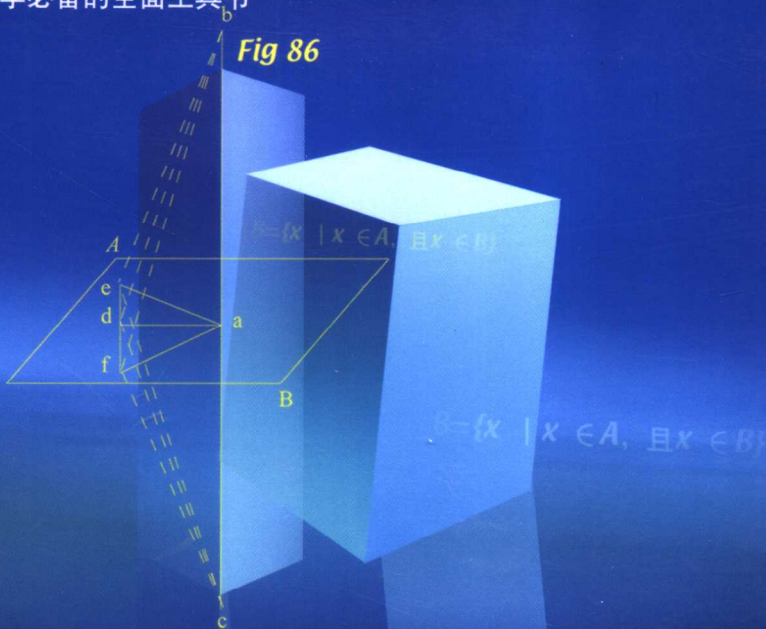


超级 数学专题题典 直线和平面

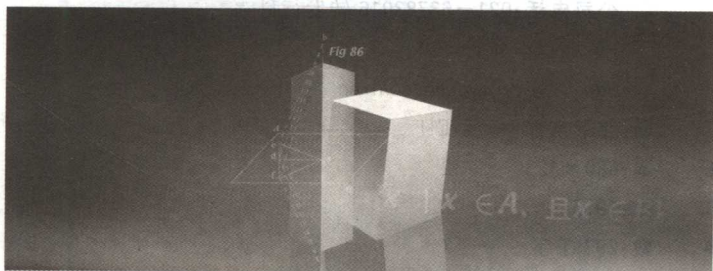
- 紧扣大纲 关注高考
- 学习数学必备的全面工具书





高考命题研究组

超级 数学专题题典 直线和平面



世界图书出版公司

上海·西安·北京·广州

图书在版编目(CIP)数据

超级数学专题题典——直线和平面/BSK 高考命题研究组编著.

—上海:上海世界图书出版公司,2007.2

ISBN 978-7-5062-5585-1

I. 超... II. B... III. 直线和平面—高中—习题—升学参考资料
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 153799 号

超级数学专题题典——直线和平面

BSK 高考命题研究组

出版发行:上海世界图书出版公司

上海市尚文路 185 号 B 楼 邮政编码 200010

公司电话:021-63783016 转发行科

(各地新华书店经销)

<http://www.wpcsh.com.cn>

印 刷:北京京都六环印刷厂

开 本:880×1230 1/32

印 张:10.5

字 数:293 千字

版 次:2007 年 2 月第 1 版 2007 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5062-5585-1/G·73

定 价:12.00 元

如发现印刷质量问题,请与印刷厂联系

(质检科电话:010-84498871)

前 言

参考书和教材不同,它并不是学习中的必需品。然而学习好的同学,大部分都看过至少一本参考书,有个别的,甚至看完了市面上所有的参考书,这是为什么呢?

