经济数学基础补充教材

经济数学基础

解题

——原理·方法·技巧

- 微积分
- 线性代数
- 概率统计

何英凯 编著

吉林大学出版社

经济数学基础补充教材

经济数学基础解题

——原理·方法·技巧

何英凯　编著

吉林大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础解题——原理·方法·技巧/何英凯编著.
长春：吉林大学出版社，2007.7
ISBN 978-7-5601-3674-5

Ⅰ.经… Ⅱ.何… Ⅲ.经济数学—高等学校—解题
Ⅳ.F224.0-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第127243号

书名：经济数学基础解题——原理·方法·技巧
作者：何英凯 编著

责任编辑、责任校对：曲天真
吉林大学出版社出版、发行
开本：787×1092毫米 1/16
印张：20.5 字数：475千字
ISBN 978-7-5601-3674-5

封面设计：张沭沉
长春市恒源印务有限公司 印刷
2007年7月 第1版
2007年7月 第1次印刷
定价：26.80元

社址：长春市明德路421号 邮编：130021
发行部电话：0431-88499826
网址：http://www.jlup.com.cn
E-mail：jlup@mail.jlu.edu.cn

前　言

《经济数学基础》(微积分，线性代数，概率统计)是高等学校财经类专业核心课程之一，是许多后续课程的重要基础，也是硕士研究生入学考试的必考科目。

本书是《经济数学基础》的补充教材，具有以下三个特点：

一、以教学大纲为准，紧密结合教材

本书知识范围以教育部颁布的《经济数学基础》教学大纲为准，也分为微积分，线性代数，概率统计三部分，章节安排与所用教材基本一致。所选题目与教材内容相互配合，相互补充，覆盖了教学大纲所规定的全部重点内容。

二、精选习题，增加难度

本书题目的选择具有广泛性和代表性，一部分选自各辅导书或习题集的典型例题和习题，一部分选自历年硕士研究生入学考试的重点考题，还有一部分是作者在多年教学实践中编写的题目。所选题目中一部分与教材习题难度相当，另一部分难度有所增加。

三、注重归纳总结，力求一题多解

与其他习题集、辅导书不同，本书许多题目的解答都给出分析过程，并列出多种解题方法。在每种重点题型后面都有小结，详细总结了解题原理和解题技巧，从而使同学们能够举一反三，触类旁通。

两点建议：

一、以教材为主，切勿本末倒置

要在掌握《经济数学基础》教材基本原理、基本方法、基本技巧的前提下使用本书，而不要对教材一知半解时就开始做本书的题目。要循序渐进，不要急于求成。

二、力争独立完成，然后对照答案

要独立分析和解答本书的题目，然后再去对照。切忌遇到困难就急于查找分析过程和解答过程。一定要多思考，多动笔，只有这样，才能使本书起到应有的作用，才能为学习财经类的专业课程以及进一步学习考研数学打下坚实的基础。

本书原名为《经济数学1000题》，上、下两册，32开本，已经在教学中使用多年。由于《经济数学基础》教材改版，为了与教材协调一致，现改成16开本，合成一册，并公开出版。考虑到本书主要讲述解题原理、归纳一般性方法、总结常用技巧，所以，本次出版改为现在的书名。

虽然此书在使用中已经做了多次修改，此次出版又经过了认真校对，但仍难免有疏漏之处，欢迎读者批评指正。

何英凯

2007年7月

目　　录

线性代数部分

概率统计部分

微 积 分 部 分

第一章　函　　数

一、习　　题

1. 函数 $f(x)=|x\cos x|e^{-\sin x}$ 为(　　).

(A) 奇函数　　(B) 偶函数　　(C) 有界函数　　(D) 以上都不对

2. 函数 $f(x)=x\tan x e^{\sin x}$ 是(　　)函数.

(A) 偶　　(B) 无界　　(C) 周期　　(D) 单调

3. 设 $z=y+f(\sqrt{x}-y)$，已知当 $y=1$ 时 $z=x$，则 $f(x)=$______.

