



拉普拉斯——拿破仑之师，势利小人，决定论鼓吹者
提出拉普拉斯方程

迪利克雷——高斯、黎曼双星掩映之下的超级巨星，
德国数学领袖，命名边值问题

维斯卡尔迪——软件工程师与拥有哲学博士学位的家庭主妇
共同培育出的天才少年，辍学在家破解百年
经典数学难题，获十万美元西屋科学大奖



主编 刘培杰

从迪利克雷到维斯卡尔迪

from Dirichlet to Viscardi

A 15-year-old boy from Cali

size

Math, Science and Technology. His

not go to high school. $\sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} = \Delta$ mother teacher

ome.

$$\Delta \exp(\sqrt{-1} \langle x, l \rangle)$$

His mother in neuroscience. His father is a software engineer. $\exp(\sqrt{-1} \langle x, l \rangle)$

$$l' \in Z^n \Rightarrow \langle l', l \rangle \in 2\pi Z$$

Michael does math classes at the University of

California, San Diego. He works with his professor.

The project involved a mathematical problem it developed in the

nineteenth century by the French mathematician Lejeune Dirichlet.

research shows solutions to the of the judges

man's work could lead to new in heat flow and

One possible use is in designing the shape of

从迪利克雷到维斯卡尔迪

From Dirichlet to Viscardi

主编 刘培杰

副主编 王兰新 郭梦舒

内容提要

本书是对美国加州天才少年迈克尔·维斯卡尔迪(Michael Viscardi)在 2006 年 1 月 5 日摘取全美高中科学大奖——“西门子西屋科学奖”桂冠,并斩获高达 10 万美元的奖学金这一事件的深度解读。

其中包含两部分内容。第一部分是通过这一事件对我国现行数学教育制度的反思和其形成的历史原因的追溯及产生根源的探究,以期建立人性化、科学化的天才少年的发现机制和培养机制,相信会对从事教育工作的人士及学生家长有所帮助。第二部分是对维斯卡尔迪所解决的迪利克雷问题的历史及与数学各分支的联系和最新研究进展所做的回顾与综述,对从事高等数学学习和研究的大学师生是一种寓教于史的新的尝试。

图书在版编目(CIP)数据

从迪利克雷到维斯卡尔迪/刘培杰主编. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社, 2007. 8
ISBN 978-7-5603-2452-4

I. 从… II. 刘… III. 高等学校 - 高等数学 -
教学研究 - 中国 IV. 013 - 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 001860 号

策划编辑 刘培杰
责任编辑 李广鑫 王勇钢
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451 - 86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 黑龙江省教育厅印刷厂
开 本 787mm × 1092mm 1/16 印张 31.25 字数 575 千字
版 次 2007 年 11 月第 1 版 2007 年 11 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-2452-4
印 数 1 ~ 3 000 册
定 价 48.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前言

在数学发展史上,虚数的出现充满着戏剧性,几位数学大师对虚数的评价也各有千秋,如意大利的卡尔丹(Cardan, 1501—1576)说:“(虚数是)又精致又不中用。”法国的笛卡尔(Descartes, 1596—1650)说:“虚数是不可思议的。”德国的莱布尼兹(Leibniz, 1646—1716)则说:“虚数是神灵美妙与神奇的避难所。”最有趣的要数瑞士的欧拉(Euler, 1707—1783),他说:“虚数既不是什么都不是,也不比什么都不是多些什么,更不比什么都不是少些什么,它们纯属虚构。”

以上的评价都颇具大家风范,既玄妙,又滴水不露,串联起来借用一下其句式作为本书特点的介绍:这本书是既精彩又不中用,以通常的著书方式看是不可思议的。这本书是天才情结与英雄崇拜的混合体。这本书既不是什么都不是,也不比什么都不是多些什么,更不比什么都不是少些什么,它纯属不伦不类。

这是一部“啥也不是”的书。

这样说一是因为虽然它叙述了一个数学天才少年的获奖事件,但它并不是报告文学;虽然它探讨了数学天才的成长方式,但它并不是教育文集;虽然它涉及众多的著名数学家,但它不是

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z^2} = 0$$

数学家传记;虽然它包含了美国数学竞赛与数学天赋测试题,但它并不是奥数题集;虽然它横贯了若干现代数学分支,但它并不是数学专著。

二是因为它涉及太广难以归类,它既是方程又是分析,既是复变又是泛函,既是代数又是数论,既是概率又是几何,既是经典数学又是现代数学,既是纯粹数学又是应用数学。既可应用于飞机制造,又可应用于鼓声识别,既可应用于天体物理,又可应用于医疗器械。

至于为什么故意将一本书“制造”成如此不伦不类,其指导思想如下:

据波士顿咨询公司创始人布鲁斯·亨德森教授当年撰文称,1934年,莫斯科大学的一位科学家高斯(G. F. Gause)曾经作过如下的一系列比较实验:把两个非常小的动物(原生物)放在一个瓶子里,给予适量食物。如果二者是不同类的动物,它们可以共同生存下去;如果它们来自同类,则无法共生。高斯于是得出了“竞争性排他原理”:两个活法相同的物种不可能持久共生。亨氏将此原理引入商业竞争之中,提出了 uniqueness(独特性)的概念,即要想生存就必须与众不同。