教材都是自成体系,为了配合大纲和课堂教学,其中很多内容讲述得恰到好处,可以说是提供了一个角度很好的剖面。然而要学好一门学科,必须具备三点:首先是清晰的知识框架,其次是翔实的知识内容,再次是巧妙的方法技巧。要达到这三点,从理论上讲,反复阅读教材并练习教材中的习题是可以做到的,只是需要花费较长的时间去领悟。不过,实际情况往往是限于课时进度,同学们用于学习单一科目的时间本就有限,花费在科目内部的具体知识板块的时间更加寥寥,有没有什么捷径可以走呢?答案是没有。虽然没有捷径,但却有另外一条路可供选择,这就是选择合适的参考书。好的参考书能从各种角度去剖析问题,透过现象看本质;或是补充个别知识点,完善整个知识框架;或是通过纵横向比较,揭示出本来就存在,但教科书却未明示的一些规律;或是汇总前人的经验,揭示出你原本就该知道的一些方法技巧。这套《BSK 高中数学专题》正是本着这样的初衷编写的,一共包括函数、数列、不等式等 12 本。

本套书在编排上体现了以下特点:

(1) 知识讲解循序渐进

知识点讲解特色突出,全套书中的每一本都分为基础知识和拓展思维两大部分。前一部分针对具体的知识点进行精析细讲,帮助读者牢固扎实地打好知识基础、建立知识体系,使学习、记忆和运用有序化。第二部分“高屋建瓴”,帮助读者在掌握和巩固基础知识的同时,突破难点、提高思维。在力求提高的同时,把握尺度,不出偏题、怪题,使之虽然难度加大,但是并不偏离高考方向。

(2) 题目搭配合理有序

习题配备由易到难,层层延伸。基础练习题,能力练习题,历届高考题,精选星级题,3 大部分 6 小块,覆盖高中低档各类题型,层层递进,级级延伸,为复习、备考提供丰富的资料储备;题目讲解不拘一解,详尽规范,引导读者去探究“一题多解”、“多题一解”、“一题多变”和“万变归一”的思路与学习方法,使读者真正能够领悟到举一反三、触类旁通的奥妙。

(3) 框架结构明朗清晰

全书按照内容分布各种知识框架图,为读者学习和探索提供参考路标。

(4) 成书符合使用习惯

全书采用“知识点讲解”——“对应例题”——“另一个知识点讲解”——“对应例题”的编排模式,更符合授课式的思维习惯。我们还独出心裁地引入了“考频”概念,借助于此知识点在最终高考中所占比例的统计数据来检验自己对这一知识点、这一部分内容,甚至这一类问题的掌握程度,以寻找更合适的复习之道,从而达到优质、有效的复习效果。

(5) 自成体系一书多用

本套书完全基于教材,但又不拘泥于教材。基于教材是指教材中的知识点,只要是涉及某专题的,基本上都收录进书,并分别成册;不等同于教材是指本套书并未严格按照教材的章节顺序进行编排,而是把本专题相关内容作为一个子体系加以归纳。这样做的好处不但可以让同学们在短时间内掌握此专题内容,而且还脱离了教材变动的局限性,使全国所有中学生均可选用。

对于正在学习高中数学课程的同学,可以使用本书作为课堂内容的预习复习与补充;对于正在紧张复习,即将投入的高考的同学,使用本书也可作为复习的纲要与熟悉各种题型的战场;而对于高中教育的研究者,本书可以提供一部分研究素材。

由于作者时间和水平所限,疏漏之处在所难免,敬请不吝指正。

BSK 高考命题研究组

2006年9月

目 录

第一篇 知识篇	1
第一章 平面	3
第一节 平面的定义和表示法	4
高考考点和趋势分析	4
知识点讲解与应用	4
基础练习题	5
高屋建瓴	5
能力练习题	10
第二节 平面的性质	11
高考考点和趋势分析	11
知识点讲解与应用	11
基础练习题	14
高屋建瓴	15
能力练习题	17
第二章 直线与直线的位置关系	18
第一节 平面两直线的位置关系	19
高考考点和趋势分析	19
知识点讲解与应用	19
基础练习题	21
能力练习题	22
第二节 空间两直线的位置关系	22
高考考点和趋势分析	22
知识点讲解与应用	22
基础练习题	25
高屋建瓴	26
能力练习题	27
第三节 两条异面直线所成的角	29
高考考点和趋势分析	29
知识点讲解与应用	29
基础练习题	32
高屋建瓴	33
能力练习题	34
第四节 直线与直线平行	35

