卫生部“十一五”规划教材　全国高等医药教材建设研究会规划教材

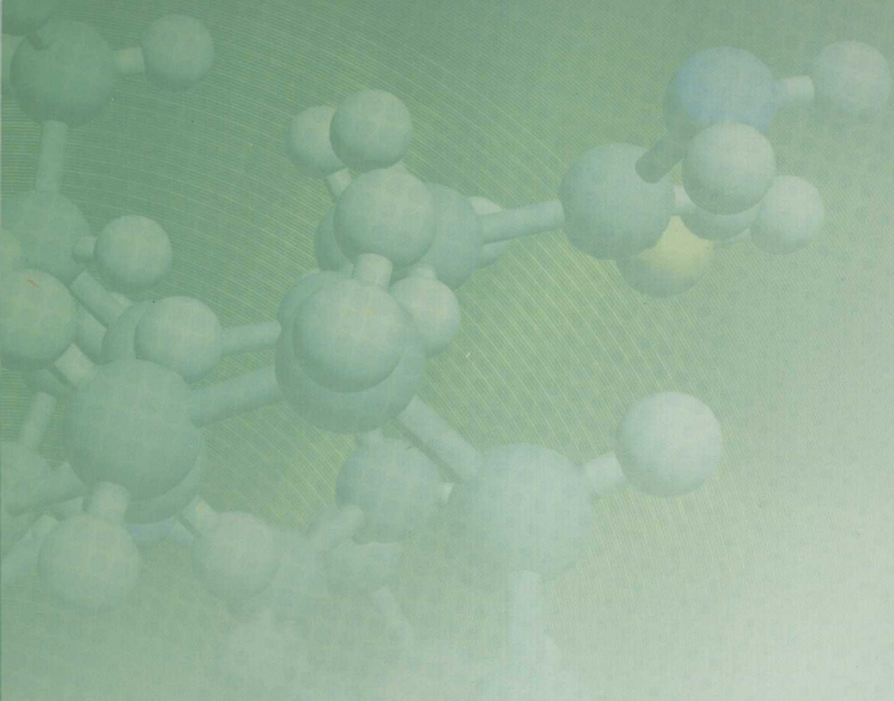
全国高等学校医学成人学历教育（专科）教材

供药学专业用

高等数学

第2版

主　编　陈铁生



人民卫生出版社

卫生部“十一五”规划教材
全国高等医药教材建设研究会规划教材
全国高等学校医学成人学历教育(专科)教材
供药学专业用

高等数学

第2版

主　编　**陈铁生**

编　者（以姓氏笔画为序）

卢书成（牡丹江医学院）
刘早清（华中科技大学数学系）
刘启贵（大连医科大学）
张喜红（长治医学院）
陈铁生（郑州大学数学系）
赵可琴（郑州大学数学系）
彭友霖（赣南医学院）

人民卫生出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/陈铁生主编. —2 版. —北京：人民卫生出版社，2007.8

ISBN 978-7-117-08840-4

Ⅰ. 高… Ⅱ. 陈… Ⅲ. 高等数学 - 成人教育：高等教育 - 教材 Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 089743 号

本书本印次封底贴有防伪标。请注意识别。

高 等 数 学

第 2 版

主　　编：陈铁生
出版发行：人民卫生出版社(中继线 010-67616688)
地　　址：北京市丰台区方庄芳群园 3 区 3 号楼
邮　　编：100078
网　　址：http://www.pmph.com
E - mail：pmph @ pmph.com
购书热线：010-67605754　010-65264830
印　　刷：北京智力达印刷有限公司
经　　销：新华书店
开　　本：787×1092　1/16　**印张**：18.75
字　　数：420 千字
版　　次：2000 年 6 月第 1 版　2007 年 8 月第 2 版第 6 次印刷
标准书号：ISBN 978-7-117-08840-4/R · 8841
定　　价：27.00 元

