

[人教课标版]

导学诱思
焦点突破
融会贯通

新
教
材

佳
占

高中数学（必修1）

 安徽教育出版社

[人教课标版]

新
教
材

佳
占

高中数学

(必修1)

总策划：安星

编者：黄严生

安徽教育出版社

责任编辑:李福军

新教材焦点(人教课标版)

高中数学

(必修1)

安徽教育出版社出版发行

(合肥市回龙桥路1号)

新华书店经销 安徽江淮印务有限责任公司印刷

安徽飞腾彩色制版有限责任公司照排

*

开本 880×1230 1/16 印张 8 字数 250 000

2007年8月第2版 2007年8月第1次印刷

ISBN 978-7-5336-4451-2

定价:13.00元

发现印装质量问题,影响阅读,请与我社出版科联系调换

电话:(0551)2823297 2846176 邮编:230063

佳占源自关注

关注锤炼精品

精品成就精彩

《佳占》见证你的每一点成长!

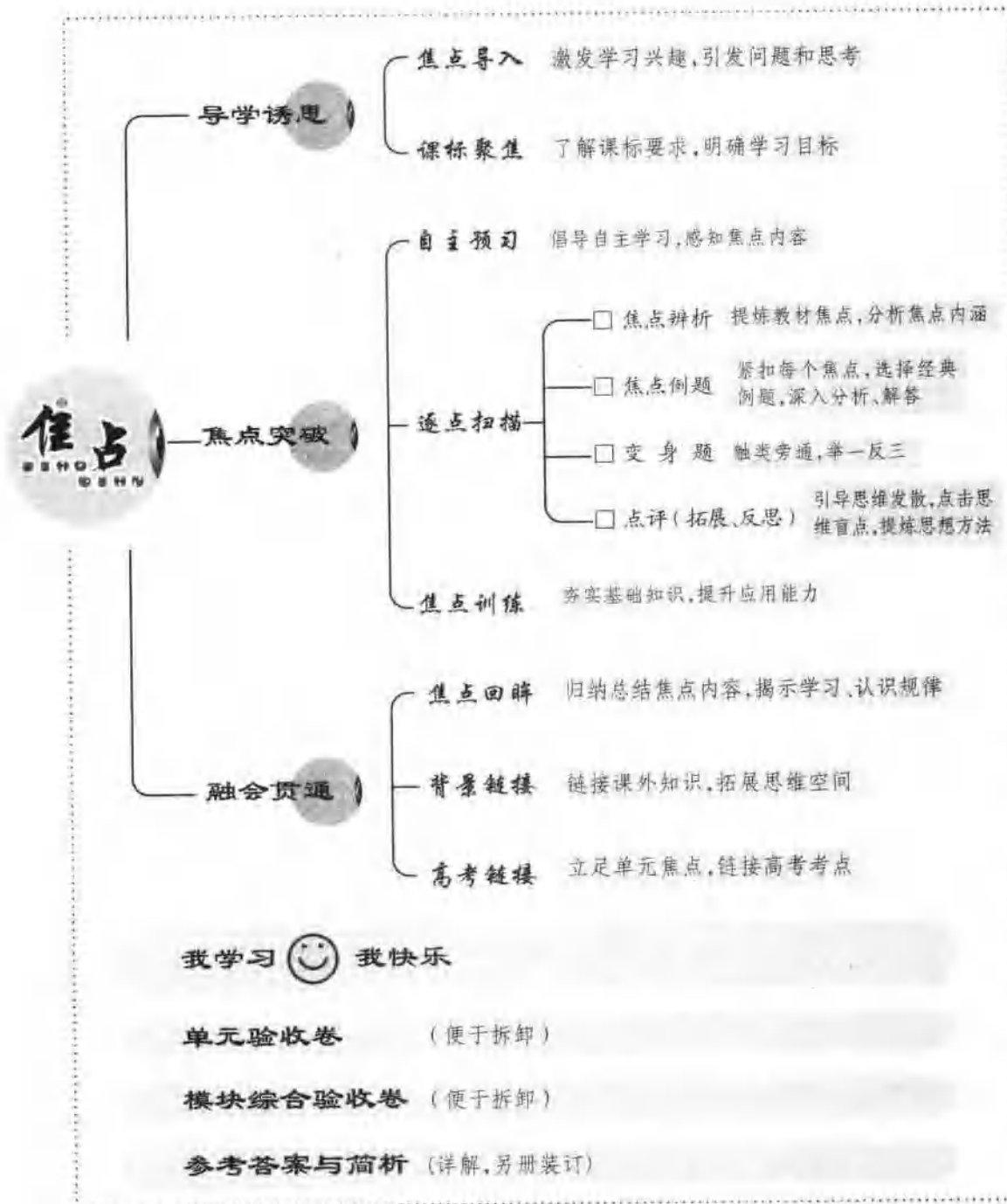
安徽教育出版社

焦点工作室祝广大学子：

梦想成真!



