众创精品
21世纪中等职业教育系列教材
中等职业教育系列教材编委会专家审定

数学

（精简本）

主　编　王贵君　金玉国　刘剑雄

北京邮电大学出版社

中等职业教育系列教材

中等职业教育系列教材编委会专家审定

数 学

（精简本）

主　编：王贵君　金玉国　刘剑雄

编　委：张艳华　江　昕　刘艳霞

范树军　李永恒　王　伟

张秀茹　包研新　杨丽霞

王忆东

北京邮电大学出版社

·北　京·

图书在版编目(CIP)数据

数学/王贵君,金玉国,刘剑雄主编.—北京:北京邮电大学出版社,2007

ISBN 978-7-5635-1441-0

Ⅰ.数… Ⅱ.①王…②金…③刘… Ⅲ.数学课—专业学校—教材 Ⅳ.G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 028410 号

书　　名 数学
主　　编 王贵君　金玉国　刘剑雄
责任编辑 周　堃　赵延玲
出版发行 北京邮电大学出版社
社　　址 北京市海淀区西土城路 10 号　邮编 100876
经　　销 各地新华书店
印　　刷 北京市彩虹印刷有限责任公司
开　　本 787 mm×960 mm　1/16
印　　张 14
字　　数 286 千字
版　　次 2007 年 4 月第 1 版第 1 次印刷
书　　号 ISBN 978-7-5635-1441-0/O·114
定　　价 18.00 元

如有印刷问题请与北京邮电大学出版社联系　电话:(010)82551166　(010)62283578

E-mail:publish@bupt.edu.cn　Http://www.buptpress.com

出版说明

本书依据《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的实施职业教育课程改革和教材建设规划的要求，并根据教育部职业教育与成人教育司组织编写的全国中等职业学校教学方案编写。本教材针对中等职业学校数学课的教学实际，对教材内容进行了调整，从而平衡了文化基础课与专业技能课的课时分配。

本书分为十章，包括集合、不等式、函数、数列、三角函数、平面向量、解析几何、立体几何、排列组合与二项式定理、概率。

本书有以下特点：

1. 能从中等职业学校数学课的教学实际出发，满足基础课的课时安排。
2. 能从学生的学习兴趣出发，激发学生学习的求知欲和主动性。
3. 能从教师的教学出发，最大限度地充实课堂内容。
4. 能从中等职业学校学生的数学能力出发，提高理解能力和动手能力。
5. 能从灵活的模块编排入手，保证教学实践的可操作性。

本书在编写中，力求体现"以学生为主体，以能力为本位"的教学理念，强调数学学习的基础性和实用性，使教学内容突出基础性、经典性与专业性的结合，弱化定理证明，强化结论性与应用性。

本书由王贵君、金玉国、刘剑雄主编，张艳华、江昕、刘艳霞、范树军、李永恒、王伟、张秀茹、包研新、杨丽霞、王忆东共同编写；同时，江苏省苏州职业教育中心校陈晓明老师在本书的编审过程中提出了宝贵意见，在此表示感谢。

由于编者水平和时间所限，本教材难免有不妥之处，恳请读者予以批评指正。

编者

目　录

第一章　集　合

1.1　集合的含义与常用的数集

请根据下面的例子,向全班同学介绍一下你原来就读的学校,你的兴趣、爱好及现在班级同学情况.

“我就读于第二十中学”;

“我喜欢打篮球、画画”;

“我现在的班级是高一(1)班,全班共有40名同学,其中男生23人,女生17人”.

像“学校”“兴趣”“班级”“男生”“女生”这些概念有什么共同的特征?

在生活中,针对各种不同事物,为了方便讨论,我们需要在一定范围内,按一定标准对这些事物分类,这样,就会用到一些像“群体”“全体”“集合”等这样的词语来描述.

集合是数学中不定义的原始概念,它表示一些确定的对象的全体. 把具有某种属性的一些确定的对象叫做这个集合的元素.

“中国古代的四大发明”构成一个集合,该集合的元素就是指南针、造纸术、活字印刷术、火药.

“Mathematics(数学)”中的字母构成一个集合,该集合的元素就是m,a,t,h,e,i,c,s这8个字母.

“小于5的正整数”构成一个集合,该集合的元素就是1,2,3,4这4个数.

集合常用大写拉丁字母表示,如集合$A,B,C\cdots$,它的元素通常用小写英文字母$a,b,c\cdots$表示.