不伦不类或许也是一种独特,但更是一种无奈。目前数学类图书市场被三大类图书所占据:一曰专著类,其作者皆为学界泰斗或学术新贵,其规模多为高文大册,其内容皆壁立千仞常人难及。第二类曰教材类,其作者皆为明星教授,学界大佬,具振臂一挥,应者云集之影响力,其出身皆为名门,其封面多标注以“十 X 五”系列,非圈内人士断难分其一杯羹。三曰科普类,其籍贯皆为欧美,其作者皆学富五车,精数学兼通文史哲。其旁征博引,妙语连珠,一般人难望其项背。

以此分析似乎会得出数学书不可为的结论,但知其不可为而为之是进取之道,要有为就必须避重就轻,避实就虚。别家内容求专,我们就求广,别家文理分开,我们就文理合一,别家初高另设,我们就熔于一炉,别家仅限一家之言,我们就博采众长。总之,“逆反”与“另类”是这本书的两大特征,虽然,这可能很难让人接受,有一种大杂烩的感觉,但这是我们的刻意而为。南宋姜夔论诗,说:

“作者求与古人合,不若求与古人异,求与古人异,不若不求与古人合而不能不合,不求与古人异而不能不异。彼惟有见乎诗也,故向也求与古人合,今也求与古人异,及其未见乎诗已,故不求与古人合而不能不合,不求与古人异而不能不异。其来如风,其止如雨,如印印泥,如水在器,其苏子所谓不能不为者乎?”

(《白石诗集,自叙二》)

但这种汇集稍有不慎会有堆砌之感。这是大忌。中国物理学泰斗吴大猷

对此种无骨架的陈列曾表示过担忧与不满,他说:

“写(物理)发展史是一件费力而不讨好的事。写发展史总不能是巨细不分地编写电话簿,如对发展一个‘学系’或研究单位。若对‘发展的方向’,‘人才的评估’,‘设备的计划’等均无高明评估,对成果无公允评量,则此等叙述是无价值的!看电话簿是难对其国家社会得到有意义的正确了解的。”

(吴大猷述.黄伟彦,叶铭汉,戴念祖整理.柳怀祖编.早期中国物理发展之回忆.上海:上海科学技术出版社,2006年)

基于以上原因,本书充其量只能是供“小众”传播的矿石原料,美国《时代》杂志估计在未来10年内随科技发展,会产生10种吃香行业,其中之一为“资料矿工”,他们负责从如山的资料中寻找有用的东西。如果是全社会都感兴趣的话题倒也值得,关键是怕只有极少数人对此感兴趣,所以我们只好充当“小众传播人”为他提供个性化的资讯,这就是本书的目的。如果说还有更进一步的野心,那么我们还希望编成一部数学概念思想史,因为怀特海说:

“甚至一直到现在,数学作为思想史中的一个要素来说,实际上应占有什么地位,人们的理解也还是摇摆不定。假如有人说:编著一部思想史而不深入研究每一个时代的数学概念,就等于是《哈姆雷特》这一剧本中去掉了哈姆雷特这一角色。这种说法也许太过分了,我不愿说得这样过火。但这样做却肯定地等于是把奥菲莉这一角色去掉了。这个比喻是非常确切的。奥菲莉对整个剧情来说,是非常重要的,她非常迷人,同时又有一点疯疯癫癫,我们不妨认为数学的研究是人类性灵的一种神圣的疯癫,是对咄咄逼人的世事的一种逃避。”

(A.N.怀特海.科学与近代世界.向钦,译.北京:商务印书馆,1989)

提到思想史就不能不涉及人物。

本书的主人公之一,德国著名数学家迪利克雷是一个被数学史家低估了的人物。他是高斯和黎曼之间最伟大的数学家之一,但是他的名声往往被这两位数学家所掩盖,没有得到应有的注意(生活在伟人出没的时代对平凡人是一种幸运,但对另一个伟人的人生却是一个悲剧)。实际上他在数学研究的深度、广度及个人影响方面都是巨大的。他与雅可比一起像耀眼的双星照亮了整个德

国数学界,彻底扭转了德国数学在教学与研究上的落后局面,开创了德国数学在其后 100 年的领先局面。

迪利克雷作为一个邮政局长的第 7 个孩子成名于名人堆中。从 1822 年 5 月到 1826 年秋天他居住在巴黎,在法兰西学院及巴黎大学理学院听课,结识了拉克鲁瓦、傅里叶及泊松(这似乎与迪利克雷在分析方面的工作方向有某种联系)。1823 年夏,他被福瓦将军聘为家庭教师,1825 年夏,他结识了亚历山大·冯·洪堡,并通过他结识了许多法国著名科学家。同年,勒让德及拉克鲁瓦代表巴黎科学院接受了他的第一篇关于五次不定方程的论文,他在文中证明了费马大定理 $n=5$ 的情形。1825 年冬,福瓦将军去世,他离开福瓦家。1826 年 5 月,他致函普鲁士文化部长史泰因申请工作,并附上亚历山大·冯·洪堡的介绍信,1829 年夏,他在度假时结识了雅可比,两人结下了终身友谊,后来在洪堡的介绍下,他结识了著名音乐家门德尔松(Felix Mendelssohn, 1809—1847)一家,1832 年娶其妹瑞贝卡(Rebecca, 1811—1858)为妻,他的家庭成为柏林文化界的社交中心。1855 年高斯去世后,迪利克雷被选为高斯的继任者。