高考考点和趋势分析	35
知识点讲解与应用	35
基础练习题	37
能力练习题	37
第三章 直线与平面的关系	39
第一节 直线与平面平行	40
高考考点和趋势分析	40
知识点讲解与应用	40
基础练习题	43
高屋建瓴	44
能力练习题	45
第二节 直线与平面垂直	45
高考考点和趋势分析	45
知识点讲解与应用	45
基础练习题	49
高屋建瓴	50
能力练习题	51
第三节 直线和平面所成的角	52
高考考点和趋势分析	52
知识点讲解与应用	52
基础练习题	56
能力练习题	58
第四章 平面和平面之间的关系	59
第一节 平面与平面平行	60
高考考点和趋势分析	60
知识点讲解与应用	60
基础练习题	63
高屋建瓴	64
能力练习题	65
第二节 二面角	66
高考考点和趋势分析	66
知识点讲解与应用	66
基础练习题	70
能力练习题	71
第三节 平面和平面垂直	72
高考考点和趋势分析	72
知识点讲解与应用	72
基础练习题	76

能力练习题	77
第五章 直线和平面的应用	80
高考考点和趋势分析	80
知识点讲解与应用	80
基础练习题	84
能力练习题	84
第二篇 真题篇	86
考点分析	86
考试内容	86
考试要求	86
真题探究	87
选择题	87
填空题	94
解答证明题	98
第三篇 题典篇	107
选择题	107
填空题	126
解答证明题	133
第四篇 参考答案与解析	139
知识篇答案解析	139
真题篇答案解析	170
题典篇答案解析	221
附录一 公式定理大全	313
附录二 高中数学公式一览表	319

第一篇 知识篇

本专题知识结构图

直 线 与 平 面	平面	平面的性质
		平面两直线的位置关系
	直线与直线的关系	空间两直线的位置关系
		两条异面直线所成角
		直线与直线平行
	直线与平面的关系	直线和平面平行
		直线和平面所成角
		平面和平面平行
	几何中的平行关系和特征角	二面角
		异面直线上两点间距离
	直线与平面的应用	直线与平面的应用

本专题是在学生已有平面图形知识的基础上,研究空间直线和平面位置关系,空间直线和平面位置关系既是学习多面体和旋转体的基础知识,又是学生树立空间观念的基础.本专题分为五大部分:平面,空间两条直线,空间直线和平面,空间两个平面,直线与平面的应用.第一部分主要研究平面的基本性质、水平放置的平面图形的直观图的画法;第二部分主要研究空间两条直线的位置关系、平行直线、两条异面直线所成的角;第三部分主要研究直线和平面位置关系,直线和平面平行的判定与性质、直线和平面垂直的判定与性质、斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角、三垂线定理;第四部分主要研究两个平面的位置关系、两个平面平行的判定和性质、二面角、两个平面垂直的判定和性质.这四部分之间紧密联系着.前一大部分的内容是研究后几大节内容的理论根据,后一大部分内容既巩固了前一大部分的知识,又发展和推广了论证根据.由此逐节地发展和推广,得到了一整套直线和平面位置关系的概念、判定和性质,这就为下面研究多面体和旋转体的概念、性质、直观图画法、面积和体积公式奠定了理论基础.本专题重点是平面的基本性质,两条直线、直线和平面、两个平面的平行和垂直关系.其中平面的基本性质和平面的确定,是研究立体几何的基础,因为当判定一个空间图形是一个平面图形后,就可以运用平面几何知识进行研究.所以学好本章第一大部分是学好立体几何的基础.