如果a是集合A的元素,记作$a\in A$,读作a属于A;

如果b不是集合A的元素,记作$b\notin A$,读作b不属于A.

集合中的元素应具有如下几个特征:

(1)确定性:即集合中的元素必须是确定的,不能确定的对象不能构成集合,如:“高三(1)班个子较高的同学的全体”就不能构成集合.

(2)互异性:即集合中的任何两个元素都是不同的对象,如由“mathematics中的字母”构成的集合中,元素只能是m,a,t,h,e,i,c,s这8个,不能写出两个m.

(3)无序性:即同一集合中的元素之间无顺序.

一般地,我们约定用一些大写英文字母,表示常用的一些数的集合(简称数集). 自然数集,记作$\mathbf{N}$;正整数集,记作$\mathbf{N}_+$或$\mathbf{N}^*$;整数集,记作$\mathbf{Z}$;有理数,记作$\mathbf{Q}$;实数集,记作$\mathbf{R}$.

练习题

1. 判断下列语句能否确定一个集合：

(1) 大于 5 的整数的全体；

(2) 本班学习较好的同学；

(3) 奇数的全体；

(4) 与 10000 接近的实数的全体；

(5) 中国的直辖市的全体.

2. 判断下列关系是否正确：

(1) $0\in\mathbf{Z}$；　(2) $-\frac{1}{2}\in\mathbf{Q}$；　(3) $0\in\mathbf{N}_{+}$；

(4) $\pi\in\mathbf{Q}$；　(5) $\sqrt{3}\in\mathbf{R}$；　(6) $-8\in\mathbf{Z}$.

3. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

(1) 1 ______ $\mathbf{N}$；　(2) -3 ______ $\mathbf{N}$；　(3) 0 ______ $\mathbf{N}$；

(4) -2 ______ $\mathbf{Z}$；　(5) $\frac{1}{2}$ ______ $\mathbf{Z}$；　(6) $-\sqrt{3}$ ______ $\mathbf{R}$.

作　业

1. 判断下列语句能否确定一个集合：

(1) 中华人民共和国某一时刻出生的公民的全体；

(2) 你所在班级的所有成员；

(3) 你所在班级的好团员.

2. 用“$\in$”或“$\notin$”填空：

-1 ______ $\mathbf{N}$　0 ______ $\mathbf{N}$　π ______ $\mathbf{N}$　$-\sqrt{5}$ ______ $\mathbf{N}$

-1 ______ $\mathbf{Z}$　0 ______ $\mathbf{Z}$　π ______ $\mathbf{Z}$　$-\sqrt{5}$ ______ $\mathbf{Z}$

-1 ______ $\mathbf{Q}$　0 ______ $\mathbf{Q}$　π ______ $\mathbf{Q}$　$-\sqrt{5}$ ______ $\mathbf{Q}$

-1 ______ $\mathbf{R}$　0 ______ $\mathbf{R}$　π ______ $\mathbf{R}$　$-\sqrt{5}$ ______ $\mathbf{R}$

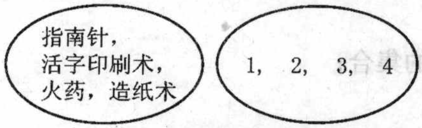
1.2　集合的表示方法

表示集合的常用方法有以下几种：

列举法：将集合的元素一一列举出来，并置于花括号“{ }”内，如{1,2,3,4}. 用这种方法表示集合，元素之间需用逗号分隔，列举时与元素顺序无关.

描述法：将集合的所有元素都具有的性质（满足条件）表示出来，写成$\{x \mid P(x)\}$的形式（其中x为集合中的代表元素，$P(x)$为元素x具有的性质）. 如：$\{x \mid x$是中国古代的四大发明$\}$，$\{x \mid x<5$且$x \in \mathbf{N}_+\}$.

有时用 *Venn*（文恩）图表示集合，更加形象直观（如图 1－1）.



(1)　(2)

图 1－1

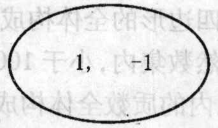


图 1－2

同一个集合，可用多种方法表示，如：由方程$x^2-1=0$的解的全体构成的集合，可表示为：

(1)列举法：$\{1,-1\}$.

(2)描述法：$\{x \mid x^2-1=0, x \in \mathbf{R}\}$.

(3)图示法：如图 1－2.