本书的另一位主要人物是皮埃尔·西蒙·拉普拉斯。

18 世纪的法兰西百科全书派设想,用物理与力学的原理终极地解释宇宙间万事万物的日子,已经为时不远了。拉普拉斯就是这个充满自信时代的代表,这个时代的特征是乐观地过高估计了新出现的物理——力学思想的能力。

拉普拉斯 1749 年生于诺曼底的昂诺日博蒙。他的父亲小有资财。他 16 岁时进入冈市大学,很快就显露出数学才能。在只有 18 岁时就被任命为巴黎军事学校的数学教授。

他很快就名声大噪,原因是在 1773 年,他研究了一个著名的问题:为什么木星的轨道看上去不断在缩小,而土星的轨道却在不断地扩大,这个问题人们一直无法用牛顿的引力学说作出解释。牛顿曾经担心,为了使太阳来保持住目前的秩序,需要上帝的力量不时地进行干预,拉普拉斯去掉了这个假设,证明了这是一种周期现象,而且是每隔 929 年就会重复一遍。

拉普拉斯论述天体引力的不朽之作《天体力学》,从 1799 年 1825 年间分 5 卷出版。这是一本极为抽象的著作,文风晦涩,在论述中常常用“易于理解”一词衔接推理上的跳跃。它的写作也不完全诚实。他有意略去引述别人著作的痕迹,把上三个世纪中数学家辛勤钻研的成果,掠为己有。尽管如此,它仍是一部举世公认的巨著。

拉普拉斯在概率论方面的贡献,是无与伦比的。《概率论的解析理论》(1812 年)描述了一种算法,可以给讲述偶然性事件的命题赋予“合理的信任程

度”。在这个范围内,信念似乎是个格格不入的不科学概念。我们每个人都怀着明天太阳照样会升起的坚定信念,安排我们的日常事务,但这样的想法并不意味着信念可以指派以确定的量。但是拉普拉斯却说:信念是可以度量的,并且规定了度量的算法。

拉普拉斯认为概率的原理影响所及遍布人类生活的各个方面。什么事都是可以度量的。在拉普拉斯眼里,人类理解力的面前不存在技术上的禁区,哪怕是宇宙的过程,也可以不可移易的准确性,洞察秋毫之末。他的时代正是人类智能高视阔步的时代,一点也不曾感到,会有力有不逮的情况。

现代的科学则要谦逊得多,今天的宇宙在某些方面要比以往任何时代都更神秘莫测。大自然再也不仅仅是用运动与物质就能考察的对象了。拉普拉斯的天体机器,确实在宇宙中建立起了很长时间的稳定,但决不像他所宣称的那样,适用于“永恒的世代”。18世纪在思想史中是个独一无二的时代。在这以前及之后,人类对于自己理解整个宇宙的能力,都不是那样地信心十足的。

拉普拉斯于1827年去世。在晚年,他在自己周围吸引了许多的天文学家、物理学家、博物学家和数学家。既忙碌又愉快,他接见全球各地杰出的来访者。他的科学天赋为他赢得了“法兰西的牛顿”的殊荣。

拉普拉斯一生都在顺应着政治环境的变化,他也一直为此受后人诟病。他的同时代人戏谑地称他“驯顺”。在法兰西革命的动乱时代,他不仅保全了首级,而且还事业昌盛。他的著作一版接着一版,只是导言内容紧随时代潮流而变化。例如《概率论的解析理论》1812年版是奉献给“拿破仑大帝”的;但在1814年的版本中,他不仅删去了这段颂词,而且还写道:“一个掌握了或然性之算法的人,能以很高的概率预言,渴求统治全世界的帝国,必败无疑。”

另外本书还希望成为讲述应用数学与数学的应用的科普书。

应用数学对于普通人来讲有两个含义:一个是数学的应用,即理论联系实际,再一个才是我们常说的应用数学。对于理论联系实际,一个好的例子是抗日战争时期,我国出了一本名为《抗日数学》的教材,教材中的选例大多都是与抗日有关的素材,如地雷的杀伤力,就是与圆的面积相关;投掷手榴弹出手的角度,就是与抛物线联系,那些材料真正体现了数学的现实性,值得借鉴。

M. L. Cartwright 说:“在把纯数学区分于应用数学时,看来存在着两个问题。一项工作是否真是抽象的并且与所有的应用相分离?如果它的确是一项抽象的工作,所追求的目的完全是其自身的,那么它还是不是一项数学工作?我相信在严格的数学抽象思维和那种依靠现实世界的思维之间绝对没有明确的分界线,而且数学中的某些主要发展,像微积分,就多多少少是依靠现实世界思考

