

工程力学

刘荣阁 赵德平 白秉三 主编

东北大学出版社

工 程 力 学

主 编 刘荣阁 赵德平 白秉三

· 东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/刘荣阁,赵德平,白秉三等主编.沈阳:东北大学出版社,1997.7

ISBN 7-81054-246-X

I. 工 II. ①刘… III. 工程力学 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 14255 号

内 容 摘 要

本教材是参照高教部审订的高等工科院校工程力学教学大纲(100 学时类型)编写的。适合为高等工业院校机械、电机、动力、热加工、建工等专业的教材,也可供有关的工程技术人员和自学者参考。

本书内容包括:绪论、静力学、轴向拉伸和压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、能量法、超静定问题、压杆稳定、弹塑性问题。附录中有截面图形的几何性质、型钢表等。为了便于学习,每章后均附有思考题和习题,并附有答案。

©东北大学出版社出版

(沈阳·南湖 110006)

东北大学印刷厂印刷 东北大学出版社发行

1997 年 5 月 第 1 版 1997 年 5 月 第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:20.625

字数:515 千字 印数:1~3000 册

定价: 24.80 元

序 言

本书是参照高等工业院校工程力学教学大纲(100学时类型),为配合课程体系改革而编写的。课程体系改革是个很复杂的问题,牵涉的范围很广,与教学内容及要求,教学方法及教学环节等有着密切的关系。本书对此作了初步探索。本书也可作为中、少学时工程力学课程的教材。

本书包括:绪论、静力学、轴向拉伸和压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、能量法、超静定问题、压杆稳定、弹塑性问题等十一章。其中带有*号部分为选学内容,每章后均附有思考题和习题,并附有答案。本书本着理论课与实验课分别开设的设想编写,故实验课教材另编。

参加本书编写的有赵德平、胡家炘、白秉三、刘荣阁、陈四利、俞秉义、鲍文博等,其中赵德平编写绪论、第一、第七章;胡家炘编写第二章;白秉三编写第三章及附录部分;刘荣阁编写第四、第五、第六、第八章;陈四利编写第九章;俞秉义编写第十章;鲍文博编写第十一章。全书由刘荣阁、赵德平、白秉三统审。

限于编者水平,书中可能存在不少缺点和不妥之处,希望广大教师和读者批评指正。编写过程中,参考了刘鸿文主编的“材料力学”第三版、梁治明主编的“材料力学”第二版、范钦珊主编的“工程力学”等部分内容。

编者

1996.10

目 录

绪论	(1)
----	-----

第一章 静力分析	(3)
----------	-----

第1节 基本概念与物件受力图	(3)
第2节 平面汇交力系	(8)
第3节 力矩、平面力偶系	(12)
第4节 平面任意力系	(13)
第5节 静定问题与静不定问题的概念	(24)
第6节 桁架	(25)
第7节 空间力系	(27)
第8节 截面法与内力、应力	(34)
第9节 变形固体的基本假设、变形与应变	(39)
思考题	(41)
习 题	(44)

第二章 轴向拉伸与压缩	(58)
-------------	------

第1节 轴向拉伸与压缩的实例与概念	(58)
第2节 直杆轴向拉伸或压缩时横截面上的内力、轴力图	(58)
第3节 直杆轴向拉伸与压缩时的应力	(60)
第4节 失效、安全系数和强度计算	(64)
第5节 轴向拉伸或压缩时的变形	(68)
第6节 拉(压)杆连接部分的强度计算	(74)
思考题	(79)
习 题	(80)

第三章 扭转	(86)
--------	------

第1节 扭转的概念	(86)
第2节 外力偶矩、扭矩、扭矩圆	(87)
第3节 纯剪切、剪切虎克定律	(91)
第4节 圆轴扭转时的应力和强度计算	(93)
第5节 圆轴扭转时的变形和刚度计算	(99)