2 专题题典·高中数学——直线与平面

本专题着重于建立空间观念.由于刚学完平面几何,读者往往习惯于平面几何的观念,常自觉或不自觉地从平面几何的角度来理解空间图形的问题,把空间图形看成平面图形,并且对于在平面内画出空间图形未受过训练,因而要注意从熟悉的事例入手.通过多运用模型进行分析和画图,正确地画出空间图形,比较它们和平面图形的异同.通过联系平面几何知识,逐步从已知引到未知,对于一些类似的性质和图形,注意应用对比的方法,区别其异同,指出其特点.就本专题具体教材而言,异面直线的概念和所成的角,二面角的平面角是学生比较难接受的概念,所以本专题也作了着重分析.

第一章 平面

本章知识结构图

平 面	平面的定义和表示	面 面是没有厚度、只有位置和大小几何图形
		平面 可看成是由一条直线沿同一方向平行移动的轨迹
		平面图形和空间图形 平面图形可看作是空间图形的一部分
		平面的表示法 平面常用一个小写希腊字母表示,或用平面上的多边形的顶点字母表示
		斜二测画法规则
		从直线和平面的类比来理解平面
		平面几何与立体几何的联系与区别
	平面的性质	斜二测画法的本质与实际应用
		平面的基本性质 平面的基本性质实际上就是关于平面的三个公理 公理 1: 若 $A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha$, 则 $l \subset \alpha$ 公理 2: 若 $A \in \alpha, A \in \beta$, 则 $\alpha \cap \beta = l$ 且 $A \in l$ 公理 3: 若 $A \in l, B \in l, C \notin l$, 则 A, B, C 共面
		平面基本性质的推论 这几个推论都是公理 3 的推论.
	平面的性质及推论的用途 性质 1 主要用于判定直线在平面内 性质 2 主要用来判断两面相交 性质 3 和性质 3 的推论都是确定一个平面的依据.	
	几何符号语言与常用语言的互化	
	平面的性质公理与推论的理解和运用	

第一节 平面的定义和表示法

高考考点和趋势分析

本节内容在高考中直接出题的概率不大,但它是学习立体几何的基础,所有立体几何问题都是建立在本节基础之上,进行引申、变化,出题的.

目标 1:了解平面的表示法和定义;

目标 2:掌握斜二测画法规则,并可以画出给定的简单平面图形.

知识点讲解与应用

1. 面(考频 1 次,其中,选择题 1 次,填空题 0 次,解答或证明题 0 次)

面是几何学的基本概念之一.在几何学中,面是没有厚度而只有位置和大小几何图形.面可以看作是线的运动轨迹,也可看作是很多点的集合.面有平面和曲面之分,面的界限可以是线,也可以是点.

2. 平面(考频 1 次,其中,选择题 1 次,填空题 0 次,解答或证明题 0 次)

平面可以看成是由一条直线在空间沿同一方向平行移动的轨迹;也可以看作是点的集合,这个集合内任意两点所确定的直线上的所有点都是这个集合内的点.两平面相交于一条直线.平面可以无限延展.

3. 平面图形和空间图形(考频 0 次,其中,选择题 0 次,填空题 0 次,解答或证明题 0 次)

如果一个图形的所有点不完全在同一个平面内(像长方体、圆柱等),这个图形叫做空间图形,又叫做立体图形.空间图形是由空间的点、线、面构成的,也可以看成是空间点的集合.在立体几何里的空间图形具有可以在空间移动而不改变形状、大小和各元素之间的位置关系的性质.柱体、锥体、台体、球等,都是空间图形.平面图形可看作是空间图形的一部分.