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z^2} = 0$$

出来的。进一步的抽象并不一定使数学变得更好。”

那么什么是应用数学呢？没有一个统一的定义，用 H. O. Pollack 的话说：“应用数学是我碰巧知道其一个应用的数学。我认为这包括了数学中的几乎每一件事。”用 C. C. Lin 的话说则是：“应用数学家的努力导致新的数学思想和理论的创造，并且由于这种数学理论的来源，它们更适合于其他科学分支。”R. Courant 则说：“应用数学的任务是面向外部提出的问题，适合这些问题的形式，把它们翻译成数学语言，分析其模型表示的抽象问题，然后是最后的也是最主要的一步，从理论分析转回现实语言并使之合于使用。”G. F. Carrier 则对学生提出这样的要求，他说：“应用数学专业的学生在学成时应应对相关领域有广泛的了解，对其中的几个领域有深刻的理解，对大量定量问题中的某些问题有着高度激发的好奇心以及做出有意义的贡献的愿望。”为了使读者对应用数学的特点及边界有一个感性认识，我们举一个有趣的例子——自由下落猫的研究。众所周知猫四肢朝上从空中自由落下时四脚能够先安全着地，这一现象的解释可追溯到 19 世纪末，Guyou 和 Marey 首先用角动量守恒原理解释了猫在空中的转体运动对其质心的角动量保持守恒，即等于 0。（贾书惠. 从猫的下落谈起. 北京：高等教育出版社，1990）McDonald 从生理学的角度也阐述了这一论点，他们认为猫先收缩前肢，伸开后脚并转动前半身，由于前半身对纵轴的转动惯量小于后半身，根据角动量守恒原理，同时前半身转过的角度比后半身向相反方向转过的角度要大。然后，猫伸开前肢，收缩后肢并转动后半身，同理后半身也转过较大的角度。这一解释虽然符合力学原理，但由实验观察猫的自由下落过程看不到这种明显的四肢开合运动。Лойиднский 用猫尾巴旋转提出另外一种解释，即不用四肢的伸缩动作，而是将尾巴向一个方向急速旋转，猫的身体也能沿相反的方向翻转过来，但实验证明无尾猫同样能完成转体而否定这一论点。Kane 和 Scher 利用猫的弯曲脊柱解释转体，假定猫的前后脊柱以腰部为顶点作圆锥运动，将猫简化为由两个轴对称刚体组成的多体模型，解释了猫的转体运动，Kane 对由两个轴对称刚体组成的猫的力学模型建立了运动方程并作数值积分，计算结果与实验摄影记录十分吻合，我国力学家刘延柱考虑猫的躯干的非轴对称性导出猫转体的动力学方程，进而讨论了猫下落转体运动的一般规律。（刘延柱. 自由下落猫的转体运动. 力学学报，1982，14(4)：388-393）

进入上世纪 90 年代，随着载人航天技术的发展和探索失重状态下人的转体规律而对猫落体问题进行了广泛和深入的研究。猫落体的姿态运动方程首次积分可化为非完整约束方程，它是由角速度不可积引起的。非完整控制系统是一类特殊的非线性系统，其控制方程的特点表现为构成系统的广义坐标的维数多于控制输入维数。Brockett 最早系统地研究了无漂移非完整系统的最优控制问题，用控制目标函数构造拉格朗日函数及拉格朗日方程，分别得到最优输

入为正弦函数和椭圆函数的结论。Murray 和 Sastry 利用 Brockett 的一些成果将正弦输入用于非完整链式系统的控制。Royhanoglu 对非完整系统的动力学模型,利用 Stokes 定理和 Taylor 级数展开等工具提出一种类似的运动规划算法。Leonard 等基于平均理论研究了非完整控制系统的运动规划问题。还有一些应用数学家在非完整控制系统中构造优化路径或轨迹的各种数值方法中也取得了一系列重要研究结果。特别是 Fermands 对双刚体耦合系统提出的最优控制问题的 Ritz 近似方法。(戈新生,陈立群.自由下落猫的非完整运动规划最优控制研究.应用数学和力学,2007,28(5),539-540)由此我们可见应用数学家工作之方法与风格之一斑。

另一个有趣的例子来自于生物学。在生物学中,相似理论是一个十分重要的问题。它是把对一种动物获得的实验数据用于另一种动物的基础,对医学研究有极为重要的意义。长期以来,它一直是人们十分关心的议题之一。1927 年,Lambert 与 Teissier 对哺乳类动物给出了两个著名的假设:一是对应器官的密度相等,二是对应时间比等于对应系统的长度比。在此基础上提出了著名的生物相似理论,为近代生物相似论奠定了基础。1979 年,在仔细的实验与观察基础上,Noordergraaf 等进一步考虑了对不同哺乳动物血流波速的差别,得到波长与动物系统长度之比为一不变量,即 $\frac{\lambda_{\max}}{L} \approx 6.1$,这里 $\lambda_{\max}$ 为基波波长, L 为主动脉根部到髌动脉的距离,设 C 为波速, T 为心搏周期,则 $\lambda_{\max} = CT$,故有 $\frac{CT}{L} \approx 6.1$ 。如果忽略波速 C 对不同哺乳动物的区别,即得 $\frac{T}{L} \approx \frac{6.1}{C} = \text{常量}$,这正是 Lambert 等的假设。