第6节 圆轴扭转时的应力分析	(103)
第7节 矩形截面杆扭转理论的主要结果	(105)
※第8节 圆柱形密封圈螺旋弹簧	(107)
思考题	(110)
习 题	(111)
第四章 弯曲内力	(114)
第1节 弯曲的概念、梁的计算简图	(116)
第2节 剪力和弯矩	(118)
第3节 剪力图和弯矩图	(120)
第4节 载荷集度、剪力和弯矩间的关系	(125)
思考题	(128)
习 题	(129)
第五章 弯曲应力	(135)
第1节 梁弯曲时的正应力	(135)
第2节 梁弯曲时的剪应力	(141)
第3节 弯曲与拉伸或压缩的组合	(146)
第4节 提高构件弯曲强度的措施	(152)
思考题	(154)
习 题	(156)
第六章 弯曲变形	(161)
第1节 工程中的弯曲变形问题	(161)
第2节 梁的挠度和转角	(161)
第3节 梁挠曲线微分方程	(162)
第4节 积分法求梁的弯曲变形	(163)
第5节 叠加法求弯曲变形	(170)
思考题	(173)
习 题	(175)
第七章 应力状态与强度理论	(179)
第1节 应力状态概念	(179)
第2节 平面应力状态分析——解析法	(182)
第3节 平面应力状态分析——图解法	(187)

第4节	三向应力状态的概念	(194)
第5节	广义虎克定律	(195)
第6节	常用的四种强度理论	(198)
第7节	强度理论的应用	(202)
思考题		(208)
习 题		(211)
第八章	能量法	(218)
第1节	基本概念	(218)
第2节	杆件变形能的计算	(218)
第3节	单位载荷法	(221)
第4节	图形互乘法	(226)
第5节	冲击应力和冲击变形	(229)
思考题		(233)
习 题		(234)
第九章	超静定问题	(239)
第1节	超静定的概念	(239)
第2节	拉压超静定问题	(240)
第3节	扭转超静定问题	(246)
第4节	弯曲超静定问题	(247)
第5节	力法及正则方程	(251)
思考题		(260)
习 题		(262)
※第十章	塑性、断裂	(267)
第1节	塑性	(267)
第2节	拉伸和压缩杆	(267)
第3节	圆轴的塑性扭转	(268)
第4节	梁的塑性弯曲	(269)
第5节	残余应力	(270)
第6节	断裂力学概述	(270)
第7节	裂纹尖端附近的应力和应力强度因子	(271)
第8节	断裂韧性和断裂准则	(272)
习 题		(273)

第十一章 压杆稳定	(274)
第1节 压杆稳定的概念.....	(274)
第2节 欧拉公式.....	(275)
第3节 经验公式.....	(279)
第4节 压杆的稳定校核.....	(281)
第5节 提高压杆稳定性的措施.....	(282)
思考题.....	(283)
习 题.....	(284)
附录 I 截面图形的几何性质	(289)
第1节 简单截面图形的静矩和形心.....	(289)
第2节 组合截面的静矩和形心.....	(291)
第3节 简单截面的惯矩和惯性半径.....	(293)
第4节 惯矩的平行移轴公式.....	(295)
第5节 组合截面的惯矩.....	(297)
※第6节 截面的惯积、惯积的平行移轴公式	(299)
※第7节 转轴公式、主惯轴和主惯矩	(301)
习 题.....	(305)
附录 II 简单截面图形的几何性质	(308)
附录 III 型钢规格表	(309)
表 III - 1 热轧等边角钢(GB9787 - 88)	(309)
表 III - 2 热轧不等边角钢(GB9788 - 88)	(315)
表 III - 3 热轧普通槽钢(GB707 - 88)	(319)
表 III - 4 热轧普通工字钢(GB706 - 88)	(321)