4. 平面的表示法(考频 0 次,其中,选择题 0 次,填空题 0 次,解答或证明题 0 次)

在高中几何中,一般画出平面的一部分来表示整个平面.平面通常用一个希腊字母表示,如平面 α ,平面 β ,平面 γ 等,在这种情况下,若不会引起混淆,“平面”二字也可以省略;或用平面上的多边形的顶点字母来表示,如平面 ABC ,平面 $ABCD$ 等,特别的,当用平行四边形的顶点来表示平面时,也可以只用相对顶点来表示,如平面 AC ,这种情况下,“平面”二字一般不可省略.在用平行四边形表示平面时,所表示的平面如果是水平平面,通常把锐角画成 45° ,横边画成邻边的两倍;如果是非水平平面,只要画成平行四边形,如直立平面;如果几个平面画在一起,当一个平面有一部分被另一个平面遮住时,应把被遮部分的线段画成虚线或不画.

5. 斜二测画法规则(考频 0 次,其中,选择题 0 次,填空题 0 次,解答或证明题 0 次)

- (1) 在原平面中取直角坐标系 xOy , 两坐标轴为 Ox 和 Oy , 两坐标轴互相垂直且交于原点 O ; 直观图中作坐标轴 $O'x'$ 和 $O'y'$ 与原坐标轴对应, 两坐标轴斜交于原点 O' 且夹角为 45° (或 135°).
- (2) 原平面中平行于坐标轴 Ox 和 Oy 的直线与线段在直观图中依然平行于坐标轴 $O'x'$ 和 $O'y'$; 原平面中在坐标轴 Ox 和 Oy 上的线段或与坐标轴 Ox 和 Oy 重合的直线在直观图中依然在坐标轴 $O'x'$ 和 $O'y'$ 上或与坐标轴 $O'x'$ 和 $O'y'$ 重合.
- (3) 在原平面中, 平行于坐标轴 Ox 或在坐标轴 Ox 上的线段, 在直观图中长度不变; 在原平面中, 平行于坐标轴 Oy 或在坐标轴 Oy 上的线段, 在直观图中长度为原来的一半. 即直观图中的横坐标度量等同于原平面横坐标, 纵坐标度量等同于原平面纵坐标的一半.

基础练习题

1. 下列说法正确的是_____。
 A. 桌子是平面 B. 桌面是平面图形
 C. 平面是桌子 D. 以上说法都不对
 2. 列举一些平面的例子。
 3. 坐标平面(如图 1-1-1)中, 画出点 C 的直观图。
 4. 在坐标平面内画直线与线段的直观图。
 5. 用斜二测画法画出正方形和正方体。
- (参考答案见 P139)

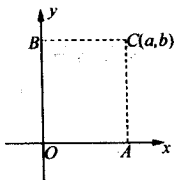


图 1-1-1

高层建筑

1. 从直线和平面的类比来理解平面

平面的概念和平面的性质是立体几何全部理论的基础. 平面, 是现实世界存在着的客观事物形态的数学抽象, 在立体几何中是只描述而不定义的原始概念, 但平面是把三维空间图形转化为二维平面图形的主要媒介, 在立体几何问题平面化的过程中具有重要的桥梁作用.

空间图形的基本元素是点、直线、平面. 从运动的观点看, 点动成线, 线动成面, 从而可以把直线、平面看成是点的集合, 因此它们之间的关系除了用文字和图形表示外, 还可借用集合中的符号语言来表示. 规定直线用两个大写的英文字母或一个小写的英文字母表示, 点用一个大写的英文字母表示, 而平面则用一个小写的希腊字母表示.

我们在学习中, 习惯于从已知的知识来理解记新的知识, 这也是一种很好的学习法, 叫做类比. 平面是基本的数学元素之一, 直线也是, 下面我们来看看平面和直线有哪些异同点.

- (1) 直线是绝对直的, 也就是说, 过直线上任意两点作的新直线一定与原直线重合; 平面是绝对平的, 也就是说, 过平面上任意三点确定的新平面一定与原平面

6 专题题典·高中数学——直线与平面

重合.

