



高职高专“十一五”规划教材

G O N G C H E N G L I X U E

工程力学

蔡广新 主编



化学工业出版社

高职高专“十一五”规划教材

工程力学

蔡广新 主编



化学工业出版社

·北京·

本书以高职高专的培养目标和规格为依据，充分考虑高职高专教育的特点，强化力学概念、淡化学科体系、突出工程应用。内容包括：静力学，旋转构件的运动分析和动力分析，材料力学，课程实验和课程设计等。并且列举了大量典型实例，对分析问题解决问题的方法进行了总结。书中有精选的练习题，书后附有习题参考答案。

本书可作为高职高专机械类和近机械类专业工程力学课程的教学用书，也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/蔡广新主编. —北京：化学工业出版社，
2008.1

高职高专“十一五”规划教材
ISBN 978-7-122-01514-3

I. 工… II. 蔡… III. 工程力学-高等学校：技术
学院-教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 177989 号

责任编辑：韩庆利 于卉

责任校对：徐贞珍

装帧设计：韩飞

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）

印 装：化学工业出版社印刷厂

787mm×1092mm 1/16 印张 16 1/4 字数 405 千字 2008 年 1 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686） 售后服务：010-64518899

网 址：<http://www.cip.com.cn>

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定 价：25.00 元

版权所有 违者必究

前　言

本书是为了适应我国高职高专教育大力发展的需要，参照教育部制定的《高职高专教育工程力学课程基本要求》和高职高专专业人才培养目标及规格的主要精神，并结合编者多年教学经验编写而成的，可供机械类、近机械类专业使用。

本书主要特点如下。

(1) 将静力学、刚体运动学和动力学、材料力学内容有机地结合在一起，对传统学科型教材进行了整合，尽量避免内容之间不必要的交叉和重叠，淡化学科体系，减少教学时数，提高课堂教学效率。

(2) 基本知识点的选取以“必需”、“够用”为度，没有过多的理论推导；为体现高职高专教育的特点，本书选取了许多工程中的例题和习题，以培养学生分析问题和解决实际问题的能力。

(3) 本书在叙述上力求通俗易懂，深入浅出，对于各种基本概念与基本原理的阐述力求简明扼要。

(4) 为适应实践教学的需要，在书后增加了基本实验和结合工程实际的课程设计，以提高学生的实践动手能力和工程素质。

参加本书编写的有蔡广新、梅彦利、张汉军、邹克武、关晓东、张春青、刘春哲、贾志宁、王雍钧。蔡广新任主编，负责全书的统稿，梅彦利、张汉军任副主编。北京理工大学庞思勤教授仔细审阅了全书的文稿和图稿，提出了很多宝贵意见和建议，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，缺点在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

2007年10月

目 录

第一章 静力分析基础	1
第一节 静力分析基本概念	1
一、力的概念	1
二、力系	2
三、刚体的概念	2
四、力矩的概念	2
五、力偶的概念	2
第二节 静力分析基本公理	3
一、二力平衡公理	3
二、加减平衡力系公理	3
三、作用与反作用公理	4
四、力的平行四边形公理	4
五、三力平衡汇交定理	4
第三节 约束与约束反力	5
一、柔体约束	5
二、光滑接触面约束	6
三、光滑圆柱铰链约束	6
四、铰链支座约束	7
第四节 受力分析与受力图	8
习题	10
第二章 平面基本力系	11
第一节 平面汇交力系合成与平衡的几何法	11
一、平面汇交力系合成的几何法	11
二、平面汇交力系平衡的几何条件	12
第二节 平面汇交力系合成与平衡的解析法	13
一、力在坐标轴上的投影	13
二、合力投影定理	14
三、平面汇交力系合成的解析法	14
四、平面汇交力系的平衡方程	15