全国高等学校医学成人学历教育(专科)教材
第2轮修订说明

2002年以来,我国医学成人学历教育的政策和实践发生了重要变化。为了适应我国医学成人学历教育的现状和趋势,卫生部教材办公室、全国高等医药教材建设研究会决定启动全国高等学校医学成人学历教育教材的第2轮修订。2005年7月,卫生部教材办公室在北京召开论证会议,就我国医学成人学历教育的现状、趋势、特点、目标及修订的专业、课程设置、修订原则及要求等重要问题进行充分讨论并达成了共识。2006年8月底,卫生部教材办公室在沈阳召开全国高等学校医学成人学历教育卫生部规划教材修订工作主编人会议,正式启动教材修订工作。会议明确了教材修订的2个目标和4个要求,即新版教材应努力体现医学成人教育的特点(非零起点性、学历需求性、职业需求性、模式多样性);应努力实现医学成人学历教育的目标(复习、巩固、提高、突破);要求教材编写引入"知识模块"的概念并进行模块化编写;要求创新教材编写方法,强化教材功能;要求教材编写注意与普通高等教育教材的区别与联系;注意增强教材的教学适应性和认同性。另外,本次教材修订,还特别注意理论和实践的联系,强调基础联系临床、临床回归基础。在具体写作形式上,本次修订提倡插入"理论与实践"、"问题与思考"、"相关链接"等文本框,从形式上保证了教材修订目标和要求的实现,也是对教材创新的探索。

本次共修订医学成人学历教育专科教材42种,其中临床医学专业14种、护理学专业12种、药学专业16种。42种教材已被卫生部教材办公室、全国高等医药教材建设研究会评选为卫生部"十一五"规划教材。

全国高等学校医学成人(继续)教育教材
评审委员会

全国高等学校医学成人学历教育（专科）教材目录

临床医学专业（14 种）

1. 人体解剖学（第 2 版）	主编	李金钟	副主编	章培军
2. 生理学（第 2 版）	主编	杜友爱	副主编	李红芳 苏莉芬
3. 病理学（第 2 版）	主编	吴伟康 赵卫星		
4. 生物化学（第 2 版）	主编	万福生	副主编	徐跃飞
5. 病原生物与免疫学（第 2 版）	主编	夏克栋	副主编	李水仙 岳启发
6. 药理学（第 2 版）	主编	李淑媛	副主编	石刚刚
7. 组织学与胚胎学	主编	孙　莉	副主编	张际绯 黄晓芹 郝立宏
8. 诊断学（第 2 版）	主编	娄探奇	副主编	廖　伟 张　育
9. 医学影像学	主编	王振常	副主编	余晓锷 孙万里
10. 内科学（第 2 版）	主编	邹　萍 魏　武	副主编	杨亦彬 曲　鹏
11. 外科学（第 2 版）	主编	孙靖中	副主编	段德生 高佃军
12. 妇产科学（第 2 版）	主编	李荷莲	副主编	柳耀环
13. 儿科学（第 2 版）	主编	徐立新	副主编	郑胡镛 穆亚萍 曲云霞
14. 传染病学	主编	李　群	副主编	冯继红

药学专业（16 种）

1. 高等数学（第 2 版）	主编	陈铁生		
2. 物理学	主编	鲍修增	副主编	潘志达
3. 有机化学（第 2 版）	主编	赵正保	副主编	董陆陆 刘　斌
4. 物理化学（第 2 版）	主编	邵　伟		
5. 分析化学（第 2 版）	主编	李发美	副主编	沈懋法

6. **生物化学**　主编　吴耀生　副主编　俞小瑞　王继红

7. **人体解剖生理学**　主编　王维洛　副主编　陈孝忠

8. **微生物学与免疫学**　主编　李朝品　曹志然

9. **药物化学**(第 2 版)　主编　徐文方

10. **药物分析**(第 2 版)　主编　晁若冰　副主编　傅　强

11. **药剂学**(第 2 版)　主编　曹德英　副主编　刘　伟

12. **天然药物化学**(第 2 版)　主编　吴立军　副主编　封士兰　阮金兰

13. **药事管理学**　主编　邵瑞琪

14. **药用植物学**　主编　孙启时

15. **生药学**　主编　周　晔

16. **药理学**　主编　乔国芬　副主编　林　军　宋晓亮

护理学专业(12 种)

1. **内科护理学**(第 2 版)　主编　成守珍　副主编　刘义兰　高丽红　李　伟

2. **外科护理学**(第 2 版)　主编　鲁连贵　副主编　李　津　李惠萍

3. **妇产科护理学**(第 2 版)　主编　张新宇　副主编　简雅娟　陈梦香

4. **儿科护理学**(第 2 版)　主编　雷家英　副主编　张立莉　张玉兰

5. **护理心理学**(第 2 版)　主编　曹枫林　副主编　张纪梅

6. **护理管理学**(第 2 版)　主编　苏兰若　副主编　王惠珍

7. **护理学导论**　主编　杨新月　张新琼

8. △**护理伦理学**　主编　姜小鹰　副主编　史瑞芬

9. **健康评估**　主编　刘纯艳

10. **临床营养学**　主编　蔡东联　副主编　史琳娜　刘烈刚

11. **急危重症护理学**　主编　刘化侠　副主编　李武平

12. **社区护理学**　主编　陈先华　副主编　涂　英

△为成人学历教育专科、专科起点升本科共用教材。

前　　言

本书是卫生部教材办公室组织编写的全国高等学校医学成人学历教育（专科）卫生部“十一五”规划教材，受卫生部教材办公室委托，在《高等数学》第1版的基础上，我们修订和编写了《高等数学》第2版。