一个自然的问题是:为什么对不同的哺乳动物会有这个不变量?现在生物是 20 亿年自然选择的结果,一个自然的猜想是这种不变量应有其进化论的意义。我国应用数学院家兰州大学的牛培平教授从力学意义上进行了探讨,设左心室射血时间为 T_1 ,他从理论上证明了当 $\frac{2T}{C} = T_1$ 时,亦即当 $\frac{\lambda_{\max}}{L} = \frac{2T}{T_1}$ 时,在正常的有生理意义的波反射条件下,左心室关于振荡流的周期平均功率为极小,它的直观意义是,假设左心室发出一个矩形流量波,那么当这个波在功能反射位置反射到主动脉根部时,恰当主动脉瓣关闭。由于哺乳动物心脏构造相似, $\frac{2T}{T_1}$ 近似为常量 6.1,所以有 $\frac{\lambda_{\max}}{L} \approx 6.1$,这正是 Noordergraaf 等的结果。

在本书中我们希望在弘扬核心数学价值的同时也彰显应用数学的不可替代的价值。《美国数学月刊》主编哈尔莫斯说:

“许多应用数学具有非常大的价值。如果,一个思维的方法教给我

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial z^2} = 0$$

们一些有关血液是怎么输送的,波是怎么传播的,银河系是如何扩张的等方面的知识,那么它给了我们科学和知识。顾名思义应受到至上的尊敬。立法文章的伟大的起草者们(以他们严谨正宗的句法和文风)深邃,精辟,一丝不苟,对社会功德无量,说他们所写的法律是坏的文学不是一种侮辱。同样,伟大的应用数学家洞察明鉴,巧法如神,对科学劳苦功高,说他们有着血液、波以及银河系的发现是第一流的应用数学,但是,通常来说,照样,应用数学是坏数学,这么说,也不是一种侮辱。”

(P.R.哈尔莫斯.应用数学是坏数学.北京:北京大学出版社,1990)

关于应用数学对社会贡献的方式,有一个有趣的类比:

美国人约翰·布罗克曼为了编写《过去 2000 年最伟大的发明》一书,在互联网上提出:“什么是过去 2000 年最伟大的发明”的讨论,从中他挑出一百份来集结成书。但与众不同的是布罗克曼在问题的后面还有一个“为什么”,这就要求回答者言之成理了,清华大学科学史教授刘兵认为在这 100 个答案中最奇特的,也是最刺激的莫过于邓肯·斯蒂尔的答案,竟是——“英国新教 33 年历法”。原因是:1582 年由罗马教皇格里高利 13 世颁布的历法,也就是今天全球通用的公历,并非是最完善的历法——事实上这样的历法至今也未产生。就置闰这个问题而言,相传公元 1079 年波斯诗人欧玛尔·海亚姆(以抒情四行诗《鲁拜集》名垂后世)提出的 33 年 8 闰的周期更为合理,英国的新教徒出于宗教目的,极力鼓吹采用这种周期的历法,为此就需要寻求一条新的本初子午线来证明这种历法的优越性。由于这条假想的本初子午线约在西经 77°处——靠近北美大陆东岸,所以英国向北美派出了多支探险队。最后的结论是:如果没有新教 33 年历法,英国就不会向北美探险,也就不会有今天的美国,世界历史就会大大不同了。

(江晓原,刘兵.南腔北调——科学与文化之关系的对话.北京:北京大学出版社,2007)

数学对世界的贡献非常像“英国新教 33 年历法”之于美国的发现,纯属意外、偶然,是地地道道的副产品。

本书更想成为引导数学天才成长及社会如何发现数学少年天才的励志之书。

在韩国围棋界有一个术语叫“穿鼻”。这是指初次进军职业棋赛的本选舞台。牛犊如果长大成牛,必须穿过鼻中隔,戴上鼻环,所以常常用穿鼻来比喻新锐职业棋手初次进军本选舞台。这从字面理解似乎成长伴随着痛苦(穿鼻之

痛)。本书用一定的篇幅论及了数学天才在“穿鼻”之前的特征及表现,以及相应的发现和培养方式。

俗话说“英雄惜英雄”,也许天才需要天才才能早期发现。我们或许可以以诺贝尔奖得主为例。I.I.拉比偶然遇到年轻的朱利安·施温格的故事,颇具说服力:

1936年,18岁的施温格当时是纽约市立学院的肄业生,碰巧陪同一位朋友去哥伦比亚大学,那位朋友想要转学到那儿的物理系,当时距离获得诺贝尔奖还有八年之遥的拉比,同这两个年轻人谈了话,而且很快就把注意力主要转向施温格而不是他那促成这次会晤的朋友身上,拉比发现施温格在物理学方面的知识,远远超出他当时年龄应有的水平。更重要的是,他注意到施温格具有有条不紊的思考能力和有条不紊的阐发天才。拉比很快就安排施温格进入哥伦比亚学院并终于在该大学获得博士学位。他的天才对任何关心他的人来说都是显而易见的了。正如他的同学米切尔·威尔逊 1969年在《大西洋月刊》(224号)上所写的《诺贝尔奖金获得者是怎样成长起来的》一文中所撰写的,施温格“很快就在班里表现得非常突出,以致没有人想要嫉妒他。我们每个人都彼此肯定这样一件事:他终究会获得诺贝尔奖金。”

他山之石,可以攻玉。当我们把目光集中于我们的中学生时,往往有种失望的感觉。这可以由我们的中学教育的产品——大学生那里发现一点问题。人们惊讶地发现本应求知若渴的大学生竟然有许多是厌学的。在分析中国大学生厌学的原因时,社会学家郑也夫说:

“第一位的因素还是中学的时候学生心理上受了伤,学得太累了。听说日本大学学习的动力跟中学比也是大不如前。中学时候那都是拼命,冲刺,厕所里都印着高考的知识:全世界最高的山是什么山,最长的河……那真是寝食不安。这种情况造成的结果必然是到大学里要松一口气,要长休那么一阵子。这在中国是第一要紧的因素。我看到过一个哲学家写过这么一段话,非常生动:‘叫一个孩子在非兴趣的基础上去学习,就是在春天的时候摇晃一棵苹果树,你不但不能摇下苹果来,相反使得苹果花纷纷落地,以至于到了秋天应该收获的时候,你不再能收获到苹果了。’我觉得这句话非常凄美。我们这些家长、教师在联手扼杀我们的孩子,我们到秋天的时候收不到果子了,是因为我们犯了一个大错。我们用自己的双手造就了这样一个悲哀的事实,我们所最钟爱的下一代成不了大器。”

(《博览群书》,2005年第5期)

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z^2} = 0$$

所以我们希望,通过本书的阅读使数学教育工作者能发现我们的教学方法之弊病,并加以改变。

全美华人协会第一副会长,美国波士顿学院化学系教授潘毓刚在谈到人才培养时说:

“中国的教学方法,必须加以改进。

“中国现在美国的留学生很多,我接触到的外国教授都说中国学生很用功,考试成绩都很突出。但做起科研来,开始时往往不如美国学生。在这一点台湾的情况也一样,因为台湾的教学方法与大陆一样,是填鸭式的,是大人抱小孩走路式的教学。

“科研就是要从不同角度考虑问题,不拘一格,突破老的框框,而我们的学生从小习惯于从一个角度,按老师的思路去思考问题,有的老师不喜欢甚至不准学生提问题。

“美国青年不同,他们不那么迷信权威,习惯于提问题,同教授争论,在美国经常有些教授被学生问得哑口无言,但并不为此而难为情。”

(潘毓刚,也谈中国科技教育体制的改革,原载《大自然探索》1984年第4期)

通过阅读本书我们也希望使考生及其家长认清目前国内高考的弊端,了解选拔方式的多样性。

美国伯克利加州大学校长,中国科学院外籍院士田长霖在一次讲话中指出:

在国内有高考,一次考试就决定你是否能进大学。在国外也有,叫统考,他们叫 SAT(Scholastic Aptitude Test),就是学能测验,其实,这种统考与国内的高考并不相同。国内的高考很多地方可以凭记忆,凭背,凭猜题。这次,我在武汉参观,有人对我讲,有几所中学,升学率高得不得了,有许多学生从来没有见过化学试管或任何化学方面的实物,但是,可以把化学实验方面的题目答得非常完善。他们的老师有三个很好的办法:管,关,灌。先管他,再关起来,最后再灌。但是,这样训练出来的学生,恐怕将来的发展不会很大。我宁愿收一点调皮捣蛋的学生。在美国,全部高中毕业生都要参加统考。但是,这是智力测验,比较灵活,预备几天就可以,使你了解是怎样一种性质的测验。了解后,再死背的话,就没有多大的帮助。即使像这样一种考试,在美国,也有好几所大学认为不合理,取消了统考分数。当然,在国内,我不是说要废除高考。

没有高考,问题可能更大。我们学校和哈佛大学最近的入学标准,就是统考。我们的想法是,怎样训练一个灵活的人,或者训练天才,尖端的领导人。统考有两部分,一是语文分析能力,一是数学分析能力。我们有一条,就是入学标准。统考中,语文拿满分,比如说 800 分,不管你高中分数是多少,不管你数学分析能力怎样,自动地进入大学。如果你的数理分析拿满分,也是自动进入大学,这种人可能是数学或科学的天才,虽然语文差一点,其他如地理、历史差一点,没有问题,让他进去。