- (2) 线是没有宽度,只有长度和位置的概念,直线是线的一种,因此可以说直线没有宽度或直线的宽度为零;面是没有厚度,只有大小和位置的概念,平面是面的一种,因此可以说平面没有厚度或厚度为零.
- (3) 直线是向两个方向无限延伸的;平面是向四个方向无限延伸的.
- (4) 线是数学的基本元素之一,直线是线的一种,也可以说是线的特例;面是数学的基本元素之一,平面是面的一种,也是面的特例.
- (5) 直线一般用直线上的两点来表示,在直观上则用直线上的线段来表示,也就是说用直线的一部分来表示整条直线;平面一般用平面上的三点或两点来表示,在直观上则用平面上的三角形或平行四边形来表示平面,也即用平面的一部分来表示整个平面.
- (6) 直线是无限延伸的,它将所在平面分为两个部分,一点从一部分运动到另外一部分的轨迹必将和直线有交点;平面是无限延伸的,它将所在空间分为两个部分,一点从一部分运动到另外一部分的轨迹必将和平面有交点.
- (7) 直线可看作点的集合,它是一个无限集;平面也可看作是点的集合,是一个无限集,也可以看作是直线的集合,也是一个无限集.

2. 平面几何与立体几何的联系与区别

- (1) 平面几何中,研究的基本数学元素为点和线;立体几何中,研究的基本元素为点、线和面.
- (2) 平面几何中,由于纸面就可以看作一个平面,所有的元素可以表现在一个纸面上,没有空间位置关系,仅仅为了区分才将辅助线画为虚线;立体几何中,所有元素不都在一个平面上,通常都是将所研究的元素通过投影或其他变化在一个平面中表示出来,元素间有空间位置关系,后面的线或面被前面的面遮挡的部分,通常用虚线表示,而未被遮挡的部分则用实线表示.
- (3) 平面几何中研究的元素的全集是研究元素所在的平面,立体几何中研究的元素的全集是研究元素所在的空间.
- (4) 空间几何研究的元素中包含平面几何研究的元素,可以说,平面几何研究的元素组成的集合是空间几何研究的元素组成集合的子集.
- (5) 平面几何和立体几何的计量的基准都是角度和长度,平面几何中的计量有角度、距离、长度和面积,其实质都是角度和长度;立体几何中的计量有角度(异面直线所成的角,线与面的角,二面角等)、距离(线面距离,面面距离,点面距离等)、长度(几何体棱长或底边长)、面积(几何体侧面积或底面积)和体积,其实质还是角度和长度.
- (6) 立体几何中的许多问题,最后都会归结或转化到平面几何的问题,例如求距离,平面几何中有点与点之间的距离,点与直线之间的距离,平行直线之间的距离等;立体几何中的点与面的距离可以归结到点到直线的距离(实际上就是过已知点作已知平面的垂面交已知平面于一条线,已知点到这条交线的距离就是已知点到已知面的距离);直线到与其平行的平面的距离可以归结为点到平面的距离(线上任意一点到平面的距离),也可以归结为两条平行直线间的距离(过已知直

线作平面的垂面交平面于一直线,已知直线与交线平行,平行线间距离即为线面距离);平行平面之间的距离可转化为点面距离(即一个平面上任意一点到另一平面的距离),也可以转化为线面距离(即一个平面中的任意一条直线到另一平面的距离)。

- (7) 平面几何中,很多问题的解答和思考需要用到的元素位于平面中所给出图形的延展部分,锻炼的是平面的思维拓展和抽象能力;同样,立体几何中,很多问题的解答和思考需要用到的元素位于空间中所给出形体的延展部分,锻炼的是空间思维能力和抽象能力。

3. 斜二测画法的本质与实际应用

斜二测画法是通过坐标系的变换,在二维的纸面上模拟表现三维图形。这种变换保留一部分数学元素的特性,例如平行的直线或线段,也改变了一部分数学元素的特性,如角度。在变换中,我们实际上只需要关注图形中的部分或全部特征点,就能在变换和逆变换中游刃有余。