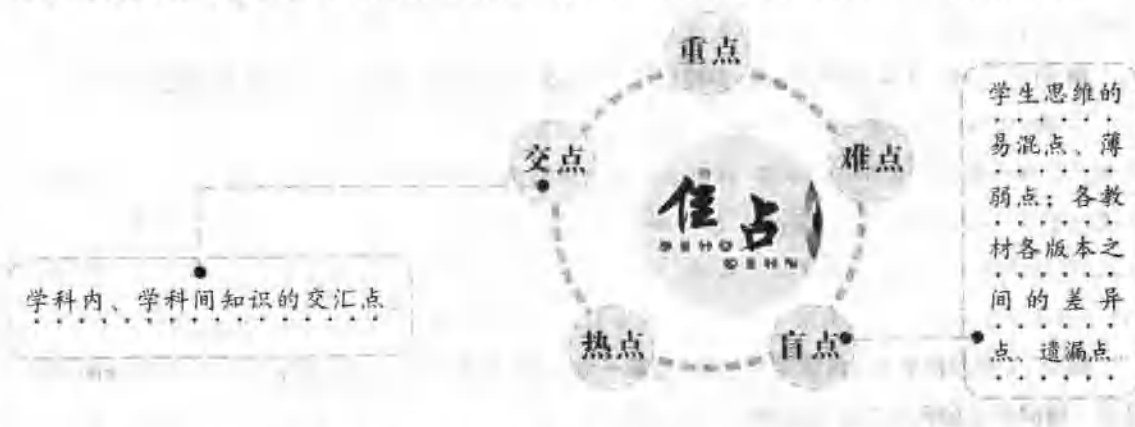
内容导读



《焦点》访谈

■ 问:《新教材焦点》书名比较独特,请问其主要含义是什么?

■ 答:本套书根据新课标要求和新教材特点,对新教材内容逐点扫描:直击重点,剖析难点,补遗盲点,关注热点,演练交点。五点聚焦,是大家关注的焦点,也是本套书的焦点。请看下列图示:



■ 问:请问书名《焦点》除了表示“五点聚焦”的编写理念外,是否还有什么特别的含义?

■ 答:《新教材焦点》是安徽教育出版社高中教育编辑部着力打造的第一套高中新课标同步教辅用书。高中部于2006年8月份成立,成立以后我们确立了围绕“焦点”二字打造高中品牌教辅的整体发展思路。安徽是教育大省,安徽教育出版社作为省内唯一教育类品牌出版社,一直备受全国市场关注。而随着我省新课标教材全面使用和高考命题权的进一步下放,安教社的高中学生读物也必然会成为广大师生关注的“焦点”。

■ 问:目前,市场上新课标同步类教辅较多,你们认为《焦点》最主要靠什么取胜?

■ 答:简而言之,一流的质量。编辑部在创意《新教材焦点》过程中,经过了半年多的详细的市场调研和样张征求意见后才确定最后的编写体例,每个学科的样稿都经过了3轮修订。另外,本套书网罗了全国的编写高手和学科专家。在遴选作者的过程中,我们要求首先必须是上过新课标教材的学科带头人;另外必须是写作能力较强的和有创造性思维的。写稿过程中编辑和作者共同讨论,反复推敲,不放过稿件中的每一点瑕疵。很多作者都感叹这次编稿是他们编得最辛苦的一次,也是收获最大的一次。有了这样一个创作团体,《焦点》的质量得到了有力的保证。

■ 问:确实,《焦点》制作精美,整体设计也很有特色。在内容安排上主要遵循怎样的原则?

■ 答:总原则是依据课标、紧扣教材、充分拓展。具体来说:激发学习兴趣、引导自主学习、强调基础夯实、注重能力提升,这些都是新课标所倡导的,在本套书中都通过具体栏目得以落实。实际上,

《焦点》访谈

新课标的这些理念渗透在本套书的每个栏目、每点讲解,甚至每道试题、每次点评中。另外在栏目顺序安排上也遵循新课标的要求:先兴趣导入,再自主学习,再总结归纳和思维拓展,而且每个栏目内容都充分考虑到其实用性,以方便学生自学和自测。

■ 问:《焦点》立足于同步辅导,却提出了“放眼新课标高考”的口号,请问有何重要的意义?

■ 答:宏伟的大厦是一砖一瓦垒砌起来的,优异的高考成绩是平常一点一滴积累起来的。安教社焦点工作室着眼平常知识的积累,放眼未来的新课标高考,融高考的焦点于平常学习之中,在一点一滴的学习中,走近高考,体验高考。2009年新课标高考面临重大改革,安教社作为专业的教育类出版社,帮助学生从容应对新高考责无旁贷。《新教材焦点》将传达最新的高考信息,把握最新高考动向。《焦点》全体工作人员坚信:《焦点》一定会帮助学子成就精彩的人生,见证他们的每一点成长。

■ 问:《新教材焦点》内容特色明显,质量一流,它无疑是高中学生新课标同步学习辅导的首选用书。请问学生如何使用时才能达到最好的效果?