4. 已知 $f(x)=e^x$，$f[\varphi(x)]=1-x^2$，则 $\varphi(x)=$______，它的定义域为______.

5. 设 $f(x)=\begin{cases}x, & x\geqslant 0;\\ \dfrac{1}{x}, & x<0,\end{cases}$ 则 $f[f(x)]=$______.

6. $f(x)=\sqrt{x^2+2x}-\ln(1-x^2)$ 的定义域是______.

7. 设 $f(x)=ax+b$，当 $a=$______，b 为任意数时，$f[f(x)]=x$.

8. 已知 $f(x)=\sin x$，$f[\varphi(x)]=1-x^2$，则 $\varphi(x)=$______的定义域为______.

9. 设 $y=f(x)=\begin{cases}e^x, & -\infty<x\leqslant 0;\\ x^2-1, & 0<x\leqslant 1;\\ \arctan x, & 1<x<+\infty,\end{cases}$ 则其反函数 $f^{-1}(x)=$______.

10. 设 $f(x)=\begin{cases}e^x, & x<1;\\ x, & x\geqslant 1,\end{cases}$ $\varphi(x)=\begin{cases}x+2, & x<0;\\ x^2-1, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 求 $f[\varphi(x)]$.

二、答案、提示及解答

1. D.　2. B.　3. $x(x+2)$.　4. $\ln(1-x^2)$，$(-1,1)$.　5. x.

6. $[0,1)$.　7. -1.　8. $\arcsin(1-x^2)$，$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$.

9. $f^{-1}(x)=\begin{cases}\ln x, & 0<x\leqslant 1;\\ \sqrt{x-1}, & -1<x\leqslant 0;\\ \tan x, & \dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$

10. 解　$f[\varphi(x)]=\begin{cases}e^{\varphi(x)}, & \varphi(x)<1;\\ \varphi(x), & \varphi(x)\geqslant 1.\end{cases}$

1° 当 $\varphi(x)<1$ 时，

或 $x<0$ 时，$\varphi(x)=x+2<1$，即 $x<-1$；

或 $x\geqslant 0$ 时，$\varphi(x)=x^2-1<1$，即 $0\leqslant x<\sqrt{2}$.

2° 当 $\varphi(x)\geqslant 1$ 时，

或 $x<0$ 时，$\varphi(x)=x+2\geqslant 1$，即 $-1\leqslant x<0$；

或 $x\geqslant 0$ 时，$\varphi(x)=x^2-1\geqslant 1$，即 $x\geqslant\sqrt{2}$，

所以 $f[\varphi(x)]=\begin{cases}e^{x+2}, & x<-1;\\ x+2, & -1\leqslant x<0;\\ e^{x^2-1}, & 0\leqslant x<\sqrt{2};\\ x^2-1, & \sqrt{2}\leqslant x.\end{cases}$

第二章　极限与连续

一、习　　题

1. 下列结论中正确的是(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}=e^{\frac{1}{2}}$　　(B) $\lim\limits_{x\to0}(1-x)^{\frac{1}{x}}=e$

(C) $\lim\limits_{x\to0}(1+\tan x)^{\cot x}=e$　　(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+n\dfrac{1}{x}\right)^{x}=e^{\frac{1}{n}}$

2. 设 $y=\sin\dfrac{1}{x}\cdot\sin x$，则当 $x\to0$ 时，y 是(　　).

(A) 无穷大量　(B) 无穷小量　(C) 有界非无穷小　(D) 无界非无穷大

3. 下列各式中，有一个正确的，它是(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=\infty$　　(B) $\lim\limits_{x\to0}x\sin\dfrac{1}{x}=0$

(C) $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$　　(D) $\lim\limits_{x\to0}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=1$

4. 设数列通项为 $x_n=n\sin\dfrac{n\pi}{2}$，则当 $n\to+\infty$ 时，x_n 是(　　).

