

XIAN DAI XIAO XUE SHU XUE
SI WEI XUN LIAN
JIE TI CE LUE



著名特级教师 浙江省功勋教师
张天孝 主编

现代小学数学

思维训练

解题策略

第6册
三年级 下册

浙江大学出版社

国家自然科学基金重点项目“儿童认知能力的发展和促进的研究”研究成果

现代小学数学思维训练

解题策略

主 编 张天孝

副主编 朱乐平 唐彩斌

编 写 陈 敏 张天孝



第6册

三年级下册

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

现代小学数学思维训练解题策略. 第6册, 三年级下 / 张天孝主编. — 杭州: 浙江大学出版社, 2005.1
ISBN 7-308-04091-7

I. 现... II. 张... III. 数学课—小学—解题
IV. C624.505

中国版本图书馆(CIP)数据核字(2005)第005055号

责任编辑 冯社宁 杨晓鸣

封面设计 徐 宋(艺林设计)

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路148号 邮政编码310028)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 杭州杭新印务有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 6

字 数 100千

版 次 2005年1月第1版 2006年12月第2次印刷

印 数 10001—13500

书 号 ISBN 7-308-04091-7/G·809

定 价 10.00元

编者的话

一个民族要想站在科学的最高峰，就一刻也不能没有理论思维。培养学生的思维能力在学校教育中占据着突出的地位。通过数学学习，不仅可以使学生掌握基本的数学知识和技能，更主要的是可以训练他们的思维，增强分析问题和解决问题的能力。揭示教学思维过程，培养学生的思维能力，是数学教育的核心目标和首要任务。

培养学生数学思维能力的主渠道，是在课堂教学中组织富有成效的数学学习活动。配合课堂教学有计划、有目的地进行数学思维能力专项训练，也是促进学生数学思维能力发展的重要渠道。数学思维能力专项训练，是从学生已有的知识出发，选择适当的训练材料，围绕一个项目进行训练。训练的目的不是为了求出一个结果，引出一个结论，而是突出训练中的思维过程，即分析的过程、概括的过程、推理的过程和化归的过程。

20世纪80年代，我们开展了小学数学思维训练的研究，1998—2002年此项研究又作为国家自然科学基金重点项目“儿童认知能力的发展和促进的研究”的一个课题。在不断的实践和研究过程中，《小学数学思维训练》逐步完善。

数学思维训练的有效度，取决于科学的教学指导。为此，我们编写了《现代小学数学思维训练解题策略》，为学生提供全面而科学的指导，供学生学习时参考。

限于本书编写时间的仓促和编者水平的有限，编写中定有不当，欢迎广大师生批评指正。对于不同题目不同的解法，也欢迎参与积极讨论。

2004年9月

目录

一、周长趣题(一)	(1)	十、年龄趣题	(47)
二、周长趣题(二)	(6)	十一、四方连	(52)
三、最短路线	(10)	十二、五方连	(56)
四、一笔画	(15)	十三、图形的合与分	(61)
五、寻找隐蔽图形	(19)	十四、形和数	(66)
六、数字迷	(24)	十五、巧算立方体个数	(73)
七、乘法巧算	(32)	十六、数阵图	(77)
八、植树问题	(39)	十七、解决问题(一)	(81)
九、方阵问题	(43)	十八、解决问题(二)	(85)



一、周长趣题(一)

公共边

1. 用边长是1的2个正方形, 一边重合拼成一个长方形, 它的周长是多少?



2个正方形周长之和是8, 一边重合拼成一个长方形, 周长减少2。



周长:
 $4 \times 2 - 2 = 6$

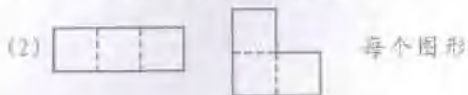


重合的一条边(画虚线处)叫公共边。

2. 用边长是1的3个正方形, 边与边重合所拼成的图形, 它的周长是多少?

思考交流:

- (1) 3个正方形的周长之和是多少?





有几条公共边? 周长减少几?



