pi d}{981} = v\delta。 \quad (1)$$

所分析的製品的純度愈低，則其中所含的表面活性物質，即能減低溶液表面張力的物質便愈多。表面張力小的時候，比重計浸沒在液體中的部份顯然會少些，讀數也就會比應有的度數大些。設以 α_1 代替原有的表面張力 α ，則浸沒的容積為 v_1 而非 v 。故式(1)變為：

$$g + \frac{\alpha_1\pi d}{981} = v_1\delta。$$

用式(1)來減這式(逐項相減)，便得：