例 1　用列举法表示下列集合：

(1)$\{x \mid x$是大于 2 小于 12 的偶数$\}$；

(2)$\{x \mid x^2=4\}$.

解：(1)$\{4,6,8,10\}$；

(2)$\{2,-2\}$.

例 2　用描述法表示下列集合：

(1)南京市；

(2)不小于 2 的全体实数的集合；

(3)在平面β内，与点P_1, P_2距离相等的点的全体构成的集合.

解：(1)$\{x \mid x$是中华人民共和国江苏省省会$\}$；

(2)$\{x \mid x \geqslant 2, x \in \mathbf{R}\}$；

(3)$\{P \mid |PP_1|=|PP_2|, P_1, P_2$为$\beta$内的两定点，点$P \in$平面$\beta\}$.

含有有限个元素的集合叫做有限集，含有无限个元素的集合叫做无限集.

练习题

1. 用列举法表示下列集合：

(1)$\{x \mid x$是大于 2 小于 11 的奇数$\}$；

(2)$\{x \mid x^2-6x+8=0\}$；

(3)比 3 小 1 的实数的全体；

(4)本学期你所学课程的全体；

(5)大于 1.9 小于 5.1 的整数的全体；

(6)方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集.

2. 用描述法表示下列集合:

(1)北京市;

(2)绝对值小于 2 的整数的全体构成的集合;

(3)平行四边形的全体构成的集合;

(4)在自然数集内,小于 100 的奇数构成的集合;

(5)10 以内的质数全体构成的集合.

3. 用适当的方法表示下列集合并判断其是有限集,还是无限集.

(1)方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集;

(2)不大于 3 的实数的全体;

(3)由 24 和 30 的所有公约数构成的集合;

(4)方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=4 \end{cases}$ 的解集.

作　业

用适当方法表示下列集合:

(1)非负偶数的集合;

(2)矩形的全体实数构成的集合;

(3)9 的平方根的全体所构成的集合;

(4)世界上最高的山峰所构成的集合;

(5)被 5 除余 1 的全体实数构成的集合.

1.3　集合之间的关系

1.3.1　子集,空集,真子集

观察下列各组集合,A 与 B 之间具有怎样的关系?如何用语言来表述这种关系?

(1)$A=\{-1,1\}$,$B=\{-1,0,1,2\}$;

(2) $A=\mathbf{N}$,$B=\mathbf{R}$;

(3) $A=\{x|x$ 为上海人$\}$,$B=\{x|x$ 为中国人$\}$.

容易看出,集合 A 的任一元素都是集合 B 的元素,集合 A,B 的关系可用子集的概念来表述.

对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作:$A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$),读作:A 包含于 B(或 B 包含 A).

如:$\{1,2\}$ 包含于 $\mathbf{N}$,$\mathbf{N}$ 包含于 $\mathbf{Q}$ 等.

A 包含于 B 可用文恩图来表示(如图 1-3).

集合 A 不是 B 的子集,记作 $A \not\subseteq B$,读作:A 不包含于 B.

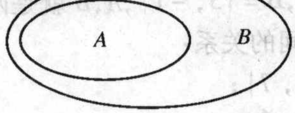


图 1-3

依定义,任何一个集合 A 都是它本身的子集,即 $A \subseteq A$.

我们把不包含任何元素的集合,称为空集,记作:$\varnothing$,如:$\{x \mid x+2=x+1, x \in \mathbf{R}\}=\varnothing$, $\{x \mid x^2+1=0, x \in \mathbf{R}\}=\varnothing$.

规定,空集是任一集合的子集,即 $\varnothing \subseteq A$(A 是任一集合).

对于两个集合 A、B,如果 A 包含于 B,且 B 中至少有一个元素不属于 A,则称集合 A 是集合 B 的真子集,记作:$A \subset B$(或 $B \supset A$),读作:A 真包含于 B(或 B 真包含 A).

如:$\{a, b\} \subset \{a,b,c\}$

根据子集与真子集定义可知:

对于集合 A,B,C,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$;

对于集合 A,B,C,若 $A \subset B, B \subset C$,则 $A \subset C$.

例 1 说出集合 $A=\{a,b\}$ 的所有子集与真子集.

解:集合 A 的所有子集是:

$\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}$

上述集合中除去 $\{a,b\}$,剩下的都是 A 的真子集.

