



高职高专
机电工程类
规划教材

工程力学

顾晓勤 主 编
沈 忠 副主编



清华大学出版社
Tsinghua University Press

工程力学



TB12

1

高职高专机电工程类规划教材

工 程 力 学

广东省高教厅组编

主 编 顾晓勤

副主编 沈 忠

参 编 夏健明 邢 伟

主 审 黄运尧



机械工业出版社

本书是根据 1999 年广东省高等职业技术机电工程类系列教材编委会制定的高职机电类工程力学课程的要求编写的。

全书分基本部分和提高部分。前九章中不含“*”号的内容为基本部分,包括质点和刚体静力学受力分析、力系简化、平衡方程及应用,材料的基本变形,即拉伸和压缩、剪切和挤压、扭转、弯曲,以及质点和刚体运动学基础;提高部分包括动力学基础,并且简要介绍了压杆稳定、动载荷、交变应力、材料持久极限、复杂应力状态、强度理论以及组合变形等。

本书可用作高等职业技术机电工程类工程力学课程的教材,推荐学时数为 72~90,也可以将基本部分作为工程力学全部开课内容,所需学时数为 54~60。本书同时可用作各类全日制高等专科学校、职工大学、电视大学、函授教育机械类工程力学课程教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/顾晓勤主编. —北京:机械工业出版社, 2001. 1

高职高专机电工程类规划教材

ISBN 7-111 08455-1

I. 工… II. 顾… III. 工程力学—高等学校:技术学校—教材
IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 54293 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:郑丹 版式设计:霍永明 责任校对:孙志筠

封面设计:姚毅 责任印制:付方敏

北京市密云县印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2001 年 8 月第 1 版·第 2 次印刷

1000mm×1400mm B5·8.25 印张·321 千字

3 501—6 500 册

定价:20.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677-2527

广东省高职高专机电工程类规划教材

编 委 会 名 单

主 任	杨开乔				
副主任	谢存禧	高文龙			
委 员	杨开乔	谢存禧	高文龙	蔡 敏	邵 明
	司徒忠	何友义	曾文光	蔡昌荣	卢 勇
	龚洵禹	林晓新	吴 勇	程中元	戚长政
	刘晓顺	赵小平	卢晓春	姚嘉五	吴念香
	郑建辉				
秘 书	邵 明	吴念香	郑建辉		

序

高等职业教育是我国高等教育改革和发展的新生事物,是我国高等教育不可缺少的重要组成部分。20世纪90年代以来,党中央、国务院十分重视高职高专教育,制定了一系列政策和措施,有效地推动了高职高专教育的改革和发展。中共中央、国务院《关于深化教育改革,全面推进素质教育的决定》中明确指出:“要大力发展高等职业教育,培养一大批具有必要理论知识和较强实践能力,生产、建设、管理、服务第一线和农村急需的专门人才”。为我国高等职业教育的改革和发展指明了方向。近年来,我省全面贯彻国家高职发展的“三改一补”方针,采取“三多一改”的办法(即多形式、多模式、多机制和改革)发展高等职业教育,使高职高专教育出现了生机勃勃的发展势头,到目前为止,全省有独立设置的职业技术学院13所,9所本科院校举办了二级职业技术学院,10多所普通专科学校、20多所成人高校举办了高职专业,全省高职高专在校生10多万人,初步形成了具有一定办学特色的高等职业教育体系,成为我省高等教育的重要组成部分。

由于高等职业教育成规模发展的时间较短,教学体系尚不成熟,许多问题,诸如教学计划、教学内容、实践基地建设、“双师”队伍建设、教材建设等,尚在研究、摸索阶段。尤其是高职高专的教材较少,给教学工作和人才培养造成了一定的困难。解决好这些问题,将有利于高等职业教育的进一步改革和发展。为此,广东省教育厅十分重视高职高专教材建设。我们采取了统筹规划,分步实施的办法,积极组织有关高职院校教师分专业、分系列开展高职高专教材的编写工作。本套高职高专机电工程类规划教材的编写出版,就是我们在高职教材建设方面的一个积极尝试。这套教材共17种,由我厅和国家机械工业局教编室、机械工业出版社联合组织编写,在编写过程中,全体编写人员、责任编辑、编委会成员倾注了大量的心血,本套教材较好地贯彻了职业性、实用性、系统性、超前性、地方性的编写原则,具有较明显的职教特色和地方特色,将有助于学生专业理论的学习和应用技能的训练和提高,适用于高等职业院校、专科学校和成人高校机电类专业使用。