绪 论

一、工程力学研究的任务

工程力学^① 是研究构件在外力作用下的平衡和失效的规律,并为合理的设计构件奠定理论基础和提供计算方法。

在工农业生产、建筑、交通运输、宇航等工程中,广泛地运用各种机械设备和工程结构。机械的零件和结构的部件统称为构件。每个机械或结构的各个构件都要受到相邻构件或其他物体对它的作用,凡是别的物体对研究对象的作用统称为外力。如构件上作用的载荷、自重及约束反力。平衡是指物体相对于惯性参考系处于静止或等速直线运动状态。对于工程问题,可以将固结在地球上的参考系作为惯性参考系,所得结果能很好地与实际情况相符合。

为确保工程构件在工作时不失效,构件应具有足够的强度、足够的刚度、足够的稳定性。

1. 强 度

构件承受载荷时,要求它不发生破坏。例如,起重机的各个构件不应该断裂;压力容器在规定的压力作用下,不应该开裂或爆破;传动齿轮不应该破损;有时,即使构件没有发生断裂,但是由于受力过大,产生了一种不能恢复的变形——塑性变形(即载荷卸除后,构件不能恢复到原来的形状和尺寸),使构件不能正常工作。因此,对各类构件必须要求它具有足够的抵抗破坏的能力,即具有足够的强度。

2. 刚 度

在某些情况下,构件虽然不发生破坏,但是,由于构件的弹性变形(即载荷卸除后,构件能够完全恢复的变形)超过了允许的限度,也会使机器设备等不能正常工作。例如在外力作用下的机床主轴,即使有足够的强度,若变形过大,仍会影响工件的加工精度。又如当齿轮轴的变形过大时,将使轴上的齿轮啮合不良,并引起轴承的不均匀磨损及振动。因而,所谓刚度,是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。

3. 稳定性

细长直杆,例如内燃机中的挺杆,千斤顶中的螺杆等细长直杆,在压力作用下便有被压弯的可能。当压力较小时,压杆能保持原有的直线平衡形式。若压力增至某一数值时,压杆可能在干扰力的作用下从直线的平衡形式突然变弯。这种突然改变原有平衡形式的现象称为丧失稳定(或简称为失稳)。因此,对受压的细长杆,要求在工作中具有保持原直线平衡状态的能力,即构件应具有足够的稳定性。

合理的设计构件是指在满足构件不失效,在构件能正常工作的前提下来选择构件的材料,截面的形状和尺寸的大小。从而保证构件既经济又能安全的工作。经济是指构件在能正常工作的前提下,使用的材料最少。

^① 按力学体系来分,工程力学包括理论力学中的静力学和材料力学两个部分。

二、工程力学研究的对象与方法

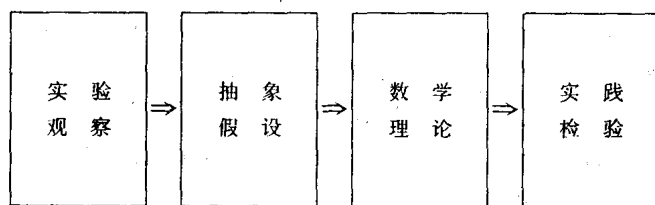
工程构件的形体繁多,材料各异。按几何形体的三向尺寸长、宽、高来分,可分为杆、板壳、块体。若构件在某一方向上的尺寸比其余两个方向上的尺寸大得很多,则称为杆。工程中有很多的构件可以简化为这类构件,如梁、轴、柱等。工程力学主要研究的对象是可变形的固体杆。