第三节 平面力偶系	17
一、平面力偶系的合成	17
二、平面力偶系的平衡条件	17
习题	18
第三章 平面任意力系	21
第一节 力向一点平移	21
第二节 平面任意力系的简化	22
第三节 平面任意力系简化结果分析 合力矩定理	24
第四节 平面任意力系的平衡方程及应用	25
第五节 刚体系统的平衡问题	29
第六节 考虑摩擦时的平衡问题简介	33
一、滑动摩擦	33
二、摩擦角和自锁现象	35
第七节 滚动摩擦简介	36
习题	37
第四章 空间力系和重心	41
第一节 空间力系的平衡方程及应用	41
一、力在空间直角坐标轴上的投影	41
二、力对轴之矩	42
三、合力矩定理	43
四、空间力系的平衡方程式	43
第二节 重心和形心	46
一、重心的概念	46
二、重心和形心的坐标公式	47
三、分割法确定组合图形的形心	48
习题	49
第五章 旋转构件的运动分析和动力分析	51
第一节 定轴转动刚体的速度和加速度	51
一、刚体的转角	51
二、刚体的转动速度	51
三、刚体的转动加速度	52
第二节 定轴转动刚体的动静法	54
一、质点惯性力的概念	54
二、质点的动静法	54
三、定轴转动刚体的动静法	55
第三节 功率与机械效率	58
一、力对移动构件所作的功	58
二、力对转动构件所作的功	58

三、功率	59
四、机械效率	59
习题	60
第六章 杆件的轴向拉伸与压缩	62
第一节 构件承载能力概述	62
一、构件的承载能力	62
二、变形固体及其基本假设	62
三、杆件变形的基本形式	63
第二节 轴向拉伸与压缩的概念	64
第三节 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力	65
一、内力的概念	65
二、截面法求轴力	65
三、轴力图	66
第四节 轴向拉伸与压缩时横截面上的应力	67
一、应力的概念	67
二、横截面上的应力	67
第五节 拉(压)杆的变形	68
一、纵向变形,胡克定律	68
二、横向变形,泊松比	69
第六节 材料在拉伸时的力学性质	71
一、低碳钢的拉伸试验	72
二、灰铸铁的拉伸试验	75
三、其他材料拉伸时的力学性质	76
第七节 材料在压缩时的力学性质	77
一、塑性材料	77
二、脆性材料	77
第八节 拉(压)杆斜截面上的应力	78
一、斜截面上的应力	78
二、切应力互等定理	79
第九节 拉(压)杆的强度计算	80
第十节 应力集中的概念	83
第十一节 简单拉(压)超静定问题	84
一、超静定问题及其解法	84
二、装配应力	86
三、温度应力	87
第十二节 连接件的实用计算	88
一、剪切的实用计算	89
二、挤压的实用计算	90
三、焊缝的实用计算	90
习题	93

第七章 圆轴扭转	97
第一节 圆轴扭转时的内力	97
一、扭矩和扭矩图	97
二、剪切胡克定律	99
第二节 圆轴扭转时的应力和强度计算	99
一、圆轴扭转时的应力	99
二、圆轴扭转时的强度计算	102
第三节 圆轴扭转时的变形和刚度计算	104
一、圆轴扭转时的变形	104
二、圆轴扭转时的刚度计算	104
习题	106
第八章 梁的弯曲强度	109
第一节 概述	109
一、平面弯曲的概念	109
二、梁的基本形式	110
第二节 弯曲内力	110
一、剪力和弯矩	110
二、剪力图和弯矩图	112
三、剪力、弯矩与载荷集度之间的微分关系	116
第三节 弯曲正应力	118
一、纯弯曲梁横截面上的正应力	118
二、惯性矩	122
三、弯曲正应力强度条件及其应用	125
第四节 弯曲切应力简介	129
一、矩形截面梁	129
二、工字形截面梁	130
三、其他横截面梁	131
四、弯曲切应力强度条件及其应用	132
第五节 提高梁弯曲强度的措施	134
一、减小最大弯矩	135
二、提高弯曲截面系数	136
三、等强度梁	137
第六节 拉伸（压缩）与弯曲组合变形的强度计算	138
习题	141
第九章 梁的弯曲刚度	147
第一节 挠曲线近似微分方程	147
一、挠度和转角	148
二、挠度 y 与转角 θ 的关系	148
三、挠曲线近似微分方程	148