这套教材的编写出版,将填补我省高职教育专业教材的空白,并对我省高等职业教育的进一步改革和发展产生积极而深远的影响。同时,我们也希望通过这套教材的出版发行,能为我国高等职业教育的改革和发展尽一份微薄之力,并为我国高职教育教材园地的建设增添一朵绚丽的小花。

广东省教育厅
2000年8月25日

前 言

按照 1999 年广东省高职高专机电工程类规划教材编委会制定的工程力学课程的基本要求,编者结合多年教学实践体会,编写了这本工程力学教材。

高等职业技术教育强调理论和实践教学一体化,重视对先进生产设备的一线操作,技术基础课的教学注重实用性。本书在介绍与机械有关的力学知识中尽量避免复杂推导计算,重点介绍质点和刚体静力学以及材料的基本变形,简明扼要地叙述了后续专业课中所需的其它一些工程力学知识,如速度合成、惯性力、应力状态及强度理论、压杆失稳、疲劳破坏等。书中注意对新技术、新知识的介绍,力学内容编写注意面向计算机,对传统的作图法给予压缩。考虑到机电工程类专业教学中工程力学课程学时数大大减少的现实,本书尽量做到文字简明、内容精练、方便教学,突出高等职业技术教育的特色。

本书可作为高等职业技术机电工程类工程力学课程的教材,推荐教学时数为 72~90。对于选学的内容,本书在标题前加了“*”号,可在学时较充裕的情况下使用。对于学时特别紧张的学校专业,可以以前九章中不含“*”号的内容作为工程力学全部开课内容,教学时数约为 54~60。本书也可作为各类全日制高等专科学校、职工大学、电视大学、函授教育机械类工程力学课程教学用书。

参加本书编写工作的有中山学院顾晓勤(绪论、第一章、第二章、第十一章第 1~5 节)、广东工业大学沈忠(第三章、第四章、第六章)、广东水利电力职业技术学院夏健明(第七章、第八章、第十章)、广东交通职业技术学院邢伟(第五章、第九章、第十一章第 6 节)。全书的统稿工作由顾晓勤完成。

本书由广东工业大学黄运尧教授担任主审,广东轻工职业技术学院李鸣副教授、东莞理工学院黄健求副教授等参加了审稿会议,审稿的同志对本书提出了许多宝贵意见,在此表示衷心的感谢。

高等职业技术教育教材建设是一项新兴的事业,目前仍处于探索阶段。由于水平所限,书中会有不少缺点和不足之处,恳请读者批评指正。

编 者

2000 年 8 月

目 录

序

前言

绪论	1
第一章 质点、刚体的基本概念和受力分析	3
第一节 力、质点、刚体和平衡的概念	3
第二节 力的基本规律	5
第三节 力在直角坐标轴上的投影	6
第四节 力对点的矩	9
第五节 力对轴的矩	13
第六节 约束和约束反力	15
第七节 物体的受力分析和受力图	19
习题	24
第二章 力系的简化和平衡方程	27
第一节 平面汇交力系	27
第二节 力偶和力偶系	33
第三节 平面一般力系	35
第四节 空间一般力系简介	44
第五节 物体的重心	47
习题	52
第三章 平衡方程的应用	55
第一节 物体系统的平衡问题	55
第二节 平面桁架的内力分析	59
第三节 考虑摩擦时物体的平衡问题	62
习题	65
第四章 轴向拉伸和压缩	69
第一节 杆件变形的四种基本形式	69
第二节 轴向拉伸和压缩时的内力	70
第三节 拉压杆的应力	72
第四节 拉压杆的变形	74
第五节 材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能	76
第六节 许用应力和安全系数	79
第七节 轴向拉伸和压缩的强度计算	79