此次修订与编写我们努力做到以下几点：以基本理论、基本知识、基本技能为基础；以思想性、科学性、先进性、启发性、适用性为指导思想；以应用为目的、基础理论为必需，在保证必须理论知识的同时，减少了不必要的理论推导，使学生有针对性地获得较为系统的基础知识，以达到学用结合、学以致用的目的。本教材内容包括一元函数微积分、微分方程、概率论及数理统计等七章。参考教学90学时。为了帮助学生系统全面地复习，以提高分析、解决问题的能力，我们还同时编写了与本教材配套的学习指导与习题集。

本书的编写始终得到卫生部教材办公室和编者所在院校领导的关心和支持，特此一并表示衷心的感谢。

本书可能还会有错误和不足之处，恳请各位专家和使用本书的师生不吝指教。

陈铁生

2007年5月

目　录

第一章　函数与极限论初步

我们这门课程的前四章讲的是一元函数的微积分。微积分研究的对象是什么？研究的方法是什么？它同初等数学有什么联系和区别？所有这些都是大家开始学习这门课程时所关心的问题。这一章作为整个课程的一个引论，目的是初步说明这些问题，同时也要引入一些基本概念，简要地复习一下某些已在中学学习过，而又是本课程必不可少的内容，为以后的学习作准备。

第一节　从初等数学向微积分的过渡

一、面积的计算

在初等几何里，计算多边形的面积的办法是：把多边形分解成许多三角形，算出这些三角形的面积，然后相加，就得到多边形的面积。

特别，对正多边形，我们有如下的面积公式：

$$S=\frac{1}{2}lh \tag{1-1}$$

其中 l 是多边形的周长，h 是边心距。

圆的面积如何求呢？由于圆的周界是弯曲的，它就不能像周界是一些直线段的多边形那样，把它分解成许多三角形。问题的困难在一个"曲"字上。

虽然整个圆周是曲的，但每一小段圆弧却可以近似地看成直的。就是说，在很小的一段上，可以近似地"以直代曲"，即以弦代替圆弧。这样可以把圆周分成许许多多小段。比如说，分成 n 个等长小段，代替圆而先去考虑它的内接正 n 边形，根据公式(1-1)，这个正 n 边形的面积为：

$$S_n=\frac{1}{2}l_nR_n \tag{1-2}$$

其中 l_n 和 R_n 分别是正 n 边形的周长和边心距。当 n 很大时，内接正 n 边形的面积 S_n 就很近似于圆的面积 S；n 越大，近似程度越高。

但是不论 n 多么大，它一旦确定，这样算出来的总还只是多边形的面积，它只是圆面积的近似值，而不是圆面积的精确值。

为了从近似值过渡到精确值，我们自然让 n 无限地增大，记成 $n\to\infty$，很明显，当

$n\to\infty$ 时,内接正 n 边形的面积 S_n 将趋近于圆的面积 S,我们记成

$$\lim_{n\to\infty} S_n = S$$

其中 lim 表示极限的意思。

当 $n\to\infty$ 时,内接正 n 边形的周长 l_n,趋近于圆周长 $l=2\pi R$;边心距 R_n 趋近于圆的半径 R,即

$$\lim_{n\to\infty} l_n = l \qquad \lim_{n\to\infty} R_n = R$$

因此,如果在(1-2)式中令 $n\to\infty$,这叫做取极限,就得到

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}l_nR_n\right) = \frac{1}{2}lR$$

$$= \frac{1}{2}\cdot(2\pi R)R = \pi R^2$$

这就导出了圆的面积公式。

上面介绍的面积计算问题及其他许多类似的问题,正是微积分学基本概念——极限思想在几何学上的应用。

二、变速运动的速度

运动有两种,一种是匀速运动,快慢始终保持不变;一种是变速运动,时而快,时而慢。客观实际中的运动常常是变速的,例如,飞机的飞行,汽车的行驶,物体的降落等,就都是变速运动。