(A) 收敛的　　(B) 无穷大

(C) 有界，不收敛　　(D) 无界但不是无穷大

5. $\lim\limits_{n\to\infty}n\sin(4\pi\sqrt{n^2+1})=$(　　).

(A) $+\infty$　(B) 1　(C) π　(D) 2π

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{(\arctan x)^2\tan x}=$(　　).

(A) 0　(B) 1　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) $-\dfrac{1}{2}$

7. 当 $x\to0$ 时，下列四个无穷小量中，(　　)是比其他三个更高阶的无穷小量.

(A) x^2　(B) $1-\cos x$　(C) $\sqrt{1-x^2}-1$　(D) $x-\tan x$

8. 设 $f(x)=\begin{cases}\cos x, & x<0;\\ ax+b, & 0\leqslant x\leqslant1;\\ \arctan x-\dfrac{\pi}{4}, & x>1\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，则 a，b 分别等于(　　).

(A) 1，1　(B) 0，1　(C) -1，1　(D) 1，-1

9. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，讨论函数 $f(x)$ 的间断点，其结论为(　　).

(A) 不存在间断点　　(B) 存在间断点 $x=1$

(C) 存在间断点 $x=0$　　(D) 存在间断点 $x=-1$

10. $\lim\limits_{n\to\infty}[\sqrt{1+2+\cdots+n}-\sqrt{1+2+\cdots+(n-1)}]=$________.

11. $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}=$________________.

12. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}=$________________.

13. $|x|<1$, $\lim\limits_{n\to\infty}(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\cdots(1+x^{2^n})=$____________.

14. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}})=$____________.

15. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5}{5x+3}\sin\dfrac{2}{x}=$____________.

16. 设函数 $f(x)=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$，则

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\ln[f(1)f(2)\cdots f(n)]=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

17. 已知 $f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x<0;\\ ax+b, & 0\leqslant x\leqslant1;\\ \sin\pi x, & x>1\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，则 $a=$________，$b=$________.

二、答案、提示及解答

1. C.　2. B.　3. B.　4. D.

5. **解**　原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}n\sin(4\pi\sqrt{n^2+1}-4n\pi)=\lim\limits_{n\to\infty}n\sin[4\pi(\sqrt{n^2+1}-n)]$

$$=\lim_{n\to\infty}n\sin\frac{4\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{4n\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}\cdot\frac{\sin\frac{4\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}}{\frac{4\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{4n\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\frac{4\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}}{\frac{4\pi}{\sqrt{n^2+1}+n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{4\pi}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+1}$$

$=2\pi$.　　(答案为 D)

小结　凡是表达式中含有 $a\pm\sqrt{b}$ 或 $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$，则在运算前通常要在分子分母乘以其共轭根式，然后再做有关分析计算.

6. **解**　原式 $=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{x^2\cdot x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\dfrac{x(\sqrt{1-x^2}-1)}{\sqrt{1-x^2}}}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\cdot\dfrac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^2}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\cdot\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{-x^2}{x^2(\sqrt{1-x^2}+1)}=-\frac{1}{2}.$$ (答案为 D)

7. 解　$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2\left(\sin\frac{x}{2}\right)^2}{4\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}.$

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\frac{-x^2}{x^2(\sqrt{1-x^2}+1)}=-\frac{1}{2}.$ (答案为 D)

8. 解　因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，所以，必有

$$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^+}f(x),\qquad \lim_{x\to1^-}f(x)=\lim_{x\to1^+}f(x)$$

即

$$\lim_{x\to0^-}\cos x=1=\lim_{x\to0^+}(ax+b)=b$$

$$\lim_{x\to1^-}(ax+b)=a+b=\lim_{x\to1^+}\left(\arctan x-\frac{\pi}{4}\right)=0$$

从而得 $a=-1$，$b=1$. (答案为 C)

9. 解　$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+x}{1+x^{2n}}=\begin{cases}0, & 当\ x\leqslant-1\ 时;\\ 1+x, & 当\ -1<x<1\ 时;\\ 1, & 当\ x=1\ 时;\\ 0, & 当\ x>1\ 时.\end{cases}$

因为 $\lim\limits_{x\to(-1)^-}f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}f(x)=0$，所以 $x=-1$ 为连续点.

