



优等生数学

熊斌 周乐峰 袁有雯 编著

如果说“奥数”是提供给4%的优等生
那么本书是提供给20%的优等生

如果你已经是优等生,不妨一读

如果你想成为优等生,不能不读

 华东师范大学出版社

七年级



专家荐书

数学成绩不够理想而又喜欢数学的孩子，希望找到提高的途径；数学成绩优良的孩子，又会感到一般的课程内容吃不饱，希望学得更深入一些。《优生数学》这套书，可以帮助这部分孩子实现他们的心愿。（张景中）

专家介绍

张景中 著名数学家 中国科学院院士
中国教育数学学会理事长 中国科普作家协会理事长

作者介绍

熊斌 数学智优生教育专家，在华东师大讲授“数学方法论”课程；国家队主教练，指导多名学生获得国际奥赛金牌；参加各类考试的命题工作数十次；解题方面的代表作有《解题高手》。



七年级

ISBN 978-7-5617-5374-3



9 787561 753743 >

定价：15.00元

www.ecnupress.com.cn

熊 斌 周乐峰 袁有雯 编著

优生数学

王元 

七年级

- ★ 经典例题
- ★ 解题策略
- ★ 画龙点睛
- ★ 举一反三
- ★ 融会贯通

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

优等生数学. 七年级/熊斌, 周乐峰, 袁有雯编著. 上海: 华东师范大学出版社, 2007. 6

ISBN 978-7-5617-5374-3

I. 优… II. ①熊…②周…③袁… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 066850 号



优等生数学 (七年级)

编 著 熊 斌 周乐峰 袁有雯
封面题辞 王 元
策划编辑 倪 明
组稿编辑 倪 明 徐 金
文字编辑 徐惟简
封面设计 卢晓红
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 常熟市文化印刷有限公司
开 本 787×1092 16 开
插 页 2
印 张 12.5
字 数 203 千字
版 次 2007 年 6 月第一版
印 次 2007 年 6 月第一次
印 数 16 000
书 号 ISBN 978-7-5617-5374-3/G·3158
定 价 15.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

使用指南

如果说“奥数”是提供给 4% 的优等生

那么本书是提供给 20% 的优等生

如果你已经是优等生，不妨读一读

如果你想成为优等生，不能不读

如果你是一名教师，你可以根据学生的学习情况、教学的进度以及课时安排等来安排本书相关内容的使用。

如果你是一名学生，或是一名学生家长，我们有如下建议：

学到哪，看到那 虽然现在教材的版本很多，但除了知识点安排的先后顺序之外，其内含的知识是相同的，所以你可以根据所学到的知识内容，挑选相关章节进行学习。

看一看，练一练 对于每一讲中的五个版块，你可以根据自己的时间合理安排。如果时间充裕，你可以看完“经典例题”，再完成“举一反三”和“融会贯通”；你也可以先做习题，遇到困难时再看例题，理解解题的思路与方法。一切都由你自己决定。

先看易，后看难 由于知识点之间肯定会有难易的差别，所以书中难免出现前面的内容比后面的内容难的情况，你可以根据自己的学习程度，按先易后难的顺序有选择地进行阅读。

有兴趣，最重要 兴趣是促进学习的最佳动力，兴趣可以使得学习变得

事半功倍。只要你有兴趣，只要你学有余力，你可以挑有兴趣的先看，那收获一定更大。

寒暑假，好时机 也许你平时的学习很忙，除了完成学校的功课以外无暇顾及其他参考书，这本书在寒暑假时使用是一个极好的选择。因为在平时学过的内容再学是一个提高的过程，这本书是同步基础上的提高，恰好满足你的要求。

本书的作者均是数学解题高手，只要你能够有效、合理地使用本套《优生数学》，那么你一定能够学到很多解题的高招，可以又好又快地提高你的数学成绩。

祝贺你成为数学优生！

序

如今，家长对子女的教育非常关注，希望他们在学习上成为优胜者，成为优等生。

所谓的优等生，既有绝对性，又有相对性。儿童们在共同学习过程中，自然有差异，学习成绩有高低之分。但就中小学数学而言，只要有浓厚的兴趣、认真的学习态度和科学的学习方法，多数孩子能取得优良的数学成绩。

数学成绩不够理想而又喜欢数学的孩子，希望找到提高的途径；数学成绩优良的孩子，又会感到一般的课程内容吃不饱，希望学得更深入一些。《优等生数学》这套书，可以帮助这部分孩子实现他们的心愿。