周长:
 $4 \times 3 - 2 \times 2 = 8$

解题策略

公共边

第1题, 两个正方形  的周长本应是: $1 \times 4 \times 2 = 8$, 当它们拼在一起的时候,  有1条公共边, 周长减少2。所以是 $4 \times 2 - 2 = 6$ 。


第2题, 3个正方形可以拼成:



每个图形都有2条公共边, 周长减少了4 (2×2)。所以是: $4 \times 3 - 2 \times 2 = 8$ 。



第3题，我们可以按照一定的规律来摆。

4个摆1行，有3条公共边，周长是 $4 \times 4 - 2 \times 3 = 10$ 。

摆两行，可以是3+1的组合，



有3条公共边，周长是 $4 \times 4 - 2 \times 3 = 10$ 。

也可以是2+2的组合，此时有可能有4条公共边，也有可能3条公共边。如下图所示：

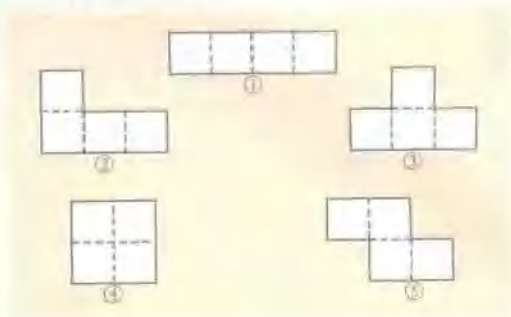


周长是 $4 \times 4 - 2 \times 4 = 8$ 。



周长是 $4 \times 4 - 2 \times 3 = 10$ 。

3. 用边长是1的4个正方形，边与边重合你能拼出哪些图形？它们的周长各是多少？



4. 将一张边长为10厘米的正方形纸，剪成4个完全一样的小正方形纸片。这些小正方形的周长和比原来的正方形周长增加了多少厘米？



拼图形

你能用边长是1的6个正方形拼成周长是12的图形吗？

(1) 试一试。

6个正方形分做时，周长之和是24。要拼成周长是12的图形，应该有6条公共边。



第4题，



可以明显看到剪开后增加了2条公共边，所以周长增加了 $10 \times$

$2 \times 2 = 40$ (cm)。也可以这样想：增加的长度 = 4个小正方形周长的和减原正方形周长，即： $10 - 2 \times 4 \times 4 - 10 \times 4 = 40$ (cm)。




解题策略

拼图形

4个边长是1的正方形拼成田字形,有4条公共边,周长减少了8,再把另外2个正方形拼在田字边上,就有6条公共边了。



 把右边的一个小正方形,按顺时针方向移动,变成了周长是12的不同图形。



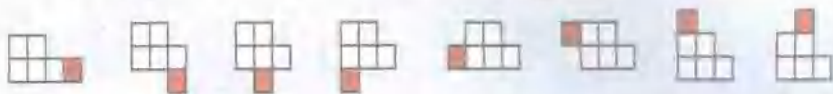
(2)如果先拼成这样的图形:




把左边的小正方形按逆时针方向移动,你能拼出哪些周长是12的图形?请画一画。



向移动,变成了周长是12的不同图形。





第(2)小题,如果先拼成  这样的图形,把左边的一个小正方形按逆时针方向移动,我们也一起来画一画吧。




第1题,第(1)小题,6个正方形的周长本应是 $4 \times 6 = 24$, $24 - 12 = 12$,所以,应该有 $12 \div 2 = 6$ (条)公共边。

怎么办呢?


4个边长是1的正方形拼成  有4条公共边,再把另外2个正方形拼在  边上,就有6条公共边了。

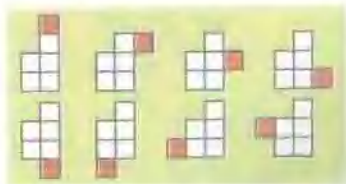
用移动小正方形的方法:

 把右边的一个小正方形,按顺时针方



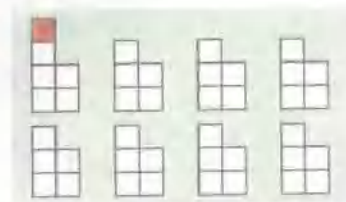
第(3)小题,如果先

拼成  这样的图形呢?



对吗?

第(4)小题,还有一组,请你自己画一画好吗?