因为 $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}(1+x)=2$，而 $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}0=0$，所以，$x=1$ 为间断点.

(答案为 B)

小结　极限函数或绝对值函数，通常要先变成分段函数，然后再做有关的分析运算.

10. 解　原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{\frac{n(1+n)}{2}}-\sqrt{\frac{n(n-1)}{2}}\right]=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{\sqrt{\frac{n(1+n)}{2}}+\sqrt{\frac{n(n-1)}{2}}}$

$$=\lim_{n\to\infty}\sqrt{2}\frac{n}{\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2-n}}=\sqrt{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1-\frac{1}{n}}}$$

$$=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

11. 解

原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+2}+\sqrt{n})}{(\sqrt{n+2}-\sqrt{n})(\sqrt{n+2}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}{2(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{2}{n}}+1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}=\frac{1}{2}.$$

12. 解　原式$\xlongequal{令 -x=t} \lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^{-t}-e^{t}}{e^{-t}+e^{t}}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{(e^{-t}-e^{t})e^{-t}}{(e^{-t}+e^{t})e^{-t}}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^{-2t}-1}{e^{-2t}+1}=-1.$

13. 解　原式$=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1-x)(1+x)(1+x^2)\cdots(1+x^{2^n})}{1-x}$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(1-x^2)(1+x^2)\cdots(1+x^{2^n})}{1-x}=\cdots$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}=\frac{1}{1-x}.$$

14. 解

$$原式=\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}})(\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}})}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{4\sqrt{n}}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{4}{\sqrt{1+\frac{3}{\sqrt{n}}}+\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}}$$

$$=2.$$

小结　第5、10、11、14题属于同种类型——$(\infty-\infty)$型(分子或分母)，通常要先变成$(\infty+\infty)$型(分子分母乘以其共轭根式)，然后再做极限运算.

15. 解　原式$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5}{5x+3}\cdot\dfrac{2}{x}\cdot\dfrac{\sin\frac{2}{x}}{\frac{2}{x}}=2\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5}{5x^2+3x}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{2}{x}}{\frac{2}{x}}=2\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3+\frac{5}{x^2}}{5+\frac{3}{x}}=\dfrac{6}{5}.$

16. 解　$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\ln[f(1)f(2)\cdots f(n)]=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\ln[a\cdot a^2\cdot\cdots\cdot a^n]=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\ln a^{\frac{n(n+1)}{2}}$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n(n+1)}{2n^2}\ln a=\ln a\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+n}{2n^2}=\frac{1}{2}\ln a.$$

17. 解　因为$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续，所以

$$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^+}f(x)$$

即

$$\lim_{x\to0^-}e^{-x}=1=\lim_{x\to0^+}(ax+b)=b$$

$$\lim_{x\to1^-}f(x)=\lim_{x\to1^+}f(x)$$

即

$$\lim_{x\to1^-}(ax+b)=a+b=\lim_{x\to1^+}(\sin\pi x)=0$$

从而得 $a=-1$，$b=1$.

第三章　导数与微分

一、习　　题

(一) 导数概念

1. 设$f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 则$f(x)$在$x=0$处(　　).

(A) 连续，不可导　　(B) 可导，导数不连续

(C) 可导，导数连续　　(D) 不连续，不可导

2. 曲线$y=\ln x$与x轴正向相交的角度为________.

3. 设曲线$y=ax^2$与$y=\ln x$相切，求a及切点坐标.