第八节 拉压超静定问题简介	82
第九节 应力集中的概念	83
习题	84
第五章 剪切和挤压	87
第一节 剪切变形 剪切虎克定律	87
第二节 挤压	89
第三节 剪切和挤压的强度计算	90
习题	94
第六章 圆轴的扭转	96
第一节 外力偶矩的计算	96
第二节 扭矩和扭矩图	96
第三节 圆轴扭转时的应力	98
第四节 圆轴扭转时的强度计算	100
第五节 圆轴扭转时的变形和刚度计算	102
习题	104
第七章 直梁弯曲时的内力和应力	107
第一节 平面弯曲的概念和实例	107
第二节 弯曲时的内力 剪力和弯矩	108
第三节 剪力图和弯矩图	111
第四节 纯弯曲时横截面的正应力	115
第五节 梁的强度计算	120
第六节 提高梁弯曲强度的几项措施	123
* 第七节 计算机在梁弯曲计算中的应用简介	127
习题	128
第八章 梁的变形	133
第一节 工程中的弯曲变形问题	133
第二节 梁变形的基本方程	134
第三节 叠加法求梁的弯曲变形	137
第四节 梁的刚度条件和提高弯曲刚度的措施	141
习题	142
第九章 质点和刚体运动学	145
第一节 质点的绝对运动、相对运动和牵连运动	145
第二节 速度合成定理	146
第三节 刚体的基本运动	150
第四节 刚体的平面运动	159
* 第五节 哥里奥利加速度简介	174
习题	177
第十章 质点系动力学基础	182

第一节 动量定理	182
第二节 动量矩定理	185
第三节 动能定理	190
第四节 动静法	193
习题	198
第十一章 变形体力学的几个问题	202
第一节 压杆稳定	202
第二节 动载荷和交变应力	208
第三节 材料持久极限及影响因素	213
第四节 复杂应力状态	214
第五节 强度理论简介	224
* 第六节 组合变形	229
习题	237
附录 型钢表	242
习题答案	252
参考文献	256

绪 论

固体的移动、旋转和变形，气体和液体的流动等都属于**机械运动**。力学是研究物体机械运动的科学。机械运动是最简单的一种运动形式。此外，物质还有发热、发光、发生电磁现象、化学过程以及更高级的人类思维活动等各种不同的运动形式。**静止**是机械运动的一种特殊形式。工程中把物体相对于地球静止或匀速直线运动的状态称为物体的**平衡状态**。

力使物体运动状态发生改变的效应称为**力的外效应**，而力使物体形状发生改变（即变形）的效应称为**力的内效应**。本课程将研究力的外效应和力的内效应。讨论力的内效应，主要在物体受到平衡力系作用的状态下进行。

本课程所研究的运动是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，属于经典力学的范畴。经典力学以牛顿定理为基础，采用了与物质运动无关的所谓“绝对”空间、时间和质量的概念，应用范围有一定的局限性。对于速度接近光速的物体和基本粒子的运动，则必须用相对论和量子力学的方法加以研究。但是，长期的实践证明，现代一般工程中所遇到的大量力学问题，用经典力学来解决，不仅方便简捷，而且能够保持足够的精确度。所以，经典力学至今仍有很大的实用意义，并且还在不断地发展。

本课程将研究物体在外力作用下的平衡规律，给出质点、刚体运动的基本规律。

机械或工程结构的各个组成部分，如机床的轴、建筑物的梁和柱等，统称为**构件**。当机械或工程结构工作时，构件将受到载荷的作用，例如数控车床主轴受齿轮啮合力和切削力的作用。在外力作用下，构件的尺寸和形状将发生变化，这种变化称为**变形**。为保证机械或工程结构的正常工作，构件应当满足下列要求：