现在我们着重研究如何求变速运动的速度。

以自由落体运动为例,若忽略空气阻力,则在时间 t 内下落的路程 S 由下列公式给出

$$S = \frac{1}{2}gt^2 \tag{1-3}$$

其中 $g=9.81$ 米/秒^2 是重力加速度,现在要计算它在每一时刻的速度,即瞬时速度。

对于速度保持不变的匀速运动,我们可用简单的公式

$$速度 = \frac{路程}{时间} = \frac{S}{t} \tag{1-4}$$

将走过的路程除以经历的时间就得出各个时刻的速度。而现在考察的自由落体运动,其速度是随时间而变的,这时公式(1-4)就不能用了。路程除以时间只能得出这段时间内的平均速度,而不能得出这段时间内每个时刻的速度,这里的困难在于速度是变的。

在整段时间内,速度是变的,但在很小的一段时间内,速度可以近似地看成不变的,或说可以近似地"以匀速代变速"。

按照这种想法,为了求自由落体在时刻 t_0 的瞬时速度 v_0,我们考察从时刻 t_0 到时刻 $t_0+\Delta t$ 这段时间内(这里 Δt 代表从 t_0 开始所经过的时间),自由落体所走过的路程为:

$$\Delta S = \frac{1}{2}g(t_0+\Delta t)^2 - \frac{1}{2}gt_0^2 = gt_0(\Delta t) + \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$$

如果 Δt 很小,在这段时间内,运动就可以近似地看成是匀速的,因而就可以用这段时间

内的平均速度

$$\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{gt_0(\Delta t)+\frac{1}{2}g(\Delta t)^2}{\Delta t}=gt_0+\frac{1}{2}g(\Delta t)$$

来近似地代替时刻 t_0 的瞬时速度 v_0，Δt 越小，近似程度越高。但是不论 Δt 多么小，这个平均速度还只是瞬时速度 v_0 的近似值，而不是它的精确值。当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度 $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ 的极限值就是瞬时速度 v_0，即

$$v_0=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\left[gt_0+\frac{1}{2}g(\Delta t)\right]=gt_0$$

这就得出了自由落体在时刻 t_0 的瞬时速度。

微分学基本概念——导数，就是人们从求变速运动的瞬时速度及其他许多类似的问题中提炼出来的。

三、小结——与初等数学的比较

以上列举了微积分学的两个典型问题，我们力求通过这两个例子说明：微积分学研究的问题以及处理问题所依据的基本观念和基本方法，与初等数学具有哪些不同的特点，现小结如下：

（一）变化的观点：用变化的观点去考察问题，从变化当中去认识事物。

（二）从变化的观点出发，需要引入变量的概念。例如，时间 t 和路程 S，半径 R 与圆面积 S 等都是变量。

微积分学主要是研究变量的，而初等数学主要是研究常量的。例如算术中研究固定不变的量的运算法则；代数上解方程，所要求的未知数也是固定不变的，只不过具体数值事先不知道就是了；几何学研究的是一些固定的、规则的图形，因此初等数学基本上是常量数学，而微积分则属于变量数学。

在同一问题中，往往同时出现好几个变量，我们不是孤立地研究每一个变量，而是着重研究变量之间的依赖关系。变量之间的这种依赖关系就叫函数。函数是微积分学的又一个基本概念，关于变量与函数的详细讨论见下一节。

（三）极限方法，我们遇到的问题，有的表现为曲与直，有的表现为变与不变的矛盾。解决它们的方法是局部“以直代曲”、以“不变代变”，从而求得问题的近似值，最后归结为近似与精确的矛盾。从近似值过渡到精确值，用的是极限方法。

极限论是微积分的基础理论，它从方法上突出地表现了微积分不同于初等数学的特点。关于极限的详细介绍见本章第三节。

第二节 函 数

一、函数的概念

1. 常量与变量

在观察自然现象或研究实际问题时，常常会遇到各种不同的量，其中有的量在

变化过程中保持同一数值，称为常量；有的量在变化过程中可以取不同的数值，称为变量。

例如：物体以速度 v 做匀速运动，物体经过的路程 S 和时间 t 之间的关系为 $S=vt$，其中 v 是常量，而 S 与 t 都是变量。

又如：圆的半径 R 变化时，圆的周长 C 也在变化，它们之间的关系为 $C=2\pi R$，其中 π 是常量，而 R 与 C 为变量。

习惯上用字母 a,b,c 等表示常量，用字母 x,y,z 等表示变量。为讨论方便，常量可视为变化为零的变量。若不加说明，我们认为变量只取实数而不取复数。

2. 函数的概念

例 1-1 物体在距地面高度 $S_0=19.6$ 米的地方自由落下（不考虑空气阻力），则物体与地面的距离 S 随时间 t 的变化规律是

$$S=S_0-\frac{1}{2}gt^2=19.6-\frac{1}{2}gt^2$$

其中重力加速度 $g=9.8$ 米/秒^2。

对于某一确定的时间 t，根据上面的关系式就有一个确定的距离 S 与之对应。如取 $t=1$ 秒，就有 $S=14.7$ 米；取 $t=2$ 秒，就有 $S=0$，即物体落到地面。