第二节 积分法求梁的位移	149
第三节 叠加法求梁的位移	152
第四节 梁的刚度计算 提高梁弯曲刚度的措施	156
一、梁的刚度计算	156
二、提高梁刚度的措施	158
第五节 简单超静定梁	159
习题	161
第十章 应力状态分析和强度理论	164
第一节 点的应力状态	164
一、应力状态的概念	164
二、一点应力状态的研究方法	164
三、主平面和主应力	166
四、应力状态的分类	166
第二节 平面应力状态分析	166
一、解析法	166
二、图解法	169
第三节 三向应力状态及最大切应力	173
第四节 平面应力状态下的应力-应变关系	174
一、广义胡克定律	175
二、平面应力状态下的应力-应变关系	175
第五节 强度理论与弯扭组合变形	177
一、强度理论	177
二、弯曲与扭转的组合变形	179
习题	185
第十一章 压杆稳定	189
第一节 压杆稳定的概念	189
第二节 细长压杆的临界载荷	190
一、两端饺支细长压杆的临界载荷	190
二、其他约束情况下细长压杆的临界载荷	192
第三节 压杆的临界应力	193
一、细长压杆的临界应力	193
二、欧拉公式的适用范围	194
三、经验公式	194
第四节 压杆的稳定性计算	196
第五节 提高压杆承载能力的措施	200
一、合理选择材料	200
二、减小压杆柔度	200
习题	202

第十二章 动载荷与交变应力简介	206
第一节 构件作匀加速直线运动或匀速转动时的应力计算	206
一、构件作匀加速直线运动时的应力计算	206
二、构件作匀速转动时的应力计算	208
第二节 构件受冲击时的应力	210
一、冲击的概念	210
二、冲击过程的假设	210
三、冲击应力的计算	210
四、提高构件承受冲击载荷能力的措施	213
第三节 交变应力及其循环特征	214
一、交变应力的概念	214
二、交变应力循环曲线的特征	214
三、交变应力的类型	215
第四节 疲劳破坏简介	216
一、疲劳破坏的特点	216
二、疲劳破坏发生的过程	216
三、提高构件疲劳强度的措施	216
习题	217
第十三章 课程实验与课程设计	219
第一节 设备简介	219
一、液压式万能材料试验机	219
二、电子万能材料试验机	220
三、电子扭转试验机	221
第二节 基本实验	222
一、低碳钢、铸铁的拉伸和压缩试验	222
二、扭转试验	224
三、弯曲正应力的测定	225
四、弯扭组合变形时主应力的测定	226
五、实验报告的书写	228
第三节 车床主轴设计	228
一、设计要求	228
二、设计计算数据	229
附录 A 型钢规格表	231
附录 B 习题参考答案	240
参考文献	247

第一章 静力分析基础

静力分析研究物体在力系作用下平衡的普遍规律，所谓平衡，是指物体相对于地球表面保持静止或作匀速直线运动的状态，它是机械运动的特殊情况。工程中有许多机器的零件和构件，它们在工作时处于平衡状态或近似地看作处于平衡状态，如机器的传动轴、机架、机床的主轴、起重机的起重臂等。为了合理地设计这些零件和构件的形状、尺寸，选用恰当的材料，需要对这些物体进行强度、刚度和稳定性的分析计算，这些问题的分析和解决都是以静力分析的基本知识作为基础的。

第一节 静力分析基本概念

一、力的概念

力的概念是人们在长期生活和生产实践中逐步形成的。经过科学抽象，建立了力的概念：力是物体间相互机械作用，这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。力对物体作用产生运动状态的改变，称为力的运动效应或称外效应；力使物体发生形状的改变，称为力的变形效应或称内效应。