■ 答:《焦点》在编排时充分考虑到学生使用和课堂教学的方便,学生可以在老师指导下按编排顺序使用本书:

先浏览第一板块的“焦点导入”和“课标聚焦”,然后带着问题预习章节内容。第二板块的“自主预习”引导学生认真阅读课本,初步了解将要学习的内容;“逐点扫描”讲练紧密结合,讲解详细、透彻,变身题触类旁通;“焦点训练”梯度分明,分层训练,可以和课堂教学配套使用。第三板块功能是:归纳、总结、拓展、提高,可以在章节的课堂学习结束后使用。“单元验收卷”和“模块综合验收卷”附在本书最后,便于拆卸,学生可以在老师指导下使用,也可以用于自测。答案详解并另册装订。

另外,“我学习,我快乐”为学生在紧张学习之余提供了轻松、愉快的园地。

总之,只要像《焦点》所倡导的那样快乐、自主、自信地学习,就一定会事半功倍,梦想成真!



第一章 集合与函数概念

- § 1.1 集合 2
 - § 1.1.1 集合的含义与表示 2
 - § 1.1.2 集合间的基本关系 4
 - § 1.1.3 集合的基本运算 6
- § 1.2 函数及其表示 10
 - § 1.2.1 函数的概念 10
 - § 1.2.2 函数的表示法 13
- § 1.3 函数的基本性质 18
 - § 1.3.1 单调性与最大(小)值 18
 - § 1.3.2 奇偶性 21

第二章 基本初等函数(I)

- § 2.1 指数函数 31
 - § 2.1.1 指数与指数幂的运算 31
 - § 2.1.2 指数函数及其性质 33
- § 2.2 对数函数 37
 - § 2.2.1 对数与对数运算 37
 - § 2.2.2 对数函数及其性质 40
- § 2.3 幂函数 44

第三章 函数的应用

- § 3.1 函数与方程 52
 - § 3.1.1 方程的根与函数的零点 52
 - § 3.1.2 用二分法求方程的近似解 54

- § 3.2 函数模型及其应用 57
 - § 3.2.1 几类不同增长的函数模型 57
 - § 3.2.2 函数模型的应用实例 62

第一章 集合与函数概念

- 小节验收卷(一) 71
- 小节验收卷(二) 73
- 小节验收卷(三) 75
- 单元验收卷(A) 77
- 单元验收卷(B) 79

第二章 基本初等函数(I)

- 小节验收卷(一) 81
- 小节验收卷(二) 83
- 单元验收卷(A) 85
- 单元验收卷(B) 87

第三章 函数的应用

- 小节验收卷 89
- 单元验收卷(A) 91
- 单元验收卷(B) 93

模块综合验收卷(A) 95

模块综合验收卷(B) 99

参考答案与简析

第一章 集合与函数概念

导学诱思

👑 焦点导入



魔术师手里持有6张扑克牌(不含王牌和牌号相同的牌),叫6位观众每人从他手里任摸一张,并嘱咐摸牌时看清和记住自己的牌号.牌号是这样规定的:A为1,J为11,Q为12,K为13,其余的以牌上的数值为准.然后魔术师叫他们按如下的方法进行计算:将自己的牌号乘2加3后乘5,再减去25,把结果告诉魔术师,魔术师便能准确地猜出你拿的是什么牌.其原因我们可以借助函数来破解.设牌号为自变量 x ,计算结果为 y ,则 $y=5(2x+3)-25$,即 $y=10x-10$.此函数的定义域为 $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13\}$,值域为 $\{0,10,20,30,\dots,120\}$.当你把数值 y 告诉魔术师后,魔术师根据 $y=10x-10$,很快求出与 y 对应的值,从而判断出牌号.

👑 课标聚焦

1. 会用基本的集合语言表示有关的数学对象,能正确地区分一些简单集合之间的关系,并能进行集合的运算.
2. 理解函数的概念,会用集合与对应的语言刻画函数.了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域,了解分段函数及其简单应用,理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义,了解函数奇偶性的含义,具有奇偶性的函数图象具有的性质.能判断一些简单函数的单调性和函数的奇偶性.
3. 能画出一些简单函数图象,并能用图象理解和研究函数性质;会根据不同的需要选择恰当的方法来表示函数,体会函数与方程、数形结合等数学思想.

焦点突破

§ 1.1 集合

§ 1.1.1 集合的含义与表示

自主预习

1. 一般地,把研究对象统称为_____,把一些元素组成的总体叫做_____.

2. _____,就称这两个集合相等.

3. 如果 a 是集合 A 的元素,就说_____,记作_____ ;如果 a 不是集合 A 的元素,就说_____,记作_____.

4. _____表示集合的方法叫做列举法;_____表示集合的方法称为描述法.

逐点扫描

焦点一 集合的含义

1. 给定的集合,它的元素必须是确定的、互不相同的;

2. 元素与集合的关系是“属于”与“不属于”的关系.对于一个给定的元素 a 和集合 A 的关系是 $a \in A, a \notin A$ 这两种中之一,不可能有第三种关系;

3. 判断元素 a 是否是集合 A 的元素,实际上是判断元素 a 是否具有集合 A 中元素的共同特征.

例 1

用符号 \in, \notin 填空:

(1) $2 \in \{2, 4\}$; (2) $\frac{1}{2} \in \mathbf{Z}$;

(3) $3, 14 \in \mathbf{R}$; (4) $\pi \in \mathbf{Q}$;

(5) $1 \in \{x | 2x - 3 > 0\}$;

(6) $(1, 2) \in \{(x, y) | y = x + 1\}$.