1. 强度要求 在规定载荷作用下构件不应破坏。例如液化气罐不应爆破；飞机降落轮子触地时，起落架不能被折断；冲床曲轴工作时不能发生断裂。强度要求即指构件应有足够的抵抗破坏的能力。

2. 刚度要求 在载荷作用下，构件变形不能超过允许值。例如图 0-1 所示数控车床的主轴箱简图，如果切削力使机床主轴产生过大的变形，则加工出来的零件不能达到预定的精度，同时齿轮的啮合情况变坏，磨损加速。所以，刚度要求是

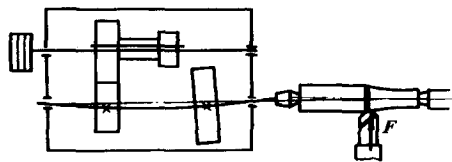


图 0-1

指构件应有足够的抵抗变形的能力。

另外，对受压力作用的细长杆，如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等，应始终维持原有的直线平衡状态，保证不被压弯，即构件应有足够的保持原有平衡状态的**稳定性**能力。

一般来说，工程中构件应有足够的强度、刚度和稳定性，但是对某些特殊构件有相反的要求。例如当载荷超过某一极限时，安全销应立即破坏，起到保护作用，为发挥缓冲作用；车辆的缓冲弹簧应有较大的变形。

为了提高构件的强度、刚度和稳定性，一般是加大构件的尺寸或选用质量好的材料。但是构件的尺寸过大、材料过好，就会造成结构笨重和浪费。因此，本课程将分析计算构件的强度和刚度，为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

工程力学研究方法是从实践出发，经过抽象化、综合、归纳，运用数学推演得到定理和结论，对于复杂的工程问题往往借助计算机进行数值分析和公式推导，通过实验验证理论和计算结果的正确性。

学习工程力学要注意观察实际机械设备工作情况，对力学理论要勤于思考、多做练习题，做到熟能生巧。通过掌握领会本课程的内容，为学习机械后继课程打好基础，并能初步运用力学理论和方法解决工程实际中的技术问题。

第一章 质点、刚体的基本概念和受力分析

第一节 力、质点、刚体和平衡的概念

一、力的概念

人用手拉悬挂着的静止弹簧，人手和弹簧之间有了相互作用，这种作用引起弹簧运动和变形。运动员踢球，脚对足球的力使足球的运动状态和形状都发生变化。人们在长期的生产实践中，通过观察分析，逐步形成和建立了力的科学概念：力是物体之间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态发生变化或使物体形状发生改变。物体运动状态的改变是力的外效应，物体形状的改变是力的内效应。

实践证明，力对物体的内外效应决定于三个要素：①力的大小；②力的方向；③力的作用点。力的作用点表示力对物体作用的位置。力的作用位置，实际中一般不是一个点，而往往是物体的某一部分面积或体积。例如，人脚踩地，脚与地之间的相互压力分布在接触面上，物体的重力则分布在整个物体的体积上，这种分布作用的力称为分布力。但是，有时力的作用面积不大，例如，钢索吊起机器设备，当忽略钢索的粗细时，可以认为二者连接处是一个点，这时钢索拉力可以简化为集中作用在这个点上的一个力，这样的力称为集中力。由此可见，力的作用点是力的作用位置的抽象化。

本书采用国际单位制，力的大小以牛顿为单位。牛顿简称牛（N），1000 牛顿简称千牛（kN）。

在力学中要区分两类量：标量和矢量。在确定某种量时，只需一个数就可以确定的量称为标量。例如长度、时间、质量等都是标量。在确定某种量时，不但要考虑它的大小，还要考虑它的方向，这类量称为矢量，也称向量。力、速度和加速度等都是矢量。矢量可用一具有方向的线段来表示。如图 1-1 所示，线段的起点 A（或终点 B）表示力的作用点，沿力矢顺着箭头的指向表示力的方向；线段的长度（按一定的比例尺）表示力的大小。本书中用黑体字母表示矢量，而以普通字母表示这个矢量的模（即大小）。图 1-1 中 $\mathbf{F}$ 表示力矢量， F 表示该力的大小（ $F = 600\text{N}$ ）。