4. 设曲线$y=ke^x$与$y=x^2+ax+b$相交于(0, 2)，且在该点的切线相互垂直，则k =________，a =________，b =________.

5. 求a和b，使

$$f(x)=\begin{cases}ax+b, & x>1;\\ x^2, & x\leqslant 1\end{cases}$$

处处可导.

6. 设$f(x)=\begin{cases}\sqrt{|x|}\sin\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 则$f(x)$在$x=0$处(　　).

(A) 极限不存在　　(B) 极限存在，但不连续

(C) 连续，但不可导　　(D) 可导

7. 已知$f'(x_0)=-1$，则

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{f(x_0-2x)-f(x_0-x)}=\underline{\qquad\qquad}.$$

8. 设周期函数$f(x)$在$(-\infty, +\infty)$内可导，周期为4，又

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$$

则曲线$y=f(x)$在点$(5, f(5))$处的切线斜率为(　　).

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) 0　　(C) -1　　(D) -2

9. 设曲线$f(x)=x^n$在点(1, 1)处的切线与x轴的交点为$(\xi_n, 0)$，则$\lim\limits_{n\to\infty}f(\xi_n)=$ ________.

10. 曲线 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 的切线与 x 轴和 y 轴围成一个图形，记切点的横坐标为 a，试求切线方程和这个图形的面积．当切点沿曲线趋于无穷远时，该面积的变化趋势如何？

11. 设 $f(x)$ 可导，$F(x)=f(x)(1+|\sin x|)$，则 $f(0)=0$ 是 $F(x)$ 在 $x=0$ 处可导的（　　）．

(A) 充分必要条件　　(B) 充分但非必要条件

(C) 必要但非充分条件　　(D) 既非充分又非必要条件

(二) 导数与微分的计算

1. 设 $y=x[\cos(\ln x)+\ln(\sin x)]$，求 y'．
2. 设 $y=f^n[\varphi^n(\cos x^n)]$，求 y'．
3. 设 $xy^2+e^y=\cos(x+y^2)$，求 y'_x．
4. 设 $\ln y=f(x+y)$，求 y'_x．
5. 设 $y=x^{a^a}+a^{x^x}+x^{x^a}$，求 y'．
6. 设函数 $y=f(x)$ 是由方程 $x^y=y^x$ 确定的，求 $\frac{dy}{dx}$．
7. 设 $y=y(x)$ 由 $y-xe^y=1$ 所确定，求 $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=0}$．
8. 设 $y=f(\ln x)e^{f(x)}$，其中 f 可微，求 dy．
9. 设 $f(x)=\begin{cases}\ln(1+x), & x>0;\\ 0, & x=0;\\ \frac{\sin^2 x}{x}, & x<0,\end{cases}$ 求 $f'(x)$．
10. 设 $\varphi(x)=\begin{cases}x^3\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 又函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导，求 $F(x)=f[\varphi(x)]$ 的导数．
11. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x^2e^{n(x-1)}+ax+b}{1+e^{n(x-1)}}$，其中 a、b 为常数，讨论 $f(x)$ 的连续性与可导性．
12. 设 $f(x)=|\ln|x||$，求 $f'(x)$．
13. 设 $f(x)$ 具有任意阶导数，且 $f(x)f'(x)=-1$，$f(x)\neq 0$，$n>1$，则 $f^{(n)}(x)=$（　　）．

(A) $(-1)^n(n-1)![f(x)]^{-n}$　　(B) $(-1)^{n-1}(n-1)![f(x)]^{-n-1}$

(C) $-(2n-3)!![f(x)]^{-2n+1}$　　(D) $(-1)^{n-1}(2n-3)!![f(x)]^{-2n+1}$

14. 设 $y=\sin[f(x^2)]$，其中 f 二阶可导，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$．
15. 设 $f(x)=3x^3+x^2|x|$，求 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数．
16. 设 $y=f(x+y)$，其中 f 二阶可导，且 $f'\neq 1$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$．