力对物体的效应取决于力的大小、方向和作用点，这三者称为力的三要素。

力的大小是指物体间相互作用的强弱程度，可以根据力的效应大小来测定。其计量单位在国际单位制中规定为 N（有时以 kN 为单位）。

力的方向，是指力作用的方位和指向。如重力的方向是“铅锤向下”。“铅锤”是重力的方位，“向下”是力的指向。

力的作用点，是指力作用的位置。实际上两个物体直接接触时，力的作用位置分布在一定的面积上，只是当接触面积相对较小时，才能抽象地将其看作集中于一点，这种力称为集中力。不能抽象地看作集中力的力称为分布力或分布载荷。如梁的自重、风力、水的压力等都是分布力或称分布载荷。对于分布载荷，单位长度上的载荷量或单位面积上的载荷量称为载荷集度。一段长度上或一块面积上载荷集度为等值的分布载荷，称为均布载荷。

由于力既有大小，又有方向，所以力是矢量。它服从于矢量的运算法则。可以用一个带箭头的有向线段来表示，如图 1-1(a) 中所表示的 F 力。有向线段的长度（按一定的比例）表示力的大小，线段的方位 θ 角和箭头的指向表示力的方向，线段的起点（或终点）表示力的作用点。当两物体间为拉力时，以线段的起点为作用点，如图 1-1(b) 中的 A 点所示，表示 F_A 的作用点。当两物体间为压力时，以线段的终点为作用点，如图 1-1(b) 中的 B 点所示，表示 F_B 的作用点。本书中，矢量均以黑斜体表示。

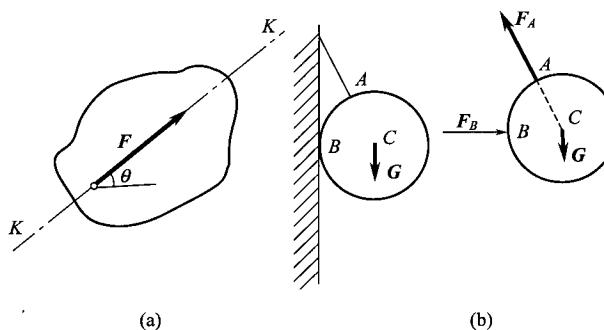


图 1-1 力的表示

二、力系

作用于同一物体上的一群力称为一个力系。如果刚体在一个力系作用下保持平衡，则称这一力系为平衡力系。平衡力系中的各个力对物体的外效应相互抵消。如果两个力系对同一物体的效应相同，则称这两个力系等效，或者说其中一个力系是另一个力系的等效力系。如果一个力与一个力系等效，则该力就称为这个力系的合力，而力系中的各个力称为此合力的分力。

三、刚体的概念

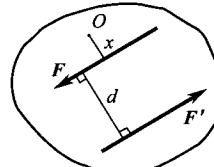
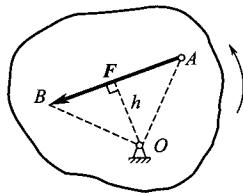
所谓刚体是指在力的作用下不变形的物体。实际上，任何物体在力的作用下或多或少都会产生变形的，如果物体变形很小，且变形对所研究问题的影响可以忽略不计，则可将物体抽象为刚体。但是，如果在所研究的问题中，物体的变形成为主要因素时，就不能再把物体看成刚体，而要看成为变形体。静力分析中所研究的物体都抽象为刚体。

四、力矩的概念

若某物体具有一固定支点 O 点，受 F 力的作用线不通过固定支点 O 时，则物体将产生转动效应。其转动效应与力 F 的大小和 O 点到力 F 作用线的垂直距离 h 有关，用它们的乘积来度量平面力对点之矩，简称力矩，记作

$$M_O(F) = \pm Fh$$

h 称为力臂。 O 点称为矩心，它可以是固定支点，在理论研究中也可以是某指定点。力矩正负值一般规定为：产生逆时针转动效应的力矩取正值，反之取负值，如图 1-2 所示。



(a)