例 1-2 关系式

$$y=x^2$$

给出了抛物线上点 (x,y) 的两个坐标之间的依赖关系。

类似上述关于变量之间相互依赖关系的例子很多，在此不予多举。但每一例子都具有共同的本质，即参与同一过程的变量是互相联系的，且当其中一个变量取定了某个值时，按照一定的规律，另一变量就有确定的值与它对应。

于是我们可以概括出函数定义：

定义 1-1 设 x 和 y 是两个变量，如果变量 x 在其变化范围内任意取定一个数值，变量 y 按照一定的规律总有确定的数值与它对应，则称变量 y 为变量 x 的函数，记为

$$y=f(x)$$

称 x 为自变量，y 为因变量。自变量 x 的变化范围称为这个函数的定义域。如果 x_0 是函数 $f(x)$ 定义域中的一个点，则与 x_0 对应的函数值记作 $f(x_0)$，所有函数值的集合称为这个函数的值域。

函数 $y=f(x)$ 中的"f"表示 x 与 y 的对应规律，$f(x)$ 是一个完整记号，不可误解为 f 与 x 相乘。

函数的定义域常用区间来表示，满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间，记为 $[a,b]$；满足 $a<x<b$ 的实数 x 的集合叫做开区间，记为 (a,b)；满足 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的实数 x 的集合叫做半开半闭区间，分别记为 $[a,b)$ 或 $(a,b]$。其中 a,b 叫做相应区间的端点，数 $b-a$ 叫做区间的长度。

以上区间叫做有限区间，除了有限区间外，还有无限区间：把满足 $x\geqslant a, x>a, x\leqslant b$，$x<b$ 的实数 x 的集合分别表示为 $[a,+\infty)$，$(a,+\infty)$，$(-\infty,b]$，$(-\infty,b)$，而 $(-\infty,+\infty)$ 则表示全体实数。

此外邻域是常用的一种区间概念。设 x_0 是某一定点，δ 是大于零的某实数，开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 称为点 x_0 的 δ 邻域，点 x_0 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径。

例 1-3 设 $f(x)=2x^2-3$，求下列函数值：$f(0)$，$f(-1)$，$f(x_0)$。

解 $f(0)=2\times0^2-3=-3$

$f(-1)=2\times(-1)^2-3=-1$

$f(x_0)=2x_0^2-3$

例 1-4 设 $f(x)=\pm\sqrt{x}$，求下列函数值：$f(2)$，$f(4)$。

解 $f(2)=\pm\sqrt{2}$

$f(4)=\pm2$

例 1-5 函数 $y=c$ 是一个常函数，它的对应规律是当自变量 x 取区间 $(-\infty,+\infty)$ 内的每个值时，都有常数 c 与之对应。

例 1-6 求函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}+\sqrt{5-x}$ 的定义域。

解 因为当 $x-2>0$，且 $5-x\geqslant0$ 时，函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}+\sqrt{5-x}$ 才有意义，

于是得不等式组

$$\begin{cases}x-2>0\\5-x\geqslant0\end{cases}$$

解这个不等式组，得

$$2<x\leqslant5$$

所以函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}+\sqrt{5-x}$ 的定义域为 $(2,5]$。

以上例子说明，函数定义中“总有确定的数值与之对应”，指的是单值或多值的意思，如例 1-3 是单值对应，例 1-4 是、多值对应，例 1-5 也是单值对应，且只有一个 y 值与之对应，而不要求对不同的 x 有不同的 y 与之对应。

3. 函数的几种特性

函数的特性是指有界性，单调性，奇偶性，周期性。后两者大家在中学里都很熟悉了。这里仅介绍前两者。

(1) 函数的有界性

对函数 $f(x)$ 的定义域内的一切 x，若存在正数 M，使函数值都有

$$|f(x)|\leqslant M$$

则称函数 $f(x)$ 在定义域内有界，如果这样的 M 不存在，则称函数 $f(x)$ 在定义域内无界。

例如函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的，因为取 $M=1$，对任一实数 x，有 $|\sin x|\leqslant1$。

而函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 内是无界的，因为不存在这样的正数 M，使 $\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant M$ 对于 $(0,1)$ 内的一切 x 都成立。