菲尔兹奖获得者日本数学家小平邦彦在《懒惰的数学家的书》中指出数学教育的弊端时 also 说过:“数学考试越来越难,在没有掌握试题模式的情况下回答问题是相当困难的。”小平邦彦曾全力以赴做小学六年级的 50 分钟的测试题,结果没有能够全部做出来。训练考试技巧的数学教育的特点就是:“调查了入学考试中要出的问题的模式之后,教给学生对某种模式的问题应该采用什么方法来解答,学生在考试中,首先观察问题的模式来判断自己是否能够解答,如果能够解答就立即去解答;如果不能解答,由于时间不够,因此连考虑都不用考虑就跳到下一个问题。……如果不是这样,小学生是不可能在限定时间内能够解答连数学家都不能解答的问题的。”这种数学教育就像“给猴子教把戏一样”没有什么创造性思维能力的培养。

对于数学天才的培养还要切忌不顾实际情况的一味鼓励,努力对于低智商者成为中等程度的人才是一定有效的,但对于想成为天才却是必要而非充分的。

在世界 CYBER 棋院事业本部长孙仲洙所写的《逃避不如享受》(长江文艺出版社,2007 年)中有一段文字:

“仅仅凭借努力并不能成为最高的职业棋手,但是如果没有努力,也不可能成为最高的职业棋手。所谓的努力就是在才华的基础上一针一针地刺绣,是一项非常烦琐的工作。这种所有人都可以拥有的公平的才华(努力),使无数普通人认识到了‘自己也可以成为最好’的自身潜力,这才是李昌镐真正的价值。”

某些励志名言如此蛊惑道:“只要有百分之一的希望,就要尽百分之百的努力。”没错,当一个拥有无限资源并且一天到晚只干一件事儿的时候,这种鼓励似乎无可厚非。对于一个资源(时间、金钱、能力、自律)有限并且每天要应对多种任务和挑战的真实世界中的凡夫俗子来说,这种不计后果,不顾可能,不负责任的说教无异于恶意怂恿和戕害。

所以,当我们再听到类似“世上无难事,只怕有心人”(只要你用心,世上就无难事:Nothing is too difficult if you put your heart into it)的豪言壮语时,最好不要过分激动。世界上很多事,不管你用不用心,都是很难的(看看本书后半部分就知道了,编者语)。有些事,并不因为你用心与否,就能改变其难度。这时候,还是多想想另外一组说法,比如“别在一棵树上吊死”“不要一条道走到黑”等等。

没人能保证一个人付出努力就一定有成就。“只要我们努力学习,我们就问心无愧”的说法恐怕还有些道理。有没有成就不是完全由我们决定的,而问心无愧是我们自己可以做到的。

还有,想当然地将某种可能的因果关系固执己见地当成公理,也很容易混淆对前提条件和结果本身的把握和定义。比如说,如果我们坚信“只要我们努力学习,就一定能够取得好成绩”是一条公理,一个人如果付出最大努力,只差没有累死,仍然没有取得好成绩,我们便可以反过来义正词严地推断说:“还是你没有真正努力,或者努力得不够。”“如果努力了,怎么会没好成绩呢?”应该说,这种逻辑近乎无赖,而这种无赖的逻辑是我们的教育中所大量充斥的。

本书是一曲数学天才维斯卡尔迪成名的赞歌。

说到数学天才的培养最得到公认的途径就是通过数学竞赛(西屋科学大赛也是一种广义的竞赛),奥尔森说:在美国,初中孩子对数学竞赛产生兴趣的途径通常是全国中学生数学竞赛。但是如果老师不知道全国中学生数学竞赛,而且没有激发起学生对于数学的兴趣,那么许多潜在的竞赛高手就会永无出头之日了。

“在中国,有非常多的老师对数学竞赛感兴趣,而且可以研究与其相关的数学课题。实际上,在整个中国范围内有一个教练网,用来选拔培养有数学天赋的学生。每年有1 000万中国学生参加数学竞赛,而在美国,每年参加AMC考试的只有大约50万人。”

([美国]史蒂夫·奥尔森,著.美国奥数生.金马,译.北京:中国商务出版社,2005)

在两个完全不同的数量级的选手中产生了水平相当的队员,不能不使我们关注美国数学教育。在美国,每年有数千名初中学生和高中一年级学生会参加全国中学生数学竞赛(Mathcounts)。这项竞赛是在1983年由国家专业工程师协会(National Society of Professional Engineers),国家数学教师委员会(National Society of Teachers of Mathematics)和CNA保险公司共同创立的。比赛的目的是为孩

子们创造一个机会,来磨砺他们的数学技艺,并与其他孩子相互竞争,就像拼字比赛(Spelling bees)一样,是要奖励那些在压力之下成绩出众的人。在全国中学生数学竞赛中,每所学校派出由四名学生组成的代表队,首先参加地区级比赛,通常包括一个城市及其郊区。得分最高的队伍和个人再参加州级比赛,然后每个州成绩最好的四名选手组成一支队伍,进入到全国范围的角逐。尽管那些不太关注数学的人们对这项竞赛知之甚少,但在对此高度重视的学生和老师的圈子里,这项比赛会引起人们极大的兴趣。