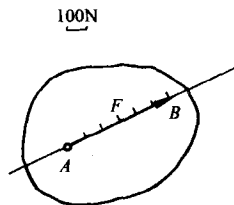


图 1-1

力系是指作用在物体上的一组力。作用于物体上的一个力系如果可以用另一个力系来代替而效应相同,那么这两个力系互为**等效力系**。若一个力与一个力系等效,则这个力称为该力系的**合力**。

二、质点和刚体的概念

如果我们仔细地考虑物体的机械运动,则运动情况总是比较复杂的。例如,物体的落体运动,一方面物体受到重力作用,另一方面它还受到空气的阻力,而空气的阻力又与落体的几何形状和大小有关。但是在许多情况下,阻力所起的作用很小,运动的情况主要取决于重力,因而可以忽略空气的阻力,这样物体的运动就可看作与几何形状和大小无关。类似的例子很多,概括这些事实,我们可以看到,在某些问题中,物体的形状和大小与研究的问题无关或者起的作用很小,是次要因素。为了首先抓住主要因素和掌握它的基本运动规律,我们有必要忽略物体的形状和大小。这样,在研究问题中,不计物体形状、大小,只考虑质量并将物体视为一个点,即**质点**。质点在空间占有确定的位置,常用直角坐标系中 x 、 y 、 z 值表示。

力对物体的外效应是使物体的运动状态发生变化,力对物体的内效应是使物体发生变形。在通常情况下,工程中的机械零件在工作时,受力产生的变形是很微小的,往往只有专门的仪器才能测量出来。在很多工程问题中,这种微小的变形对于研究物体的平衡问题影响极小,可以忽略不计。这样,忽略了物体的微小变形后便可把物体看作刚体。我们把**刚体**定义为由无穷多个点组成的不变形的几何形体,它在力的作用下保持其形状和大小不变。刚体是对物体加以抽象后得到的一种理想模型,在研究平衡问题时,将物体看成刚体会大大简化问题的研究。

同一物体在不同的问题中,有时可看作质点,有时要看作刚体,有时则必须看作变形体。例如,当研究地球绕太阳公转时,地球可看作质点;当研究地球自转时,要将地球看作刚体;当研究地震时,则要把地球看作变形体。

三、平衡的概念

物体相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态称为物体的平衡状态。例如桥梁、机床的床身、高速公路上匀速直线行驶的汽车等,都处于平衡状态。物体的平衡是物体机械运动的特殊形式。平衡规律远比一般的运动规律简单。

如果刚体在某一个力系作用下处于平衡,则此力系称为**平衡力系**。力系平衡时所满足的条件称为**力系的平衡条件**。力系的平衡条件,在工程中有着十分重要的意义。在设计工程结构的构件或作匀速运动的机械零件时,需要先分析物体的受力情况,再运用平衡条件计算所受的未知力,最后按照材料的力学性能确定几何尺寸或选择适当的材料品种。有时对低速转动或直线运动加速度较小的机械零件,也可近似地应用平衡条件进行计算。人们在设计各种机械零件或结构构件时,常常需要静力分析和计算,平衡规律在工程中有着广泛的应用。

第二节 力的基本规律

人们在长期的生活和生产活动中，经过实践、认识、再实践、再认识的过程，不仅建立了力的概念，而且总结出力所遵循的许多规律，其中最基本的规律可归纳为以下四条：

一、二力平衡条件

受两力作用的刚体，其平衡的充分必要条件是：**这两个力大小相等，方向相反，并且作用在同一直线上**（见图 1-2），简称此两力等值、反向、共线。

即：

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

上述条件对于刚体来说，既是必要又是充分的；但是对于变形体来说，仅仅是必要条件。例如，绳索受两个等值反向的拉力作用时可以平衡，而受两个等值反向的压力作用时就不能平衡。