【解答】 (1) $2 \in \{2, 4\}$; (2) $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$; (3) $3, 14 \in \mathbf{R}$;

(4) $\pi \notin \mathbf{Q}$; (5) $1 \in \{x | 2x - 3 > 0\}$; (6) $(1, 2) \in \{(x, y) | y = x + 1\}$.

【点评】 判断元素 a 与集合 A 的关系,集合 A 用列举法表示的,看元素 a 是否在集合 A 中出现.若集合 A 中出现 a ,则 $a \in A$;若集合 A 中没有出现 a ,则 $a \notin A$.集合 A 用描述法表示的,即 $A = \{x | p(x)\}$,其中 $p(x)$ 是集合 A 中元素满足的条件,若 a 适合条件 $p(x)$,则 $a \in A$;若 a 不适合条件 $p(x)$,则 $a \notin A$.

变身题

1. 给出下列 5 个关系式: $2 \in \mathbf{N}, 0 \in \mathbf{N}, (-\frac{1}{2})^n \in \mathbf{Z}, \sqrt{2} \in \mathbf{Q}, \pi \in \mathbf{R}$,其中正确的有().

- A. 4 个
- B. 3 个
- C. 2 个
- D. 1 个

2. 集合 $A = \{x | 3x - 2 > 0\}$, 则 $\frac{1}{2} \in A, \sqrt{2} \in A$. (填 \in, \notin)

例 2

已知集合 $M = \{-2, 3x^2 + 3x - 4, x^2 + x - 4\}$, 若 $2 \in M$, 求满足条件的实数 x 组成的集合.

【分析】 分类求出 x 的值: (1) 当 $3x^2 + 3x - 4 = 2$ 时; (2) 当 $x^2 + x - 4 = 2$ 时. 要对求出的 x 值进行检验,不符合集合中元素特性的就舍去.

【解答】 若 $3x^2 + 3x - 4 = 2$, 则 $x = -2, x = 1$.
当 $x = -2$ 时, $x^2 + x - 4 = -2, \therefore x \neq -2$.

当 $x = 1$ 时, $x^2 + x - 4 = -2, \therefore x \neq 1$.

若 $x^2 + x - 4 = 2$, 则 $x = -3, x = 2$.

当 $x = -3$ 时, $3x^2 + 3x - 4 = 14$.

当 $x = 2$ 时, $3x^2 + 3x - 4 = 14$.

综上所述,满足条件的实数 x 组成的集合为 $\{-3, 2\}$.

【点评】 根据条件求集合的元素中所含参数



时,要对计算结果进行检验,符合集合中元素互不相同的特性.

● 变身题

3. 已知集合 $A = \{x | mx = -4\}$, $-3 \in A$, 则 $m =$ _____.

焦点二 集合的表示方法——列举法与描述法

1. 若集合中的元素是有限的,可用列举法表示;若集合中元素是无限的,一般用描述法表示;

2. 用描述法表示集合的方法是:在大括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值(或变化)范围,再画一条竖线,在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.即 $\{x | p(x)\}$, 其中 $p(x)$ 表示元素具有的共同特征.

✦ 例3

用适当的方法表示下列集合(可用列举法,描述法两种方法的用两种方法表示):

(1) 方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 所有实数解组成的集合;

(2) 绝对值小于5的整数组成的集合;

(3) 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的自变量取值的集合;

(4) 函数 $y = x^2 + 1$ 的两数值组成的集合.

【分析】 (1)(2)两小题是有限集,可以求出集合中各个的元素,因此可用列举法、描述法表示;(3)(4)两小题是无限集,不能将集合中元素一一求出,但能求出集合中的元素满足的条件,一般不能用列举法表示,用描述法表示.

【解答】 (1) 设方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 的实数根为 x , 并且满足 $x^2 - 4x - 5 = 0$, 因此,用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{R} | x^2 - 4x - 5 = 0\}$;

方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 有两个实数根 $-1, 5$. 因此,用列举法表示为 $\{-1, 5\}$.

(2) 绝对值小于5的整数组成的集合,用描述法表示为 $\{x \in \mathbf{Z} | |x| < 5\}$;

用列举法表示为 $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

(3) 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的自变量取值就是使 $\frac{1}{x-1}$ 有意义,于是 $x-1 \neq 0$, 所以 $x \neq 1$. 用描述法表示为 $\{x | x \neq 1, x \in \mathbf{R}\}$.

(4) \because 函数 $y = x^2 + 1$ 的最小值为1, $\therefore y \geq 1$, \therefore 用描述法表示为 $\{y \in \mathbf{R} | y \geq 1\}$.

【点评】 一般地,有限集用列举法表示,无限集用描述法表示,但用描述法表示集合时,要准确地求出集合中元素满足的条件,并进行化简,使条件尽可能简单明了.

● 变身题

4. 用列举法表示下列集合:

(1) 集合 $\{x | x^2 = 9, x \in \mathbf{R}\}$;

(2) 集合 $\{x | 8 < x < 12, x \in \mathbf{N}\}$.