(b)

图 1-2 力对点的矩

图 1-3 力偶的表示

在平面问题中，力对点之矩只需考虑力矩的大小和转向，因此力矩是代数量。力矩的单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

五、力偶的概念

力偶和力是静力分析的两个基本要素。作用于刚体上大小相等、方向相反但不共线的两个力所组成的最简单的力系称为力偶，如图 1-3(a) 所示。力偶能使刚体产生纯转动效应，

而不能产生移动效应。

力偶对刚体产生的转动效应，以力偶矩 M 来度量，记作

$$M = \pm Fd$$

式中， d 为两个力作用线之间的垂直距离，称为力偶臂。两力作用线所组成的平面称为力偶的作用面。规定：力偶使刚体作逆时针方向转动，力偶矩取正值，反之取负值。对于平面力偶而言，力偶矩 M 可认为是代数量，其绝对值等于力的大小与力偶臂的乘积。力偶矩的单位为 $N \cdot m$ 或 $kN \cdot m$ 。衡量力偶转动效应的三个要素是：力偶矩的大小、力偶的转向和力偶的作用面。

平面力偶除了用力和力偶臂表示以外，也可以用一带箭头的弧线表示， M 表示力偶矩的大小，箭头表示力偶矩的转向，如图 1-3(b) 所示。

力偶具有如下性质。

① 力偶不能合成为一个力。力偶不能用一个力来代替，也不能用一个力来平衡，只能用反向的力偶来平衡。

② 力偶对其所在平面内任一点的力矩都等于一个常量，其值等于力偶矩本身的大小，而与矩心的位置无关。

在图 1-3(a) 所示力偶平面内任取一点 O 为矩心。设 O 点与力 F 的垂直距离为 x ，则力偶的两个力对于 O 点的矩之和为

$$-Fx + F'(x+d) = -Fx + F(x+d) = Fd$$

由此可知，力偶对于刚体的转动效应完全决定于力偶矩，而与矩心位置无关。

第二节 静力分析基本公理

静力分析基本公理是人类在长期生活和生产实践中积累经验的总结，又经过实践的反复检验，证明是符合客观实际的普遍规律而建立的基础理论。

一、二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要与充分条件是：这两个力大小相等，方向相反，作用在同一条直线上。

工程中经常遇到不计自重、只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件，当构件为杆状时，又习惯称为二力杆。根据二力平衡公理，作用于二力构件（二力杆）上的这两个力的作用线必定沿着两个力作用点的连线，且大小相等，方向相反。

需要指出的是，上述平衡条件只适用于刚体。对于变形体，上述条件是必要的，但不是充分的。例如图 1-4 所示的绳索，当承受大小相等、方向相反的拉力时可以平衡 [图 1-4(a)]；但当承受大小相等、方向相反的压力时，则不能保持平衡 [图 1-4(b)]。

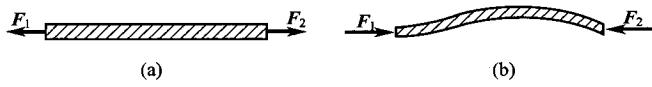


图 1-4 变形体平衡

二、加减平衡力系公理

在刚体上作用有某力系时，若再加上或减去一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的

作用效应。

根据这一公理，可以得到作用于刚体上的力的一个重要性质——力的可传性原理，即作用于刚体上的力，可以沿着其作用线任意移动，而不改变力对刚体的作用效应。

设作用于小车上 A 点的力为 F ，如图 1-5(a) 所示。

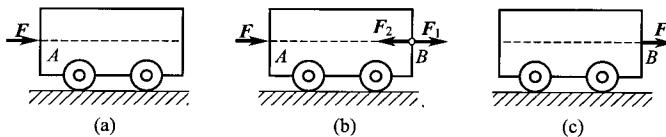


图 1-5 力的可传性原理

在力的作用线上任取一点 B ，在 B 点沿力 F 的作用线加上一对相互平衡的力 F_1 和 F_2 ，且令其大小都等于 F ，这样并不改变原来的力 F 对小车的效果。由 F 、 F_1 、 F_2 组成的力系中， F 与 F_2 也是一个平衡力系。若将这两个力从图 1-5(b) 中减去，得到图 1-5(c) 所示状态，同样不改变力 F_1 对小车的效果。于是可知 F_1 与 F 对小车的效果相同，即 F_1 与 F 具有相同的作用线、相同的大小和相同的方向。这就相当于把作用于 A 点的力 F 沿着作用线移到了任取的一点 B 。