若构件在某一方向上的尺寸比其余两个方向上的尺寸小得很多,为平面形状者称为板;为曲面形状者称为壳。如折板屋面、薄壳屋面等。

若构件在三个方向上具有同一数量级的尺寸,则称为块体。如挡土墙、坝体等。

工程力学的研究方法。“通过实践而发现真理,又通过实践而证实真理和发展真理。”这是认识客观世界的规律。是任何科学研究方法都必须遵循的规律。通过反复观察和实验,可以从诸多因素中,发现哪些是主要因素,哪些是次要因素。抓住主要矛盾,找出共性,采用抽象化的方法,提出假设建立力学模型。例如在研究构件受力后的平衡问题时,构件的变形是次要因素,从而将构件抽象为刚体(受力后不变形的物体);再如当研究构件的强度和刚度时,变形是主要因素,不能忽略,则刚体这一模型已不能反映研究问题的本质,于是就用变形固体模型来代替。再如求构件内力时的截面法;在进行应力状态分析时取的单元体;平面假设等都是进行了科学的抽象。这些抽象、假设都更真实的反映出所研究问题的本质,使我们研究的问题得到大大的简化,更方便我们用数学去描述物理量间的关系。简言之,更便于我们建立理论。

将在实践观察中得到的结果,经过分析、归纳、综合,进行科学加工,抓住本质,掌握共性,再用数学的工具建立物理量间的函数关系,这就是“理论”。然而,这一“理论”正确与否,还要回到实践中去检验,那些被实践所证实了的就上升为理论,那些与实验不相符合的则被淘汰。实践是检验真理的唯一标准。工程力学的研究方法也不例外,遵循如下的框图程序。



第一章 静力分析

本章重点解决构件的受力分析,力系的简化。构件平衡时,作用在构件上的力系应满足的条件。

第1节 基本概念与构件受力图

一、力的概念

力是物体间相互的机械作用,力的作用是通过它的表现反映出来的。其表现是使物体运动的状态发生改变或使物体发生变形。

机械作用是指能使物体在空间的位置发生改变。力使物体的运动状态发生变化的效应,称为力的外效应或运动效应。物体在一个常力的作用下,根据牛顿运动第二定律可知,物体将沿着作用力的方向作匀加速直线运动。力作用于物体的另一个效应,是使物体发生变形的效应,则称为力的内效应或变形效应。

力是有大小和方向的物理量,因此力是矢量。力矢量可以用有向线段来表示,如图1-1所示。

沿力的作用方位并通过力的作用点 A 画一条直线 mn , 称为力的作用线。从 A 点开始,沿作用线按某一比例尺(如1毫米代表100牛顿)量取一线段,使其长度 $\overline{AB}$ 代表力的大小,在线段的末端 B 加上箭头,代表力的指向。方位和指向合起来,简称方向。代表力大小的线段 $\overline{AB}$ 加上箭头后,构成了表示该力的矢,称为力矢。力矢常用黑体字母例如 $\mathbf{F}$ 表示,而一般字母 F 则代表力矢的大小(或称为模)。

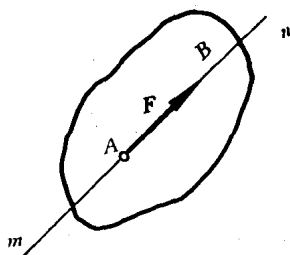


图1-1

实践表明,力满足矢量运算法则。力的合成与分解,遵循力三角形法则和力平行四边形法则。如图1-2所示。

力三角形法则: F_1, F_2 为分力, R 为合力,图1-2(b);力平行四边形法则:分力为 F_1, F_2 , 合力为 R 。图1-2(a)。

由实践可知,力对物体作用的效应与力的大小、方向和作用点(力矢的首端或末端)等三个因素有关,改变其中任何一个,力对物体作用的效应也将发生改变。

但是,当力作用在刚体上时,还有个重要性质,即力的可传性:也就是说只要保持力的大小、方向不变,将力的作用点沿其作用线移动,并不改变力对刚体的效应。例如用绳子拉车或者沿同一直线,以大小、方向相同的力推车,对车产生的运动效应相同,或称等效。因此,力对刚