例 2 说出下列各组的三个集合中,哪两个集合之间具有包含关系?

(1)$S=\{-2,-1,0,1,2\}$,$A=\{-1,1\}$,$B=\{-2,2\}$;

(2)$S=\mathbf{R}$,$A=\{x \mid x \leqslant 0, x \in \mathbf{R}\}$,$B=\{x \mid x>0, x \in \mathbf{R}\}$.

解:在(1)与(2)中,都有 $A \subseteq S, B \subseteq S$.

练习题

1. 写出 $\{2,4,6\}$ 的所有子集与真子集.

2. 判断下列表示是否正确:

(1)$A \subseteq \{a\}$;　　(2) $\{a\} \subseteq \{a,b\}$;

(3)$\{a,b\} \subseteq \{b,a\}$;　　(4) $\{-5,5\} \subseteq \{-5,0,5\}$;

(5)$\varnothing \subseteq \{-1,1\}$;　　(6)$\varnothing \subseteq \{x \mid x+1=x-3\}$.

3. 指出下列各集合之间的关系并用图表示:

$A=\{$正方形$\}$,$B=\{$菱形$\}$,$C=\{$长方形$\}$,$D=\{$平行四边形$\}$.

1.3.2 集合的相等

对于两个集合 A 与 B,如果 $A \subseteq B$,且 $B \supseteq A$,则称 A 与 B 相等. 记作:$A = B$.

例如:$A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$,$B = \{3, -1\}$,$A$,$B$ 就是两个相等的集合.

例 1 说出以下两个集合之间的关系:

(1)$A = \{1, 3, 5, 7\}$,$B = \{3, 7\}$;

(2)$C = \{x \mid x^2 = 1\}$,$D = \{-1, 1\}$;

(3)$E = \{偶数\}$,$F = \{整数\}$.

解:(1)$B \subset A$;

(2)$C = D$;

(3)$E \subset F$.

练习题

1. 用适当符号($\in$,$\notin$,$\subset$,$\supset$,$=$)填空:

(1)$\{a\}$ ______ $\{a, b, c\}$;

(2)$\mathbf{Q}$ _____ $\mathbf{R}$;

(3)5 ______ $\{5\}$;

(4)$\{-1, 1\}$ ______ $\{-1, 0, 1\}$;

(5)$\{-1, 1\}$ ______ $\varnothing$;

(6)$\{正方形\}$ ______ $\{矩形\}$;

(7)$\{2, 4\}$ ______ $\{4, 2\}$;

(8)$\varnothing$ ___ $\{x \mid x < 0,\ x \in \mathbf{R}\}$.

2. 说出下列各集合之间的关系:

$A = \{三角形\}$,　$B = \{等腰三角形\}$;　$C = \{等边三角形\}$,

$D = \{等腰直角三角形\}$;　$E = \{正三角形\}$.

作　业

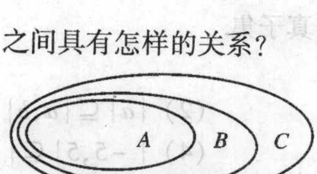
1. 指出各组中集合 A 与 B 的关系:

(1)$A = \{-1, 1\}$,$B = \mathbf{Z}$;

(2)$A = \{1, 3, 5, 15\}$,$B = \{x \mid x 是 15 的正约数\}$;

(3)$A = \mathbf{N}_+$,$B = \mathbf{N}$.

2. 如图(1),说明集合 A,B,C 之间具有怎样的关系?



图(1)

1.4 集合的运算

1.4.1 交集

观察下列两组集合,用文恩图表示:

(1)$A=\{x|x$ 为会打篮球的男同学$\}$,$B=\{x|x$ 为会打排球的男同学$\}$,$C=\{x|x$ 为既会打篮球又会打排球的男同学$\}$;

(2)$A=\{-2,-1,0,1,2\}$,$B=\{-2,-1,3\}$,$C=\{-1,-2\}$.

观察上述每组集合中,A,B,C 之间都具有怎样关系?

容易看出,集合 C 中的每一元素既在集合 A 中,又在集合 B 中.

一般地,由所有属于集合 A 又属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的交集,记作 $A\cap B$,读作"A 交 B",如图 1-4.