三、作用与反作用公理

两物体之间相互作用的力，总是同时存在，两者大小相等、方向相反、沿同一条直线，分别作用在两个物体上。

该公理表明，两个物体之间所发生的机械作用一定是相互的，即作用力与反作用力必须同时成对出现，同时存在也同时消失。这种物体之间的相互作用力关系是分析物体受力时必须遵循的原则，它为研究由一个物体过渡到多个物体组成的物体系统问题提供了基础。

四、力的平行四边形公理

作用于刚体上某点 A （或作用线交于 A 点）的两个力 F_1 、 F_2 ，可以合成为一个力，这个力称为 F_1 和 F_2 的合力。合力的大小、方向、作用线由以这两个力为邻边所组成的平行四边形的对角线来确定。

设在刚体上某点 A 作用有 F_1 、 F_2 两个力，如图 1-6(a) 所示，则其合力 F 的大小、方向是以 F_1 、 F_2 为邻边作出的平行四边形的对角线来表示。用矢量式表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

即合力 F 等于 F_1 和 F_2 两个分力的矢量和。

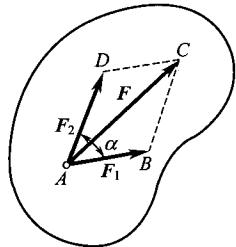
力的平行四边形的作图法，可用更简单的作图法代替，如图 1-6(b) 所示。只要以力矢量 F_1 的终点 B ，作为力矢量 F_2 的起点，连接 F_1 的起点 A 与 F_2 的终点 C ，即代表合力 F 。三角形 ABC 称为力三角形。用力三角形求合力的方法称为力三角形法则。如果先作 F_2 ，再作 F_1 ，则并不影响合力的大小和方向。

五、三力平衡汇交定理

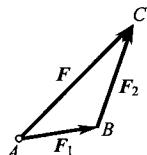
作用于刚体上同一平面内的三个不平行的力，如果使刚体处于平衡，则这三个力的作用线必定汇交于一点。

此定理很容易证明。设作用在刚体上同一平面内有三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 ，如图 1-7 所示。力 F_1 和 F_2 的作用线相交于 B 点。根据力的可传性原理，将 F_1 和 F_2 分别沿作用线移到 B 点，将两个力合成，其合力 F 必通过两力的交点，并在两力所作用的平面上。这时，在刚体上就可看成受 F 和 F_3 两个力作用，当刚体处于平衡时，此二力必等值、反向、共线。既

然 F 通过 B 点，则 F_3 也必通过 B 点，亦即 F_1 、 F_2 、 F_3 三个力的作用线必汇交于 B 点。



(a)



(b)

图 1-6 两力合成

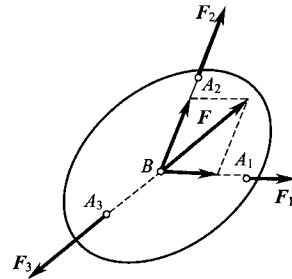


图 1-7 三力平衡

第三节 约束与约束反力

对物体的运动起限制作用的其他物体，称为该物体的约束。如吊车钢索上悬挂的重物，钢索是重物的约束；搁置在墙上的屋架，墙是屋架的约束，等等，这些约束分别阻碍了被约束物体沿着某些方向的运动。约束作用于被约束物体上的力称为约束反力。约束反力属于被动力，是未知的力，它的方向总是与物体的运动趋势方向相反，作用在约束与被约束物体的接触点上。