体的效应取决于力的大小、方向和作用线,所以力也称为滑动矢。

应该注意,力的可传性只适用于刚体,对于研究物体的变形并不适用。

力大小的度量,在国际单位制(SI)中,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。在工程单位制中,力的单位是公斤力(kgf)或吨力(tf)。牛顿与公斤力的换算关系是: $1\text{kgf} = 9.8\text{N}$ 。

力的作用点表征物体相互接触的地方,实际上它不是一个点而是分布在物体的一部分面积上或体积上,但是当作用面积(或体积)与研究对象相比很小时,就可以近似地看作一个点,而作用于这个点上的力称为集中力,这个点称为力的作用点。

作用于已知物体上的一群力称为力系。如果所有力的作用线都在同一平面内,则该力系称为平面力系;否则称为空间力系。当所有力的作用线汇交于同一点时,则该力系称为汇交力系;当所有力的作用线都互相平行时,则称为平行力系;否则称为任意力系。

二、刚体的概念

刚体即是在力的作用下不变形的物体,显然它是抽象的力学模型。客观上,任何物体受力后都会有变形,只不过由于物体的材质不同,受力大小不同,在变形大小上有所差异,一般工程构件产生的变形都是较小的,需借助专用仪器方可测量出来。在研究物体的平衡和运动时,将物体抽象成刚体所得结果于真实情况所产生的误差可以忽略,这种抽象化的方法,不仅是解决实际工程问题所允许的,也是认识力学规律所必需的。这样做,就是撇开研究问题的次要因素而抓住其主要因素,才能充分揭露事物的本质,使我们研究的问题得到大大的简化。

三、平衡的概念

物体受一力系作用,如果物体相对于地球作匀速直线运动或静止,则称该物体处于平衡状态,作用于物体上的力系称为平衡力系。必须指出,绝对平衡和绝对静止是不存在的,平衡是有条件的,工程上所指的物体平衡,一般是相对于地球而言的。

二力平衡条件:如果刚体只受两个力的作用而处于平衡状态,则这两个力一定是大小相等,方向相反,且作用在同一直线上。此二力,为一对平衡力。这就是二力平衡原理。这里应该注意的第一点是:二力平衡原理不能与作用力和反作用力相混淆。一对平衡力是作用在同一物体上的。而作用力与反作用力则是分别作用在两个不同物体上的,所以它不是一对平衡力。第二点是:二力平衡原理对于刚体平衡是必要和充分条件,但对于变形体,这个条件是必要的,但不充分。例如绳索,当受等值,反向的拉力作用时可以平衡;若受等值,反向的压力作用,便不能平衡。因为绳索不能承受压力。第三点是:在二个力作用下处于平衡的构件必须满足二力平衡条件,这样的构件称为二力构件或二力杆。如图 1-3 所示,显然二力杆也是个力学模型。因为一切构件都有自重,但是当自重与荷载相比可以略去的情况下,才可以将只受二

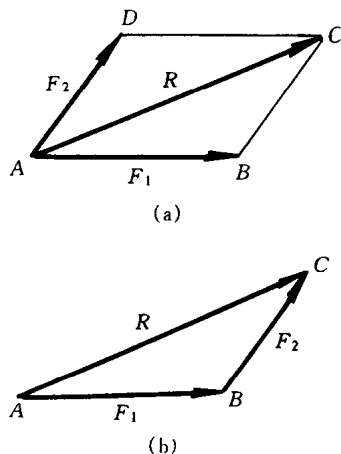
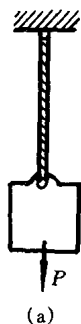


图 1-2

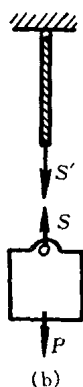
个力作用而平衡的杆件简化为二力杆。第四点:若作用在刚体上的力系可由另一力系代替而不改变它对刚体的效应时,则称这两个力系为等效力系。若刚体是平衡的,则在其上加减一平衡力系并不改变刚体的平衡状态,这就是加减平衡力系原理。



图 1-3



(a)



(b)