在两个力作用下处于平衡的刚体称为**二力体**。如果物体是某种杆件或构件，有时也称为**二力杆**或**二力构件**。

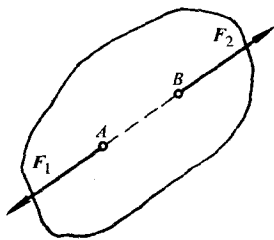


图 1-2

二、可以等效替代的力系

在作用于刚体上的任何一个力系上，加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果。

由二力平衡条件和可以等效替代的力系这两条力的基本规律，可以得到下面的推论：作用在刚体上的一个力，可沿其作用线任意移动作用点而不改变此力对刚体的效应。这个性质称为**力的可传性**。如图 1-3 所示，作用在物体 A 点的力 $\mathbf{F}$ ，将它的作用点移到其作用线上的任意一点 B，而力对物体的作用效果不变。特别需要强调的是，当必须考虑物体的变形时，这个性质不再适用。如图 1-4 所

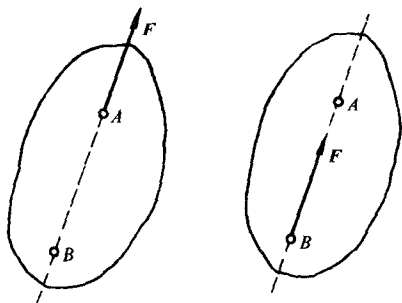


图 1-3

示的拉伸弹簧，力 $\mathbf{F}$ 作用于 A 处与作用于 B 处效果完全不同。

根据力的可传性，作用在刚体上的力其三要素成为大小、方向和作用线的位置。这样，力矢就可以从它作用线上的任一点画出。

三、力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力，合力也作用于该点，其大小和方向由两分力为邻边所构成的平行四边形的对角线表示。如图 1-5 所示， $\mathbf{R}$ 表示合力， $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 表示分力。这种求合力

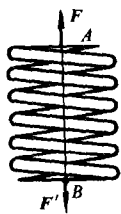


图 1-4

的方法,称为矢量加法,用公式表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

上述求合力的方法,称为力的平行四边形法则。

为了方便起见,在用矢量加法求合力时,可不必画出整个平行四边形,而是从 A 点作一个与力 $\mathbf{F}_1$ 大小相等、方向相同的矢量 $\mathbf{AB}$,如图 1-6 所示,过 B 点作一个与力 $\mathbf{F}_2$ 大小相等、方向相同的矢量 $\mathbf{BC}$,则 $\mathbf{AC}$ 就是力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的合力 $\mathbf{R}$ 。这种求合力的方法,称为力三角形法则。

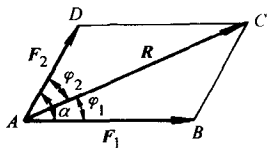


图 1-5

推论(三力平衡汇交定理) 当刚体受三个力作用(其中两个力的作用线相交于一点)而处于平衡时,则此三力必在同一平面内,并且它们的作用线汇交于一点。

证明 如图 1-7 所示,刚体上 A 、 B 、 C 三点,分别作用着互成平衡的三个力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$,它们的作用线都在平面 ABC 内但不平行。 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 的作用线交于 O 点,根据力的可传性原理,将此两个力分别移至 O 点,则此两个力的合力 $\mathbf{R}$ 必定在此平面内且通过 O 点。而 $\mathbf{R}$ 必须和 $\mathbf{F}_3$ 平衡。由力的平衡条件可知, $\mathbf{F}_3$ 与 $\mathbf{R}$ 必共线,所以 $\mathbf{F}_3$ 的作用线亦必通过力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的交点 O ,即三个力的作用线汇交于一点。