5. 用描述法表示所有奇数组成的集合 _____.

焦点三 平面直角坐标系内点集的表示

平面直角坐标系内点集中元素用有序实数对表示. 平面直角坐标系内点集的一般表示形式为 $\{(x, y) | p(x, y)\}$, 其中 $p(x, y)$ 表示集合中元素点的坐标 (x, y) 所具备的条件.

✦ 例4

已知 $A = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x + 3\}$, $a \in A, a \in B$. 求元素 a .

【分析】 $A = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$ 表示函数 $y = 2x - 1$ 图象上所有点组成的集合, $B = \{(x, y) | y = x + 3\}$ 表示函数 $y = x + 3$ 图象上所有点组成的集合, 因此,元素 a 表示函数 $y = 2x - 1$ 图象与函数 $y = x + 3$ 图象的交点.

【解答】 元素 a 是方程组 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$ 的解, 于是 a 为点 $(4, 7)$.

【点评】 本题中集合元素的特征是有序实数对, 表示平面直角坐标系内的点. 注意集合 $M = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$ 与 $N = \{x | y = 2x - 1\}$ 的区别, M 是平面直角坐标系内直线 $y = 2x - 1$ 上的点组成的集合, 而 N 是函数 $y = 2x - 1$ 的自变量取值的集合, M 是

点集, N 是数集, 两者有本质的区别.

● 变式题

6. 设直线 $y = 2x + 3$ 上的点集为 P , 则 $P =$ _____.

点 $(2, 7)$ 与 P 的关系为: $(2, 7)$ _____ P .

👑 焦点训练

基础夯实

1. 下列各组对象能构成集合的是().

- A. 某校高一(2)班全体学生
- B. 某校高一(2)班成绩好的学生
- C. 某校高一(2)班高个子的学生
- D. 某校高一(2)班视力差的学生

2. 下列表示正确的是().

- A. $-1 \in \mathbf{N}$
- B. $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$
- C. $0.5 \in \mathbf{Z}$
- D. $0 \in \mathbf{Q}$

3. 设 $P = \{x | x \leq \sqrt{15}\}$, $m = 3\sqrt{2}$, 则 m _____ P .

4. 方程组 $\begin{cases} x+y+1=0, \\ x-y+3=0 \end{cases}$ 的解集是 _____.

(用列举法表示)

5. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 小于 10 的自然数;
- (2) 方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的解组成的集合;
- (3) 不等式 $2x - 6 < 0$ 的解集;
- (4) 方程 $x + y - 3 = 0$ 的解集.

6. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = kx + b\}$, $(0, 1) \in A$, $(1, 2) \in A$, 求 k, b 的值.

能力提升

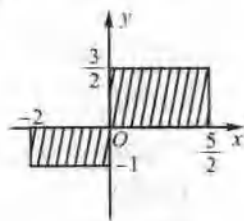
7. 若集合 $A = \{x | kx^2 + 4x + 4 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 是单元素集, 则 $k =$ ().

- A. 1
- B. 0
- C. 0 或 1
- D. -1 或 1

8. 已知 $1 \in A = \{x | x^2 + mx - 3 = 0\}$, 求 m 的值, 并用列举法表示集合 A .

综合探究

9. 用适当的方法表示下图中的阴影部分的点(含边界上的点)组成的集合 M .



§ 1.1.2 集合间的基本关系

👑 自主预习

1. 一般地, 对于两个集合 A, B , _____, 称集合 A 是集合 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$. 若 _____, 则称集合 A 是集合 B 的真子集. 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 则集合 A 与集合 B _____, 不含任何元素的集合叫做 _____.

2. 任何集合是它本身的 _____; 空集是任何集合的 _____; 对于集合 A, B, C , 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq C$, 则 _____.

逐点扫描

焦点一 子集与空集的概念

1. 空集是任何集合的子集;任何集合都是它本身的子集;

2. 元素与集合,集合与集合之间关系的区别:元素与集合的关系是“属于”与“不属于”的关系,元素与集合之间分别用符号 \in, \notin 连接,集合与集合的关系有“包含”,“包含于”,“不包含”,“不包含于”,分别用符号 $\subseteq, \supseteq, \not\subseteq, \not\supseteq$ 把两个集合连接起来.

例1

给出6个关系式:(1) $0 \in \emptyset$; (2) $\{0\} \supseteq \emptyset$; (3) $\emptyset \supseteq \{0\}$; (4) $\emptyset \neq \{0\}$. 其中正确的个数是().

- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1

【分析】 “ \emptyset ”表示不含任何元素的集合,“ $\{0\}$ ”含有元素0.

【解答】 空集 \emptyset 不含任何元素,∴(1)不正确;集合 $\{0\}$ 含有元素0,空集是任何非空集合的真子集,∴(2)(3)正确;

$\{0\}$ 是非空集合,∴(4)不正确. 故选C.

【点评】 符号“ \in ”、“ \notin ”都是表示元素与集合之间的关系,符号“ \supseteq ”、“ \supseteq ”、“ \subseteq ”、“ \supseteq ”都是表示集合与集合之间的关系.