图 1-4

P —重力 S —约束反力

四、约束与约束反力

物体在空间可以自由运动的称为自由体。若物体运动时在某些方向受到周围其他物体的限制而不能沿这些方向有位移,则这种阻碍物体运动的限制条件称为约束。受有约束的物体称为非自由体。约束限制了物体自由运动,改变了物体的运动状态,因此约束必然对于物体有力的作用(约束给物体的作用力),这种力就称为约束反力或称为约束力。这种力是约束阻碍物体运动而引起的,所以属于被动力。促使物体运动或有运动趋势的力则属于主动力,如重力及我们对于物体的拉力和推力等。

在工程中常会遇到各种各样的约束,根据约束的特性介绍一下常遇到的几种基本类型的约束及其表示方法和约束反力的方向。

(1)柔性约束 柔软的绳索、链条或皮带对于物体运动所造成的限制只能阻止物体沿着绳索的中心线离开,所以绳索对于物体的约束反力 S 必沿着柔性物体的中心线背向物体,即只能拉着物体。如图 1-4 所示。

(2)光滑面约束 物体与光滑面(不计摩擦力的影响)支承面接触时,支承面只能阻止物体沿着接触表面的公共法线而趋向支承面的运动。图 1-5 所示的光滑面的约束反力必通过接触点,而沿着接触表面的公共法线并指向物体。

(3)固定铰链约束 这种约束在工程中、生活中经常见到,如向心轴承、门窗上的折叶、活塞销等都是这种类型的约束。其特点是阻碍物体在垂直于圆轴的平面内向任意方向的运动,因此约束反力的方向也是任意的。因为力的大小和方向都未知,所以可设二个未知力来代替。当求得这两个力后,便可求得约束反力的大小和方向了。如图 1-6 所示。

(4)可动铰链约束 这种约束的典型实例是辊轴约束,它的特点是在圆柱铰链的底座下安装一些圆柱形的滚子,如图 1-7 所示,如果接触面是光滑的,则约束反力必垂直于滚子的支承面(指向或背离物体),其作用线必通过铰链中心,如图 1-7(c)所示,它只限制物体在垂直于接触面方向的移动,只有一个未知力。而不限制物体的转动和沿接触面切线方向的移动。力