第(5)小题,找出形状相同的。如:



正确答案是:



(3)如果先拼成这样的图形:



把右上的小正方形按顺时针方向移动,你能拼出哪些周长是12的图形?请画一画。



(4)如果先拼成这样的图形:



把左上的小正方形按逆时针方向移动,你能拼出哪些周长是12的图形?请画一画。



(5)从上面的图形中找一找形状完全相同的图形。

例如





画图形

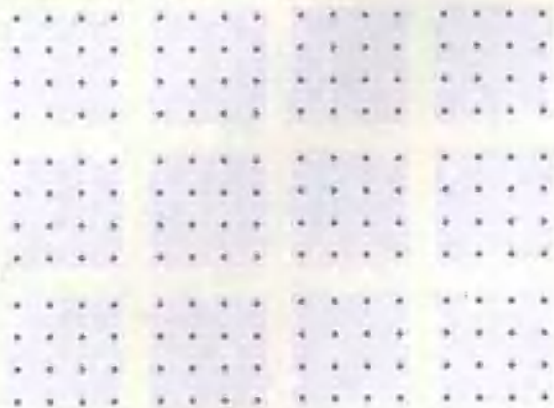
在 4×4 的点阵图上,画周长是 12cm 的图形。
(点与点之间的距离都是 1cm)

含6个小正方形,有6条公共边。
 $6 \times 4 - 6 \times 2 = 12(\text{cm})$



含5个小正方形,有4条公共边。
 $5 \times 4 - 4 \times 2 = 12(\text{cm})$

你还能画出哪些图形?试一试。

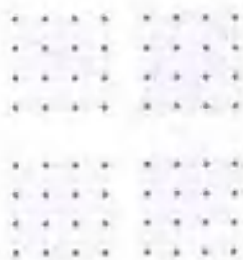


解题策略

画图形

根据前面一题的经验,你一定马上想到了:用6个小正方形拼,有6条公共边。

请你自己画一画。

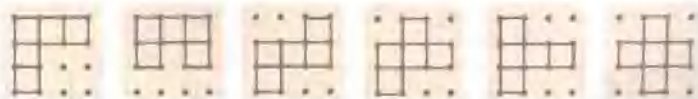


共有()种。

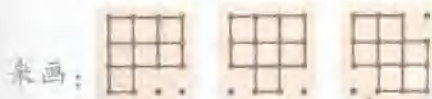
若是含有5个小正方形呢?

$$5 \times 4 - 4 \times 2 = 12(\text{cm})$$

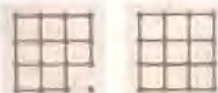
按顺(逆)时针方向移动的办法,可以画出:



若是含有7个小正方形呢? $7 \times 4 - 2 \times 8 = 12(\text{cm})$ 。还是用移动的方法,我们一起来画:



含有8个小正方形呢?9个呢?你画的和我一样吗?





解题策略

算周长

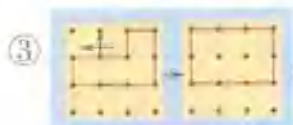
第1题,计算这些图形的周长可以分三类。

第一类:直接用公式计算,如①和⑤。

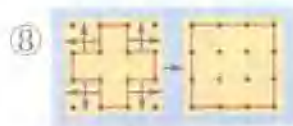
$$\textcircled{1}: (3+2) \times 2 = 10(\text{cm})$$

$$\textcircled{5}: 3 \times 4 = 12(\text{cm})$$

第二类:凸多边形,平移某些线段后用公式计算,如③、④、⑦、⑧。



$$(3+2) \times 2 = 10(\text{cm})$$

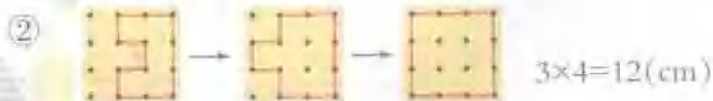


$$3 \times 4 = 12(\text{cm})$$

第三类,凹多边形,平移按公式计算后还要加上凹进的两条边长。如:

$$\textcircled{2} (2+3) \times 2 + 2 = 12(\text{cm}) \quad \textcircled{6} 3 \times 4 + 2 = 14(\text{cm})$$

也可以先变成凸多边形再来计算。



$$3 \times 4 = 12(\text{cm})$$



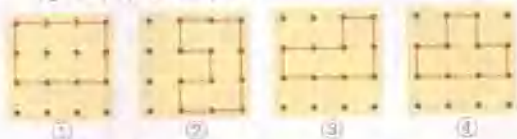
$$(3+4) \times 2 = 14(\text{cm})$$

一、周长问题(二)



算周长

1. 下面各图形横行竖列相邻的距离都表示1cm,怎样计算它的周长。



⑤

⑥

⑦

⑧

①、⑤号图可以直接用周长公式计算。

③、④、⑦、⑧号图通过平移边线的方法,转换为可以用周长公式计算的图形。



③、④号图平移一些边线后可以转换为①号图,⑦、⑧号图平移一些边线后转换为⑤号图。

②、⑥号图平移边线后能直接用周长公式计算吗?