图形的同维变换是指在变换中数学基本元素的保留其本质特征的一种变化,即一个点经过变换之后还是一个点,直线经过变换以后还是直线,符合这样的变换有很多,如投影变换等,斜二测画法实质上也是一种同维变换。图形的变换是数学基本元素中的形元素的映射,同维变换实际上就是点集到点集的映射,这可以与函数是实数集到实数集的映射,数列是正整数集到实数集的映射进行关联理解。

斜二测画法可以看作是点集到点集的映射,这就是前面我们提到的,在这样的变换和逆变换中,我们只需要关注图形的特征点的变换即可。

- 例1 一条直线在空间沿同一方向平行移动可以形成平面,那么一条直线垂直于一个方向以一个点为中心转动是否也可以形成平面?

分析 分情况讨论,这个点在直线上或者不在直线上结论不同。

解答 不一定,要区分两种情况。如果点在直线上,那么转动的结果是形成一个垂直于已知方向的平面,如果点不在直线上,那么转动的结果是形成平面的一部分,平面的中心部分仍然是没有被覆盖到的。

点评 常见的错误是漏掉了点在直线上的情况。

- 例2 3个平面能将空间分成几部分?

分析 注意不同的平面关系将空间分成的部分情况是不同的。

解答 分类讨论:3个平行平面可以将空间分成4部分;2个平行平面和另外1个和这两个平面都相交的平面可以把空间分成6部分;3个互相相交且交线平行的平面可以把空间分成7部分;3个互相相交但是交线相交于1点的平面可以把空间分成8部分。

点评 本题的情况比较多,容易出现遗漏的现象。

- 例3 正方体各个面所在的平面能将空间分成几部分?

分析 正方体一共有6个面,其中上表面和下表面正好把空间分成了3层,注意到每层又被分割成了9个部分,所以一共被分割成27个部分。

解答 分割成27个部分。

点评 还是平面分割空间的问题,与上面的题目属于同一类型。

8 专题题典·高中数学——直线与平面

例4 请举出生活中能够见到的平面和曲面的例子.

分析 随便举例子即可,其实平面和曲面随处可见.

解答 生活中完整的平面我们是见不到的,因为理想的平面必须无限延展,但是平面的一部分我们却经常见到,比如说墙壁,白纸,桌面;生活中的曲面往往是球面、锥面或者柱面,比如说圆珠笔的笔面,谷仓表面,排球表面等等.

点评 这种题目是用来加深我们对于平面和曲面的理解的,考试中当然不会出现.

例5 4个平面最多能将空间分成几部分?

分析 我们知道3个平面可以将空间最多分成8部分,而第四个平面放进去之后,并不能将所有的部分都切成2个小部分,只有7个部分被切开了(原因在于原先的交线的公共点只能在第四个平面的一侧),所以应该是7的2倍加1个部分,也就是15个部分.

解答 15个部分.

点评 这种题目容易出错,注意第四个平面放进去之后,并不能将所有的部分都切成2个小部分,只有7个部分被切开了.

例6 用一个平面去切一个空心圆锥,在平面上能够得到哪些曲线?

分析 事实上可以得到所有的二次曲线,具体见解答部分.

解答 可以得到所有的二次曲线,比如说圆可以通过平行于底面的平面和圆锥的中部切割得到;椭圆可以通过不平行于底面但是倾斜角又不太大的平面切割圆锥得到;抛物线可以通过平行于母线的平面和圆锥切割得到.双曲线可以通过竖直的平面和圆锥相切得到,等等.

点评 这种题目可以举实际例子去看.

例7 把下列用符号语言描绘的图形,用直观图表示.

(1) $A \in \alpha, B \notin \alpha, A \in l, B \in l$ (2) $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel c, b \cap c = P, \alpha \cap \beta = c$

分析 根据符号所表示的内容分别画图即可,具体见解答部分.

解答 (1) 如图 1-1-2; (2) 如图 1-1-3.