变身题

1. 用适当的符号填空:

- (1) $\{\text{菱形}\}$ _____ $\{\text{平行四边形}\}$;
(2) \emptyset _____ $\{x|x^2+1=0\}$; (3) 0 _____ $\{0\}$;
(4) \emptyset _____ $\{0\}$; (5) $\{0\}$ _____ \mathbf{N} .

2. 下列关系正确的是().

- A. $3 \in \{y|y=x^2+\pi, x \in \mathbf{R}\}$
B. $\{(a,b)\} = \{(b,a)\}$
C. $\{(x,y)|x-y=0\} \subseteq \{(x,y)|x^2-y^2=0\}$
D. $\{x \in \mathbf{R}|x^2-2=0\} = \emptyset$

例2

若集合 $A = \{(x,y)|x-y-2=0 \text{ 且 } x-2y+4=0\} \subseteq B = \{(x,y)|y=3x+b\}$, 求实数 b 的值.

【分析】 集合 A 表示二元一次方程组的解集,是单元素集,元素是有序实数对;集合 B 是二元一次

方程的解集,是无限集,求出 A 的元素,代入 $y=3x+b$.

【解答】 $A = \{(x,y)|x+y-2=0 \text{ 且 } x-2y+4=0\} = \{(0,2)\}$. 把 $(0,2)$ 代入 $y=3x+b$, 得 $b=2$.

变身题

3. 若 $\{(-1,0), (1,6)\} \subseteq \{(x,y)|y=kx+b\}$, 则 $k = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}$.

焦点二 运用集合之间关系分析问题

1. 运用集合之间关系求参数的值,实际上就是将集合之间的关系转化为求方程或方程组的解;

2. 运用集合之间关系求参数的取值范围,实际上就是将集合之间的关系转化为求不等式或不等式组的解集,常要利用数轴进行分析.

例3

(1) $P = \{x|x^2-2x-3=0\}$, $S = \{x|ax+2=0\}$, $S \subseteq P$, 求 a 的值;

(2) $A = \{x|-2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x|m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.

【分析】 (1) $P = \{3, -1\}$, S 是空集或单元素集;若 S 是空集,则 $a=0$;若 S 是单元素集,则 S 中的元素是3或-1;

(2) 若 B 不是空集,利用数轴分析:则 $-2 \leq m+1$, $2m-1 \leq 5$, $m+1 \leq 2m-1$;

若 B 是空集,则 $2m-1 < m+1$.

【解答】 (1) 当 $a=0$ 时, $S = \emptyset$, $\emptyset \subseteq P$ 成立;当 $a \neq 0$ 时, $S \neq \emptyset$. 由 $S \subseteq P$, $P = \{3, -1\}$,

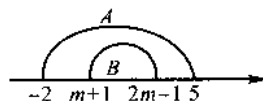
得 $3a+2=0$, $a = -\frac{2}{3}$ 或 $-a+2=0$, $a=2$;

∴ a 的值为0或 $-\frac{2}{3}$ 或2.

(2) 当 $B = \emptyset$ 时, 即 $m-1 > 2m-1$, $m < 2$, $\emptyset \subseteq A$ 成立.

当 $B \neq \emptyset$ 时, 由题意得

$$\begin{cases} m-1 \leq 2m-1, \\ -2 \leq m+1, \\ 5 \geq 2m-1. \end{cases}$$



得 $2 \leq m \leq 3, \therefore m < 2$ 或 $2 \leq m \leq 3$,

即 $m \leq 3$ 为取值范围.

【点评】 (1) 特殊集合 \emptyset 是任何集合的子集, 在分析集合与集合之间关系时常易漏掉;

(2) 掌握分类讨论、数形结合(运用数轴分析)的数学思想在解题中的应用.

● 变身题

4. 设集合 $A = \{x \mid |x-a| < 2\}$, $B = \{x \mid -2 < x < 3\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围为().

A. $\{a \mid 0 \leq a \leq 1\}$ B. $\{a \mid 0 < a \leq 1\}$

C. $\{a \mid 0 < a < 1\}$ D. $\{a \mid 0 \leq a < 1\}$

👑 焦点训练

基础夯实

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$, 则集合 A 与集合 B 的关系是().

A. $A = B$ B. $A \subseteq B$

C. $A \supseteq B$ D. $B \subseteq A$

2. 已知集合 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x \geq 3\}$, 则集合 A 与集合 B 的关系是().

A. $A = B$ B. $A \supseteq B$

C. $B \subseteq A$ D. $B \supseteq A$

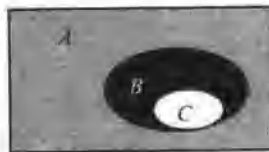
3. 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 7\}$, 且 A 中至多有一个奇数, 则这样的集合有()个.

A. 2 B. 4

C. 5 D. 6

4. 满足 $\{1, 2\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 X 的个数为_____.

5. 下图中 A, B, C 三个集合之间的关系是_____.