由朱华伟、熊斌、余红兵等编写的这套书，以中小学数学教学内容为依托，立足于学生基础知识进行拓展；以数学新课标为准绳，着眼于培养学生灵活运用知识的能力；以思维训练为核心，着重于培养学生的自主探究能力。

该书设计有很好的栏目：

“经典例题” 新颖独特，覆盖面广，趣味性强，具有代表性，有启迪作用；

“解题策略” 深入浅出，通俗易懂，情景生动，引人入胜，如循循善诱的老师上课；

“画龙点睛” 清晰的思路与诗情画意的标题融为一体，言简意赅地揭示解题的奥秘；

“举一反三” 提供了有层次性、发展性的题目，让学生在探索中有一

种"出乎预料之外,在乎情理之中"的感觉;

“融会贯通” 摘选了近几年国内外有关考试(包括数学竞赛)中的一些优秀试题和作者自编的一些题目,这些题目有一定的综合性和难度,可以帮助学生开阔视野,拓展思维.

这套书的例题和习题,难度不算大,题量不算多,如能认真对待每一道题,把每一道题目弄懂弄通,数学素质会有明显的提高.如果课余时间不多,在家长指导下品尝一些,也能开眼界,扩思路,提高对数学的兴趣.

愿更多的学生喜欢数学,取得优良的成绩.

张景中

2007年5月29日

张景中:著名数学家,中国科学院院士,中国科普作家协会理事长,中国教育数学学会理事长.



第一章 有理数/1

- 1 比比大小/1
- 2 凑整法/3
- 3 赋值法解题/5
- 4 求绝对值的值/7
- 5 借助数轴解绝对值问题/9
- 6 利用绝对值的非负性解题/11
- 7 含有字母的绝对值的化简/13
- 8 裂项求和/15
- 9 巧填“+”和“-”/17
- 10 探索数的规律/19

第二章 一元一次方程/21

- 11 含参数的一元一次方程/21
- 12 从整体考虑/23
- 13 列方程解应用题/25
- 14 商品销售问题/27
- 15 相遇问题/29
- 16 追及问题/31
- 17 流水问题/33
- 18 工程问题/35
- 19 浓度问题/37
- 20 平均速度/39
- 21 含绝对值的方程/41
- 22 利用一元一次方程无穷多解解题/43

- 23 设而不求的未知数/45
- 24 二元一次不定方程/47
- 第三章 图形认识初步/49**
- 25 线段的长/49
- 26 两点之间,线段最短/51
- 27 有多少条线段/54
- 28 图形的个数/56
- 29 求角的度数/58
- 30 时钟问题/60
- 31 棋盘的覆盖/62
- 32 染色帮助解题/65
- 33 一笔画/67
- 34 平面上的欧拉公式/70
- 35 空间中的欧拉公式/72
- 第四章 数据的收集与整理/74**
- 36 平均分的误导/74
- 37 可能性有多大/77
- 38 游戏公平吗/79
- 第五章 相交线与平行线/81**
- 39 添平行线/81
- 40 三线八角问题/84
- 41 平行线间的距离相等/86
- 42 直线分平面/88
- 43 圆分平面/90
- 第六章 平面直角坐标系/92**
- 44 确定点所在的象限/92
- 45 点到坐标轴的距离/94
- 46 坐标方法的简单应用/96
- 47 格点与面积/98
- 第七章 三角形/101**
- 48 巧用内角和定理/101

49	巧用外角和定理/103
50	三角形边与边的关系/105
51	三角形的面积/107
第八章	二元一次方程组/109
52	方程组的解的个数/109
53	消元法/111
54	连比式,看比值/113
55	运用错解求正解/115
56	含绝对值的方程组/118
57	鸡兔同笼/120
58	猴子分桃/122
59	牛吃草问题/124
第九章	不等式与不等式组/126
60	安排住宿/126
61	含参数的不等式/128
62	不等式的整数解/130
63	含绝对值的不等式/132
64	方程与不等式/134
第十章	实数/136
65	平方根的化简/136
66	巧求整数部分/138
67	$[x]$ 和 $\{x\}$ /140
68	三种非负数/142
69	从整体考虑问题/144
70	抽屉原则/146
71	利用奇偶性解题/148
72	最大值与最小值问题/150
参考答案/152	

1 比比大小

比较有理数的大小,首先进行正负数的比较,负数一定小于非负数(正数和零),正数一定大于非正数(负数和零),然后再进行同号的有理数的比较.对于两个负有理数,可先变为两个正有理数进行比较,然后就知道两个负有理数的大小了.