在静力分析中，主动力往往都是已知的力，因此，对约束反力的分析就成为物体受力分析的重点。工程实践中，物体间的连接方式是很复杂的，为了分析和解决实际计算问题，必须将物体间各种复杂的连接方式抽象为几种典型的约束类型。下面介绍几种常见的约束类型，指出如何判断约束反力的某些特征。

一、柔体约束

绳索、胶带、链条等柔性体都属于这类约束。由于柔体约束只限制物体沿着柔体伸长方向的运动，承受拉力，不能承受压力或弯曲，所以柔体的约束反力必定是沿着柔体的中心线且背离被约束物体的拉力。如图 1-8(a) 钢绳吊起钻杆，钢绳对钻杆的约束反力为 F_A 。

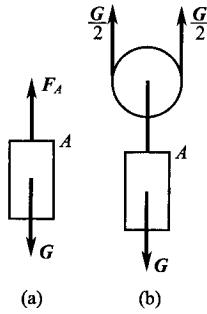


图 1-8 钢绳吊起钻杆

在工程实际中，对于柔体约束，还要根据不同的工作原理，结合工程实际，进行具体分析，以便正确地判断柔体的约束反力。下面分为三种情况来分析：

一是滑轮，如图 1-8(b) 所示，绳索和滑轮之间光滑无摩擦，滑轮两侧绳索的拉力相

等，皆为 $\frac{G}{2}$ 。

二是带轮，如图 1-9 所示，胶带和带轮之间是依靠摩擦来传递运动的。分析带轮 A 两侧的约束反力时，都是拉力，但大小不等。在安装带时，胶带中有一个初拉力 F_0 。带轮旋转后，紧边拉力为 $F_1 > F_0$ ，松边拉力为 $F_2 < F_0$ ，但 $F_2 > 0$ 仍为拉力，而不是压力。当 $F_2 \leq 0$ 时，胶带将打滑不能传递运动。

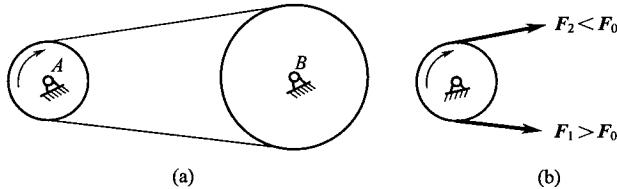


图 1-9 带轮

三是链轮，如图 1-10 所示自行车链条和链轮之间是依靠啮合来传递动力和运动的，啮合拉紧的一边为拉力，脱离啮合的一边放松不受力，如图 1-10(b) 所示。

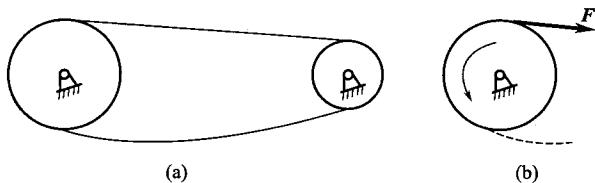


图 1-10 链轮

二、光滑接触面约束

当表面非常光滑（摩擦可以忽略不计）的平面或曲面构成对物体运动限制时，称为光滑接触面约束。这类约束不限制物体沿约束表面切线方向及脱离支承面的任何方向的位移，但沿接触面法线向支承面内的位移受到了限制。因此，光滑接触面约束的约束反力通过接触点沿着公法线方向并指向被约束物体，为压力，常用 F_N 来表示，如图 1-11 所示。