6. 已知集合 $A = \{x \mid a-1 \leq x \leq a+2\}$, $B = \{x \mid 3 < x < 5\}$, 且 $A \supseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

能力提升

7. 设 $M = \{x \mid x = k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x \mid x = (2k+1)\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 M, N 的关系是().

A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$

C. $M = N$ D. $M \supseteq N$

8. 集合 $A = \{3, a+1\}$, $B = \{2, a^2+2a\}$, 若集合 $A = B$, 求实数 a 的值.

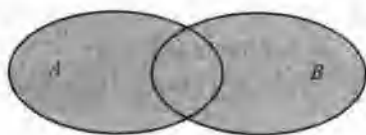
综合探究

9. 若集合 $A = \{x \mid x = a^2 + 2a + 4, a \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbf{R}\}$, 试确定集合 A 与集合 B 的关系.

§ 1.1.3 集合的基本运算

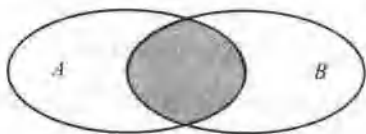
👑 自主预习

1. 由_____的集合, 称为集合 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B =$ _____.



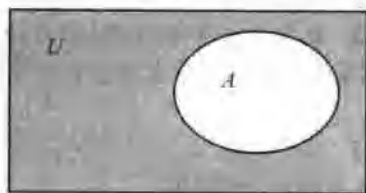
$A \cup B$

2. 由_____的集合,称为集合A与B的交集,记作 $A \cap B$,即 $A \cap B =$ _____.



$A \cap B$

3. 一般地,如果一个集合含有我们所研究问题中所涉及的所有元素,那么就称这个集合为全集,通常用 U 表示,对于一个集合 A ,由_____称为集合 A 相对全集 U 的补集,记作 $\complement_U A$,即 $\complement_U A =$ _____.



$\complement_U A$

逐点扫描

焦点一 集合的交集与并集、补集的概念

1. 求两个集合的交集就是求两个集合公共元素组成的集合;求两个集合的并集就是将这两个集合中元素并在一起,但相同的元素只能出现一次.求一个集合的补集时,先确定全集,再将全集中属于这个集合的去掉,剩下的元素组成的集合就是这个集合在全集中的补集.

2. 会用 Venn 图表达集合间的关系.

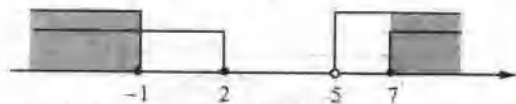
* 例 1

已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 2 < x < 7\}$,

$B = \{x | -1 < x \leq 5\}$, 求 $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

【分析】 先求出 $A \cup B$, $\complement_U A$, $\complement_U B$, 然后求出 $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

【解答】 $\because A \cup B = \{x | -1 < x < 7\}$,
 $\therefore \complement_U(A \cup B) = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 7\}$,
 $\because \complement_U A = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 7\}$,
 $\complement_U B = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 5\}$,
 $\therefore (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 7\}$.



【点评】 利用数轴来分析集合的交、并、补等运算是常用的方法.

变身题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 5, 7\}$, 求 $A \cup B, A \cap B$.

2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, 集合 $B = \{3, 5\}$, 则().

- A. $U = A \cup B$ B. $U = (\complement_U A) \cup B$
 C. $U = A \cup (\complement_U B)$ D. $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

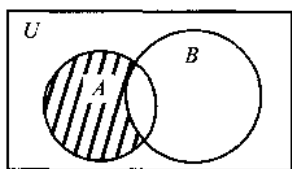
3. 已知全集 $U = \{x | x \geq -2\}$, $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 5\}$.

求 $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

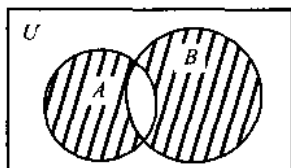
* 例 2

用集合的运算表示下列各图中阴影部分表示的集合.

【分析】 图(1)阴影部分表示的集合是由集合



(1)



(2)

A 的元素与 B 的补集的公共元素组成的集合; 图(2) 阴影部分表示的集合是由集合 A 与 B 的交集的补集与 A 与 B 的并集的公共元素组成的集合.

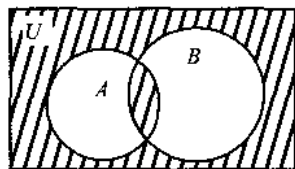
【解答】 图(1)阴影部分表示的集合是 $A \cap (\complement_U B)$;

图(2)阴影部分表示的集合是 $[\complement_U (A \cap B)] \cap (A \cup B)$.

【点评】 用 Venn 图研究集合之间的关系时, 从图形入手, 先分析所研究的对象是由哪些集合中的元素组成, 然后运用集合的运算表示.

● 变身题

4. 用集合的运算表示右图中阴影部分表示的集合.



焦点二 集合语言与符号语言的转化

两个集合有多种关系. 将集合的运算符号转化为等量关系, 求参数的值; 将集合的运算符号转化为不等关系, 求参数的取值范围, 并利用数轴分析研究不等式组解集.

✦ 例 3

设 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$. 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的值.

【分析】 用列举法表示集合 A; 集合 B 是单元素集或空集. 由 $A \cup B = A$ 知 $B \subseteq A$.