经典例题

(1) 比较大小: $\frac{13}{3}$, $\frac{39}{8}$, $\frac{78}{17}$;

(2) 比较大小: $\frac{2}{3}$, $-\frac{5}{8}$, $-\frac{15}{23}$, $-\frac{10}{17}$, $\frac{12}{19}$.



解题策略

(1) 因为

$$\frac{13}{3} = \frac{13 \times 8 \times 17}{3 \times 8 \times 17} = \frac{1768}{408},$$

$$\frac{39}{8} = \frac{39 \times 3 \times 17}{8 \times 3 \times 17} = \frac{1989}{408},$$

$$\frac{78}{17} = \frac{78 \times 3 \times 8}{17 \times 3 \times 8} = \frac{1872}{408},$$

所以

$$\frac{13}{3} < \frac{78}{17} < \frac{39}{8}.$$

(2) 把5个数的分子化为相同,可得这5个数为

$$\frac{60}{90}, -\frac{60}{96}, -\frac{60}{92}, -\frac{60}{102}, \frac{60}{95},$$

而

$$\frac{60}{90} > \frac{60}{95}, \frac{60}{102} < \frac{60}{96} < \frac{60}{92},$$

所以,这 5 个数的大小依次为

$$-\frac{15}{23} < -\frac{5}{8} < -\frac{10}{17} < \frac{12}{19} < \frac{2}{3}.$$



画龙点睛

比较分数的大小,一般来说是先通分,再比较分子的大小,但是,有的时候,分母的最小公倍数比较大,而分子的最小公倍数比较小,这时我们可以换一个角度思考,把这些分数的分子化为相同,再比较分母的大小.



举一反三

1. 比较大小: $-\frac{15}{17}$ 和 $-\frac{11}{13}$.

2. 比较 $a = \frac{1}{2\,008^2 - 2\,008 + 3}$ 与 $b = \frac{1}{2\,008^2 - 2\,007 \times 2\,008 + 2\,007^2}$ 的大小.

3. 有 8 个数,其中的 6 个数是: $\frac{5}{9}$, $0.5\bar{1}$, $\frac{24}{47}$, $\frac{13}{25}$, $0.5\dot{1}$, $\frac{2}{3}$. 如果从小到大排列,第 4 个数是 $0.5\dot{1}$, 那么从大到小排列,第 4 个数是多少?



融会贯通

4. 设 n 是正整数,且使得

$$\frac{1}{1+n} + \frac{1}{3+n} + \frac{1}{6+n} > \frac{19}{36},$$

求 n 的最大值.

在平时的计算中,我们经常会遇到数字比较复杂的计算题,如果“硬算”的话,费时又容易出错.这时就需要用一些巧算的方法,把按常规计算起来比较复杂的运算变得简单、快捷.“凑整法”就是一种非常有效的简便算法.



经典例题

计算: (1) $2\,006 \times 2.5 + 2\,007 \div 0.5 - 2\,008 \times 1.25$;

(2) $792 \times 6.25 - 396 \times 7.5$.



解题策略

(1) 注意到 $2.5 \times 4 = 10$, $0.5 \times 2 = 1$, $1.25 \times 8 = 10$, 所以对原式中的 2.5, 0.5, 1.25 分别乘以再除以 4, 2, 8, 从而简化计算.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2\,006 \times (2.5 \times 4) \div 4 + (2\,007 \times 2) \div \\ &\quad (0.5 \times 2) - 2\,008 \times (1.25 \times 8) \div 8 \\ &= 2\,006 \div 4 \times 10 + 2\,007 \times 2 \div 1 - 2\,008 \div 8 \times 10 \\ &= 5\,015 + 4\,014 - 2\,510 \\ &= 6\,519. \end{aligned}$$

(2) 792 可以表示为 $(800-8)$, 396 可以表示为 $(400-4)$, 它们分别含有因数 8 和 4, 可以与 1.25 和 2.5 进行凑整, 使计算简便.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 792 \times 1.25 \times 5 - 396 \times 2.5 \times 3 \\ &= (800-8) \times 1.25 \times 5 - (400-4) \times 2.5 \times 3 \\ &= (100-1) \times 8 \times 1.25 \times 5 - (100-1) \times 4 \times 2.5 \times 3 \\ &= 99 \times 10 \times 5 - 99 \times 10 \times 3 \\ &= 99 \times 20 \\ &= 1\,980. \end{aligned}$$