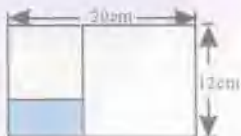
2. 右图是一块草地的示意图,求这块草地的周长。(单位:m)



3. 下图是一个楼梯,图中每级宽3dm,高2dm,求图的周长。



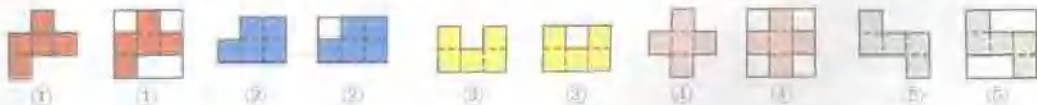
4. 一张正方形纸长30cm,宽12cm,先剪下一个最大的正方形,再从余下的纸片中再剪下一个最大的正方形,最后余下的长方形(涂色部分)的周长是多少?



5. 下面各图是由大小相同的5个小正方形拼成的,周长最短的是几号图,如果小正方形的边长是5cm,③号图形的周长是多少?



它们的周长是: $5 \times 5 \times 4 - 5 \times 4 \times 2 = 60$ (cm),②号图形有5条公共边,所以它的周长最短。也可以平移后运用公式求周长。



① $5 \times 3 \times 4 = 60$ (cm)

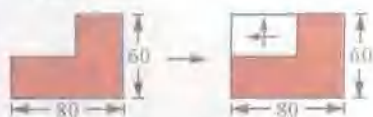
② $(5 \times 3 + 5 \times 2) \times 2 = 50$ (cm)

③ $5 \times 3 \times 4 = 60$ (cm)

④ $5 \times 3 \times 4 = 60$ (cm)

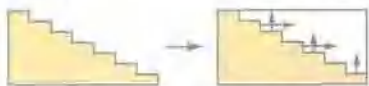
⑤ $5 \times 3 \times 4 = 60$ (cm)

第2题,运用平移的办法,



草地的周长是: $(80+60) \times 2 = 280$ (m)。

第3题,你是怎么做的呢?



平移后长方形的长是 $3 \times 7 = 21$ (dm),宽是 $2 \times 7 = 14$ (dm)。

所以周长是 $(21+14) \times 2 = 70$ (dm)。

第4题,最后剩下的长方形长是 $20 - 12 = 8$ (cm),宽是 $12 - 8 = 4$ (cm),周长是 $(8+4) \times 2 = 24$ (cm)。

第5题,①、③、④、⑤号图形都有4条公共边,

②号图形有5条公共边,所以它的周长



解题策略

找关系

第1题,利用平移的方法,列表研究层数和周长的关系。

层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)	4	8	12	16	...

上下比照,你发现了什么?

想一想,像这样摆5层,周长是多少?摆10层呢?如果周长是48,摆了几层?

$$5 \xrightarrow{\times 4} 20\text{cm};$$

$$10 \xrightarrow{\times 4} 40\text{cm};$$

$$12 \xrightarrow{\div 4} 48\text{cm}.$$

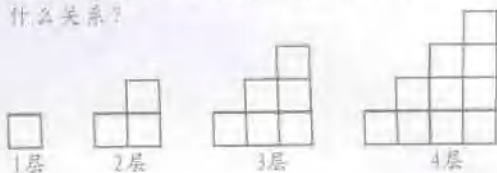
$$\text{周长} = \text{层数} \times 4$$

$$\text{层数} = \text{周长} \div 4.$$



找关系

1. 把边长是1cm的正方形如下图那样一层、二层、三层...拼成各种图形:层数与周长之间有什么关系?



利用表格进行研究。



层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)	4	8	12	16	...



移动边线,计算周长。



图形的周长与层数之间有什么关系?



2. 把长方形纸片如下图所示, 一层, 二层, 三层地摆下去, 研究层数与所构成图形周长之间的关系。

(1) 如果长方形的长是 2 cm, 宽是 1 cm:



层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)	6	12			...