【解答】 当 $a = 0$ 时, $B = \emptyset$, 显然有 $A \cup B = A$;

当 $a \neq 0$ 时, $B = \{\frac{1}{a}\}$,

又 $A = \{-1, 3\}$, $A \cup B = A$.

所以 $\frac{1}{a} = -1$ 或 $\frac{1}{a} = 3$, 因此 $a = -1$ 或 $a = \frac{1}{3}$.

综上所述: $a = 0$ 或 $a = -1$ 或 $a = \frac{1}{3}$.

【点评】 空集是任何集合的子集, 任何集合与其子集的并集都等于其本身. 若 $A \subseteq B$, 则分两类讨论: (1) $A = \emptyset$; (2) $A \neq \emptyset$.

✦ 例 4

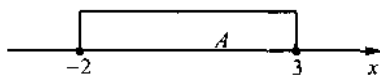
已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x - a > 0\}$. 求 a 的取值范围:

(1) $A \subseteq B$; (2) $A \cap B \neq \emptyset$; (3) $A \cap B = \emptyset$.

【分析】 把集合 A 表示的数集在数轴上表示出来, 根据实数 a 在数轴上对应的点的位置进行分类讨论.

【解答】 $B = \{x | x - a > 0\} = \{x | x > a\}$.

集合 A 在数轴上(如图),



设实数 a 对应点 M.

(1) 当点 M 在点 -2 左侧, 即 $a < -2$ 时, $A \subseteq B$.

(2) 当点 M 在点 3 左侧, 即 $a < 3$ 时, $A \cap B \neq \emptyset$.

(3) 当点 M 在点 3 及右侧, 即 $a \geq 3$ 时, $A \cap B = \emptyset$.

【点评】 注意何时取等号, 要根据条件仔细分析.

● 变身题

5. 已知集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x - a \leq 0\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$. 则 a 的取值范围是().

- A. $(-\infty, 2)$
- B. $(-1, +\infty)$
- C. $[-1, +\infty)$
- D. $[-1, 1]$

焦点三 运用集合的运算解决实际问题

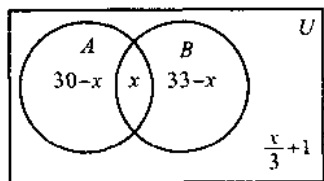
运用集合的运算分析实际问题时, 通常画出 Venn 图, 根据 Venn 图分析问题.

例5

向50名学生调查对A、B两事件的态度,有如下结果:赞成A的人数是全体的五分之三;赞成B的比赞成A的多3人;对A、B都不赞成的人数比对A、B都赞成的人数的三分之一多1人.问对A、B都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人.

【分析】 对于一个实际问题,首先应能够用简洁的、准确的集合语言描述,其次能够利用Venn图清楚直观地表示集合间的关系.逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点,并能根据实际需要,进行相互转换,从中感受集合语言的意义和作用.

【解答】 赞成A的人数为 $50 \times \frac{3}{5} = 30$,赞成B的人数为 $30 + 3 = 33$,如下图.记50名学生组成的集合为U,赞成事件A的学生全体为集合A;赞成事件B的学生全体为集合B.



设对事件A、B都赞成的学生人数为x,则对A、B都不赞成的学生人数为 $\frac{x}{3} + 1$,赞成A而不赞成B的人数为 $30 - x$,赞成B而不赞成A的人数为 $33 - x$.

依题意 $(30 - x) + (33 - x) + x + (\frac{x}{3} + 1) = 50$,解得 $x = 21$.所以对A、B都赞成的同学有21人,都不赞成的有8人.

【点评】 注意在计算中不能有遗漏,也不能重复计算.根据Venn图的各个部分,用不同字母表示各个部分所表示的元素的个数.

变身题

6. 50名学生参加体能和智能测验,已知体能优秀的有40人,智能优秀的有31人,两项都不优秀的有4人.问这种测验都优秀的有几人?

焦点训练

基础夯实

1. 设集合 $A = \{x | 0 \leq x < 5\}$, $B = \{x | x < 0\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.

- A. $\{x | 0 \leq x < 5\}$ B. $\{0\}$
- C. $\{x | x < 5\}$ D. \mathbf{R}

2. 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = (\quad)$.

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$
- C. $\{5, 6\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

3. 集合 $A = \{x | a - 2 < x < 2a + 2\}$, 集合 $B = \{x | -3 < x < 1\}$, $A \cap B = \emptyset$, 则实数a的取值范围是 (\quad) .

- A. $a \geq 3$ B. $a \leq -\frac{5}{2}$
- C. $a \geq 3$ 或 $a \leq -\frac{5}{2}$ D. $-\frac{5}{2} \leq a \leq 3$

4. 集合 $A = \{(x, y) | x + y = 0\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 满足 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 $M = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, x\}$, $B = \{3, x^2\}$, 且 $A \cup B = \{1, 2, 3, x\}$, 求x的值.

能力提升

7. 设集合 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 则满足 $C \subseteq A \cap B$ 的集合C的个数是 (\quad) .

- A. 0 B. 1
- C. 2 D. 3