画龙点睛

“凑整法”是最常见的一种运算技巧,通过乘以再除以一个较小的正整数,利用乘法结合律,将乘数凑成整十、整百、整千……的数,使复杂的计算变得简便.有些题目很难看出凑整的可能,所以,需要我们细心观察,牢记 $25 \times 4 = 100$, $125 \times 8 = 1000$ 等计算结果,而且要对 25、125 的倍数非常熟悉.



举一反三

1. 计算: $4.4 \times 0.5 + 6.6 \div 0.25 + 8.8 \times 1.25$.

2. 计算: $(-0.625)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^7 \times 8^4 \times \left(-1\frac{1}{4}\right)^8$.

3. 计算: $4\frac{1}{5} \times 25 + 32\frac{4}{7} \div 4 + 0.25 \times 124$.



融会贯通

4. 计算: $375 \times 132 \times 404$.

所谓“赋值法”解题,就是对原本与数量无关的问题巧妙地赋予某些特殊的数值(如 $\pm 1, 0$ 等),将其转化成数量问题,然后通过对整数的正负号或奇偶性等性质的讨论,使问题得以解决.

先看下面这个问题.



经典例题

有 11 枚硬币,正面朝上放在桌子上.现在规定每次翻动其中 4 枚,问能否经过有限次翻动,使所有的硬币都正面朝下?



解题策略

本题是一个操作性的开放性问题,如何将这个操作过程量化表示呢?这里我们提供两种解决方案:

解法一 通过对整数正负号的讨论解决问题.

对正面朝上或朝下的硬币“赋值”:记正面朝上为“ $+1$ ”,正面朝下为“ -1 ”,开始时,由于 11 枚硬币均为正面朝上,所以这 11 枚硬币的值的乘积为“ $+1$ ”.

一枚硬币每翻动一次,它的值就乘以“ -1 ”.那么,每一次翻动 4 枚硬币,这四枚硬币的值都分别乘以“ -1 ”,而其它硬币的值不变,所以这 11 枚硬币的值的积是不变的.所以无论翻转多少次,这些硬币的值的乘积都为“ $+1$ ”.

而题目要求经过翻转后,所有的硬币都正面朝下,即 11 枚硬币的值都是“ -1 ”,此时,这些硬币的乘积为“ -1 ”.所以,不论经过多少次翻转,都无法将所有硬币正面朝下.

解法二 通过对整数奇偶性的讨论解决问题.

同样,我们对正面朝上或朝下的硬币“赋值”:记正面朝上为“ $+1$ ”,正面朝下为“ 0 ”,开始时,由于 11 枚硬币均为正面朝上,所以这 11 枚硬币的值的

和为“11”，是奇数。

一枚硬币每翻动一次，它的值的奇偶性就会改变。那么，每一次翻动4枚硬币，这11枚硬币的值的和的奇偶性都改变了四次，与原奇偶性相同。所以无论翻转多少次，这些硬币的值的和都为奇数。

而当所有的硬币都正面朝下时，这些硬币的值的和为“0”，是偶数。所以，不论经过多少次翻转，都无法将所有硬币正面朝下。



画龙点睛

用赋值法解决此类问题时，只能用于否定的情况。关键是要找到在操作过程中某一个(或几个)不变的量(如正负性、奇偶性等)，通过赋值，使操作前的量与题目最终要求的量不等，推出矛盾，进而得到否定的结论。注意，如果结论是肯定的，则需要给出具体的操作过程。



举一反三

1. 有一只渡船往返于一条小河的左右两岸之间。若最初渡船是在左岸，它过河2007次之后，是停在左岸还是右岸呢？

2. 桌上放五个杯子，杯口朝上的有2个，朝下的有3个，每次翻动4个杯子。问能否翻动若干次后，将杯口全部朝上？

3. 教室里有5排椅子，每排5张，每张椅子上坐一个学生。如果一周后，每个学生都必须和他相邻(前、后、左、右)的某一同学交换座位。问可以完成座位调换吗？



融会贯通

4. 在例题中，如果改为12枚硬币，结论是怎样的呢？如果改为每次翻动3枚，结论又是怎样的呢？你能发现什么规律吗？