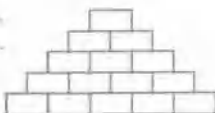
(2) 如果长方形的长是 4 cm, 宽是 3 cm:

层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)	14				...

(3) 如果长方形的长是 8 cm, 宽是 5 cm:

层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)					...

3. 如右图所示, 把长是 20 cm, 宽是 12 cm 的长方形, 一层, 二层, 三层地摆下去, 共摆 10 层。求摆好后图形的周长。



第 2 题, 第(1)小题

□ 的周长是 $(1+2) \times 2 = 6$ (cm);

■ 的周长是 $(2+4) \times 2 = 12$ (cm);

.....

列成表格

层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)	6	12	18	24	...

周长 = 层数 \times 6

第(2)小题

层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)	14	28	42	56	...

周长 = 层数 \times 14

第(3)小题

层数	1	2	3	4	...
周长 (cm)	26	52	78	104	...

周长 = 层数 \times 26

你发现了吗? 组合图形周长 = 单个图形周长 \times 层数。因此, 第 3 题的答案是: $(20+12) \times 2 \times 10 = 640$ (cm)。

你还有别的方法吗?



解题策略

不同路线

第1题,如果把小熊过桥前的位置看作A地,过了第1条河后的位置看作B地,小鹿家看作C地,那么我们可以这样表示路线图:



很显然,有 $2 \times 3 = 6$ 种不同的路线。

第2题,观察路线图:



从A到C有 $3 \times 2 = 6$ 种,从C到D又有3种,所以一共是 $6 \times 3 = 18$ 种不同的走法。

三、最短路线



不同路线

1. 小熊到小鹿家做客,要过两条河,有几种不同的走法?

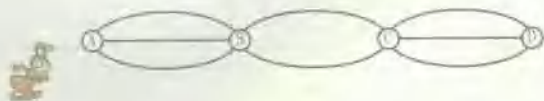


如果把小熊过桥前的位置看作A地,过了第一条河后的位置看作B地,小鹿家看作C地,那么我们可以这样表示路线图:



小熊从A地,经过B地,到达C地,共有:
 $2 \times 3 = 6$ 种不同的路线。

2. 一只蚂蚁从A点,经过B点和C点,到达D点,共有几种不同的走法?





解题策略

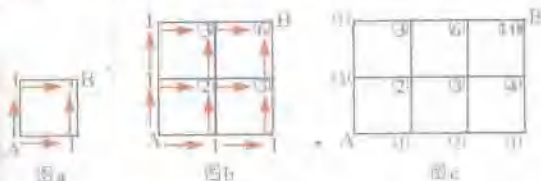
第3题,第(1)小题,从右往左: $A \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow B, A \rightarrow D \rightarrow B, A \rightarrow E \rightarrow B$,一共是4种,其中 $A \rightarrow B$ 最短, $A \rightarrow E \rightarrow B$ 最长。

第(2)小题,先考虑通过F走,F则可能通向B、E或C,这样就有:

$A \rightarrow F \rightarrow B, A \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow B, A \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B, A \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$,共4种。

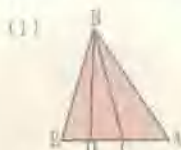
通过C走呢?也像刚才一样有顺序地想,有6种,分别是: $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$ 。其中 $A \rightarrow F \rightarrow B$ 最短, $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$ 最长。

第4题,我们先来走一走,并把有几种走法标出来。

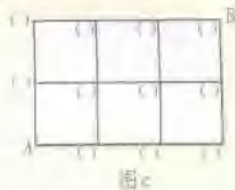


你和我数得一样吗?找一找,有什么规

3. 从A地到B地有几种不同的走法?请用字母和箭头表示线路,并指出最短的线路和最长的线路。



4. 从A地到B地,最近的走法有几种?



- (1) 在每个交叉路口标上有几条路线。

从A到B,必须
往上或往右走,
从A点出发,路
一样标。



- (2) 你看出什么规律了吗?

从A点出发,往边
上的每个点都有
一种走法。



里面交叉点的
走法数,是把
左边和下边走
法数相加得到
的。



律?从A点出发,往边上的每个点都有1种走法,里面交叉点的走法数,只要把左边和下边走法数相加就可以了。