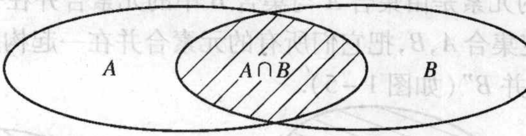


图 1-4

对任意两个集合 A,B,都有

(1)$A\cap B=B\cap A$;

(2)$A\cap A=A$;

(3)$A\cap\varnothing=\varnothing\cap A=\varnothing$;

(4)如果 $A\subseteq B$,则 $A\cap B=A$.

例 1 已知 $A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{3,4,5\}$,求 $A\cap B$.

解:$A\cap B=\{1,2,3,4\}\cap\{3,4,5\}=\{3,4\}$

例 2 已知 $A=\{$菱形$\}$,$B=\{$矩形$\}$,求 $A\cap B$.

解:$A\cap B=\{$菱形$\}\cap\{$矩形$\}=\{$正方形$\}$

例 3 已知 $A=\{(x,y)|2x+3y=1\}$,$B=\{(x,y)|3x-2y=3\}$,求 $A\cap B$.

解:$A\cap B=\{(x,y)|2x+3y=1\}\cap\{(x,y)|3x-2y=3\}$

$$=\{(x,y)|\begin{cases}2x+3y=1\\3x-2y=3\end{cases}\}=\{\frac{11}{13},-\frac{3}{13}\}$$

练习题

1. 已知 $A=\{1,3,4\}$,$B=\{3,4,5,6\}$,求 $A\cap B$.
2. 已知 $A=\{a,b,c,d\}$,$B=\{b,d,m,n\}$,求 $A\cap B$.
3. 已知 $A=\{$等腰三角形$\}$,$B=\{$直角三角形$\}$,求 $A\cap B$.

4. 已知 $A=\{x|x-2=0\}$，$B=\{x|x^2-4=0\}$，求 $A\cap B$.

5. 已知 $A=\{(x,y)|4x+y=6\}$，$B=\{(x,y)|3x+2y=7\}$，求 $A\cap B$.

作　业

1. 已知 $A=\{6,7,8,9\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，$C=\{3,4,5,6,7\}$，求 $A\cap B$，$B\cap C$，$A\cap C$.

2. 已知 $A=\{x\mid x$ 是锐角三角形$\}$，$B=\{x\mid x$ 是钝角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

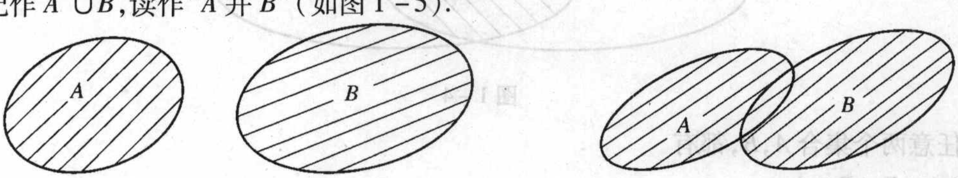
1.4.2　并集

观察下面集合 A,B,C 之间具有怎样的关系？

$A=\{2,4,6\}$，　　$B=\{4,8,12\}$，　　$C=\{2,4,6,8,12\}$

容易看出，集合 C 中的元素是由集合 A 与集合 B 中的元素合并在一起构成的.

一般地，对于两个给定集合 A,B，把它们所有的元素合并在一起构成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作"A 并 B"（如图 1－5）.



(1)　　　　(2)

图 1－5

对任意两个集合 A,B，都有

(1) $A\cup B=B\cup A$；

(2) $A\cup A=A$；

(3) $A\cup\varnothing=\varnothing\cup A=A$.

若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$；若 $A\supseteq B$，则 $A\cup B=A$.

例 1　已知 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5,6,7\}$，求 $A\cup B$.

解： $A\cup B=\{1,2,3,4\}\cup\{3,4,5,6,7\}=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

例 2　已知 $\mathbf{N}=\{$自然数$\}$，$\mathbf{Z}=\{$整数$\}$，求 $\mathbf{N}\cup\mathbf{Z}$.

解： $\mathbf{N}\cup\mathbf{Z}=\{$自然数$\}\cup\{$整数$\}=\{$整数$\}$

练习题

1. 已知 $A=\{l,m,n\}$，$B=\{l,p,q\}$，求 $A\cup B$.

2. 已知 $A=\{x|x^2-9=0\}$，$B=\{x|x^2-4=0\}$，求 $A\cup B$.

3. 已知 $A=\{$矩形$\}$，$B=\{$正方形$\}$，求 $A\cup B$.