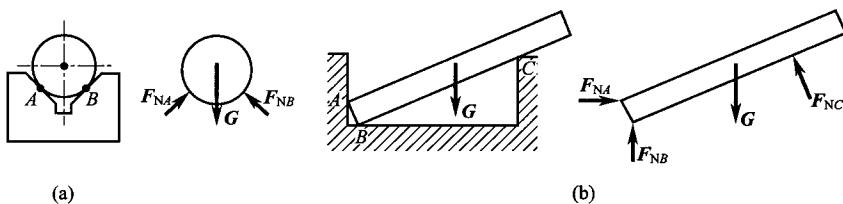


图 1-11 光滑接触面约束

三、光滑圆柱铰链约束

图 1-12 中两个构件 A、B 的连接是通过圆柱销钉 C 或圆柱形轴来实现的，这种使构件只能绕销轴转动的约束称为圆柱铰链约束。这类约束能够限制构件沿垂直于销钉轴线方向的相对位移。若将销钉和销孔间的摩擦略去不计而视为光滑接触，则这类铰链约束称为光滑铰链约束。若构成铰链约束的两个构件都是可以运动的，这种约束称为中间铰链约束，简图表表示为图 1-12(b)。

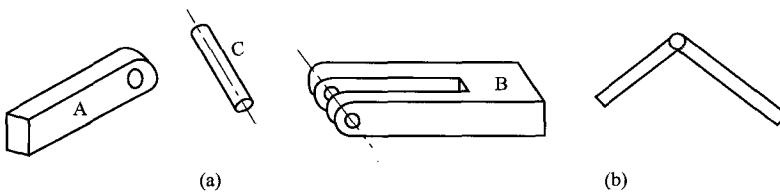


图 1-12 中间铰链约束

由于销钉和销孔之间看成光滑接触，根据光滑接触面约束反力的特点，销钉对构件的约束反力应沿着接触点处的公法线方向，且通过销孔的中心 [图 1-13(a)]。但接触点的位置不能预先确定，它随着构件的受力情况而变化。为计算方便，约束反力通常用经过构件销孔中心 O 点的两个正交分力 F_x 和 F_y 来表示，如图 1-13(b) 所示。

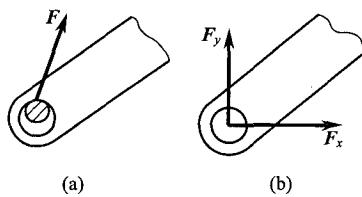


图 1-13 铰链受力

四、铰链支座约束

1. 固定铰链支座

用圆柱铰链连接的两个构件，如果其中一个固结于基础或机器上，则该约束称为固定铰链支座，简称固定铰链或固定支座，如图 1-14(a) 所示。其简图如图 1-14(b) 所示。固定铰链支座的约束反力的方向也不能确定，仍表示为正交的两个分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} [图 1-14(c)]。

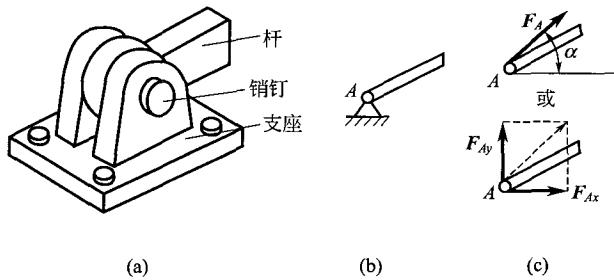


图 1-14 固定铰链支座

当中间铰链或固定铰链约束的两构件中有二力构件时，二力构件其约束反力满足二力平衡条件，方向是确定的，沿两约束反力作用点的连线。

如图 1-15(a) 所示结构， AB 杆中点作用力 F ，杆 AB 、 BC 不计自重。 BC 杆为二力杆， B 、 C 两端为中间铰链和固定铰链约束，约束反力的方向不能任意假设，只能沿 B 、 C 两点的连线，见图 1-15(b)。

杆 AB 在 A 、 B 两点受力并受主动力 F 作用，是三力构件，符合三力平衡汇交定理，其受力图如图 1-15(c) 所示。在画 BC 杆和 AB 杆受力图时应注意，中间铰链 B 必须按作用与反作用公理画其受力图。固定铰链支座 A 可用图 1-15(c) 所示的三力平衡汇交定理确定约束反力的方位，力的指向可任意假设，也可用互相垂直的两个分力表示。