本书主人公维斯卡尔迪是美国不拘一格选拔数学人才的多元化道路的硕果。这是除学校教育、数学竞赛之外的第三条道路,如果说学校教育是工业化整齐划一的培养模式,数学竞赛则是会员式的小众培养模式,而西屋科学奖则是个性化的定制行为,从中胜出者更具数学家潜质。因为攻克数学难题与数学竞赛选手做竞赛题有两点区别,前者是自己找未解决问题,不受时间与地点的限制,而后者是做别人给出的已知解法的问题且规定时间和地点,所以就解决问题的方式而言,前者更像数学家。

我们从逻辑上很容易想象,这些数学少年天才在成年之后会像在高中时一样出类拔萃,最好的例子就是埃里克·兰德。在 1974 年参加了美国有史以来第一届国际数学奥林匹克竞赛之后,他进入大学学习数学,在普林斯顿拿到了学士学位,并在牛津大学得到了博士学位。20 世纪 80 年代兰德在哈佛商学院任教,其间他对生物学又产生了兴趣,部分原因是他曾与身为神经系统学家的兄弟交谈的结果。他自学了分子生物学,成为麻省理工学院怀特海德学院的一名教员,并在 1990 年为学院创立了基因组研究中心,而这个中心迅速在人类基因排序的研究中占据了领先地位。

据专门追踪美国奥林匹克竞赛参赛队员的詹姆斯·坎贝尔(在长达 25 年的时间里,坎贝尔一直是青少年科学和人文研讨会大纽约分区的负责人,这是一项为在科学、工程学和数学上进行过独创研究的高中学生设立的地区性及全国性的竞赛,他的目的是为了弄清竞赛究竟会不会改变学生的一生)的研究报告披露的一些信息我们可以看到在进入人生的黄金年华以后,大多数奥林匹克队员都逐渐开始崭露头角。例如,彼得·肖尔是 1977 年美国奥林匹克数学代表队的队员,那支队伍当年在南斯拉夫得了第一名。他现在是美国新泽西州 AT&T 实验室中的一名数学家,正在主持量子计算机的研究,目的是用原子的量子性质来制造比现在强大数个数量级的计算机。还有两名前奥赛队员成立了软件公司。其中一个至今还担任着公司的首席工程师。更有意思的是还有两名奥赛队员成为了研究犹太教法典的学者,甚至还有一个前奥赛队员作为乐团成员在卡耐基大厅里进行过演出。

再看看我国的竞赛优胜者,他们又都在哪里?

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z^2} = 0$$

那么导致其间差异的原因何在呢？社会学家郑也夫在回其母校北京八中的演讲中这样一段讲话：

我同数学家杨乐先生曾经有过一次谈话。杨乐先生坚决反对我们现在的数学奥校。杨乐说，少年时代不要逼得太紧，不要揠苗助长，要重视兴趣，搞数学是个马拉松。前一段跑得快什么也不说明，后面什么结果，鹿死谁手不好说，前面千万不要着急。我为了让杨先生能把道理说得充分点，故意反驳他，我说：“杨先生您这话说得刻薄了。听说50年代的时候，报纸上介绍您，说您高二、高三的时候做的数学题不计其数。那你做了上千道数学题今天成了数学家，然后为什么告诉别人不做这么多题呢？”他愣了一下说：“我是做题做得挺多的，但没有人逼我，我自找，我有兴趣，以苦为乐，我高兴。”我觉得这里面蕴涵着一个非常大的真理成分，就是你不能从一个少年选手的出汗来判断，你不能从一个学生的做题来判断，要紧的是，这个事情必须是他自己由衷地热爱，无法按捺的一种兴趣，甚至家长说该睡觉了，别再做了，他还在那里干呢。这和逼迫是两个劲。你表面上看是相同的，但实质上是完全不同的。有的人大器晚成，在这个时候不怎么用功，那你只好听其自然。还有的孩子像杨乐，少年时候就不疲倦，就干，好！也挺好！但是这时候你不能让不愿干的人拼命干，你不能把他的元气耗尽，使他兴趣衰竭。把苹果树的花都摇掉了，以后就结不了果了。其实人是不相同的，有的人早熟有的人晚熟。大家学过数学都知道伽罗瓦，十六七岁就不得了了，17岁搞的题目是很多大数学家一辈子都搞不出来的东西。这样的天才少年是极其稀少的。我们要逼迫全民族的孩子做成人人都不能负荷的劳动，最后的悲剧是必然的。

另外文化上的差异也是一个重要原因。美国奥林匹克数学领队来自罗马尼亚的移民提图·安德烈斯库说：

“在罗马尼亚，每一个学习数学的人都会热爱数学，或者至少90%的人是这样，当人们知道你是一个数学家之后，他们会说，‘我数学就非常好。’而一个出租车司机会对你说，‘数学是我最喜欢的学科。’这就是东欧的参赛队成绩如此优秀的原因之一，数学是那里文化的一部分。

“而在这儿（美国），小学和初中的很多老师就讨厌数学。如果你讨厌数学，你又怎么能教数学？在这个国家，当人们知道我是一个数学家之后十有八九会说，‘嘿，我的数学可是一塌糊涂。’”