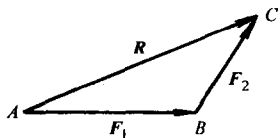


图 1-6

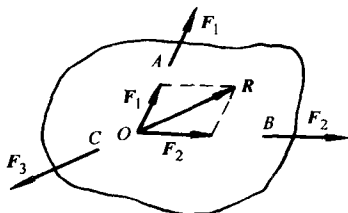


图 1-7

四、作用和反作用定律

两个物体间相互作用的一对力,总是同时存

在并且大小相等、方向相反、作用线相同,分别作用在这两个物体上,这就是作用和反作用定律。

机械中力的传递,都是通过机器零件之间的作用与反作用的关系来实现的。借助于这个定律,我们才能从机器的一个零件的受力分析过渡到另一个零件的受力分析。

特别要注意的是,必须把作用和反作用定律与二力平衡原理严格地区分开来。作用和反作用定律是表明两个物体相互作用的力学性质,而二力平衡原理则说明一个刚体在两个力作用下处于平衡时两力应满足的条件。

第三节 力在直角坐标轴上的投影

设空间直角坐标系 $Oxyz$ 的三个坐标轴如图 1-8 所示,已知力 $\mathbf{F}$ 与三轴间的夹角分别为 α 、 β 、 γ 。此力在 x 、 y 、 z 轴上的投影 X 、 Y 、 Z 分别为

$$\begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \cos \beta \\ Z &= F \cos \gamma \end{aligned} \quad (1-1)$$

投影是代数量。例如当 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ 时, X 为负值。

在一些机械问题中, 人们往往习惯于采用二次投影法。设力 F 与 z 轴夹角为 γ 、在 xy 平面分量 F_{xy} 与 x 轴夹角为 φ , 首先将力 F 投影到 z 轴和 xy 平面上, 分别得到 $F_z = F \cos \gamma$, $F_{xy} = F \sin \gamma$, 然后将 F_{xy} 再投影到 x 、 y 轴上。由图 1-9 可见

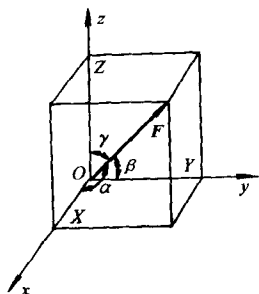


图 1-8

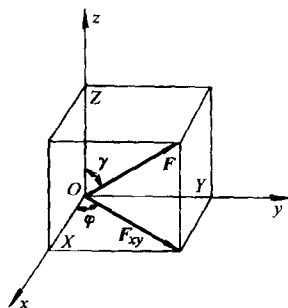


图 1-9

$$\begin{aligned} X &= F \sin \gamma \cos \varphi \\ Y &= F \sin \gamma \sin \varphi \\ Z &= F \cos \gamma \end{aligned} \quad (1-2)$$

设 i 、 j 、 k 为 x 、 y 、 z 轴的单位矢量, 若以 F_x 、 F_y 、 F_z 分别表示 F 沿直角坐标轴 x 、 y 、 z 的三个正交分量 (图 1-10), 则

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y + \mathbf{F}_z = Xi + Yj + Zk \quad (1-3)$$

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$\alpha = \arccos \frac{X}{F}$$

$$\beta = \arccos \frac{Y}{F}$$

$$\gamma = \arccos \frac{Z}{F}$$

(1-4)

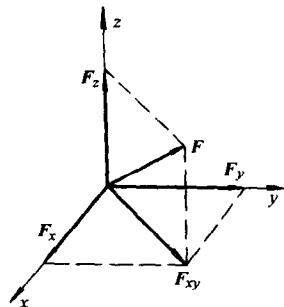


图 1-10

如果已知投影 X 、 Y 、 Z 的值, 力 F 的大小与方向可由式 (1-4) 确定。

应当注意力的投影和分量的区别, 首先力的投影是标量, 而力的分量是矢量; 其次对于斜交坐标系, 力的投影不等于其分量的大小。如图 1-11 所示, 斜交坐标系 Oxy , 力 F 沿 Ox 、 Oy 轴的分量大小为 OB 和 OC , 而对应投影的大小是 OD 和 OE , 显然它们不相同。