(1) 的作图顺序是先画出平面 α , A 在 α 内, B 不在 α 内, l 过 A, B 两点,画 l 与 α 相交;

(2) 的作图顺序是先画两个相交平面 α 和 β , 其交线为 c , 在 α 内画一直线 $a \parallel c$, 在 β 内画一直线与 c 交于 P .

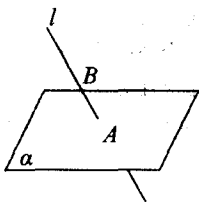


图 1-1-2

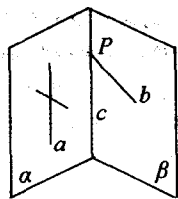


图 1-1-3

点评 将符号转化为图形是立体几何的最最重要的基本功,一定要打好这个基础.

例8 用符号表示下列语句,并画图.

(1) 点 A 在平面 α 内,但在平面 β 外; (2) 直线 a 和 b 相交于平面 α 内一点 M .

分析 根据符号所表示的内容分别画图即可,具体见解答部分.

解答 (1) $A \in \alpha, A \notin \beta$,画图如图 1-1-4;

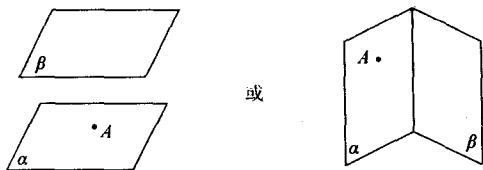


图 1-1-4

(2) $a \cap b = M, M \in \alpha$,画图如图 1-1-5.

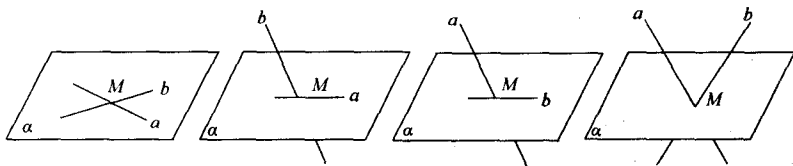


图 1-1-5

点评 本题和上一题类似,这种训练要经常性地,越熟练越好.

例 9 画水平放置的正六边形的直观图.

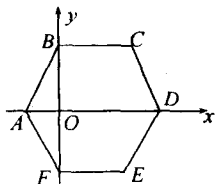


图 1-1-6

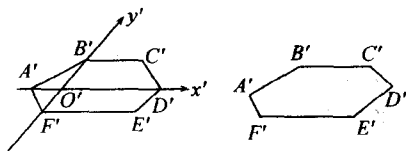


图 1-1-7

分析 按照教科书中画直观图的办法一步步严格地进行即可.

解答 (1) 在图 1-1-6 右图所给出的正六边形 $ABCDEF$ 中,取对角线 AD 为 x 轴,

\therefore 对角线 BF 垂直 AD , \therefore 取对角线 BF 为 y 轴.

(2) 在图 1-1-7 中,作出斜坐标系 $x'O'y'$,使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$. 在 x' 轴上取 $O'A' =$

$OA, O'D' = OD$; 在 y' 轴上取 $O'B' = \frac{1}{2}OB, O'F' = \frac{1}{2}OF$,过 B' 作 $B'C'$ 平行

于 x' 轴且等于 BC ,过 F' 作 $F'E'$ 平行于 x' 轴且等于 FE ;

(3) 连接 $A'F', A'B', D'E', D'C'$,所得六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 就是正六边形 $ABCDEF$ 的直观图.

(4) 图画好后,要擦去辅助线(本题中为 x' 轴和 y' 轴)

点评 本题中,若按图 1-1-8 所示取正六边形中心为原点建立 xOy

直角坐标系,则比上面画法要复杂得多,因此,建立适当的 xOy

直角坐标系是简化这种作图过程的关键.

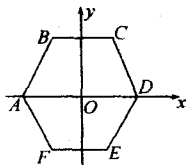


图 1-1-8