学符号如图 1-7(b)所示。

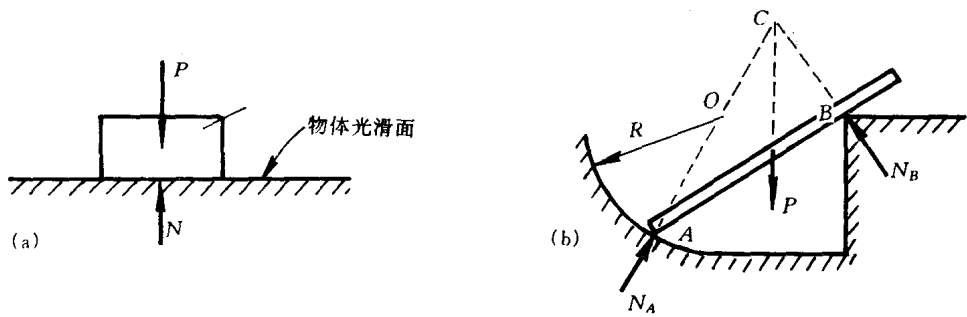


图 1-5

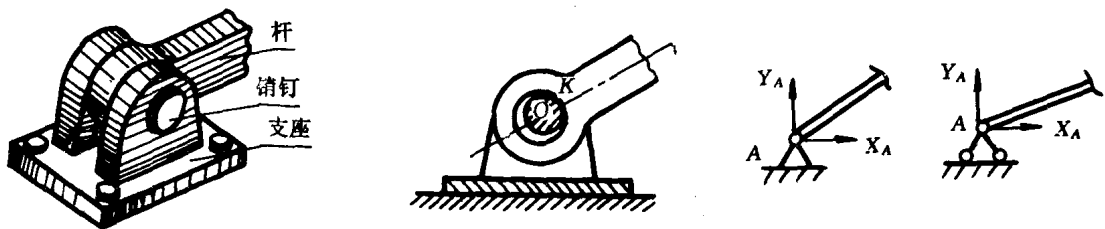


图 1-6

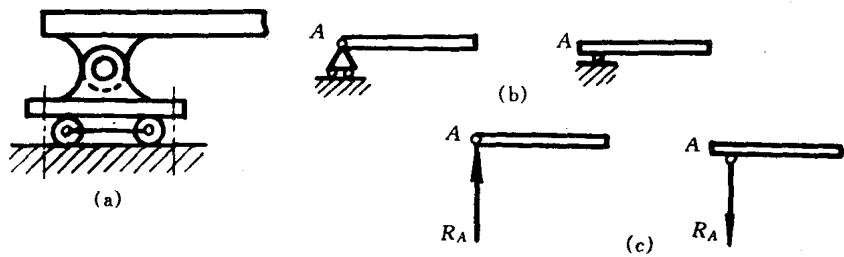


图 1-7

(5)球铰链约束 球铰链约束,其特点只能允许物体绕球心转动,但不允许在任何方向离开球心的移动,因此约束反力的作用线总是通过球心,而方向是任意的,它属于空间问题,可有三个约束反力。如图 1-8 所示。

(6)轴承约束 轴承约束是工程中经常采用的支承形式,这类约束反力的分析方法与铰链约束相同,常用的有滑动轴承和滚动轴承。轴承简图与约束反力如图 1-9 所示。

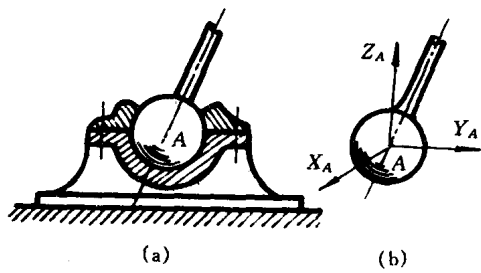


图 1-8

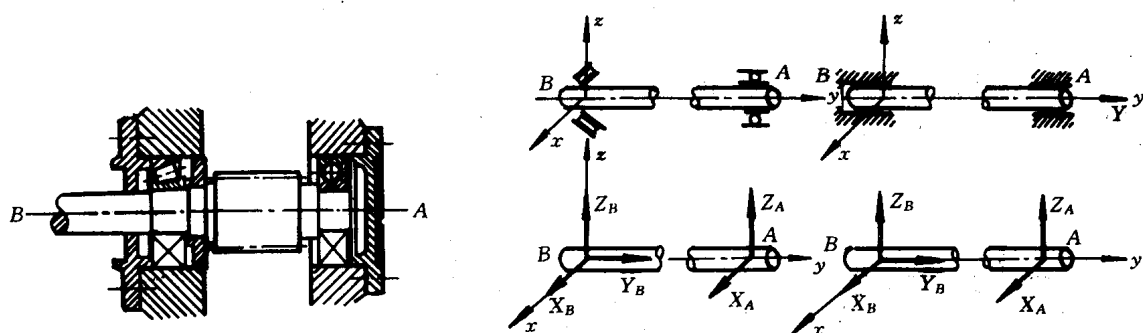


图 1-9

五、受力图与受力分析

取受力构件作为研究对象,并依据受力情况和约束的性质,画上主动力和约束反力,这个图即称为受力图。画出这个受力图的过程就是对该构件进行受力分析。

例题 1-1 图示 1-10, 杆 AC 和 CB, 定滑轮在 C 点铰接, 绳索 DE, 吊物 E 重 $\bar{W}$, 不计杆的自重及滑轮重量, 不计滑轮的摩擦。试对各构件进行受力分析。

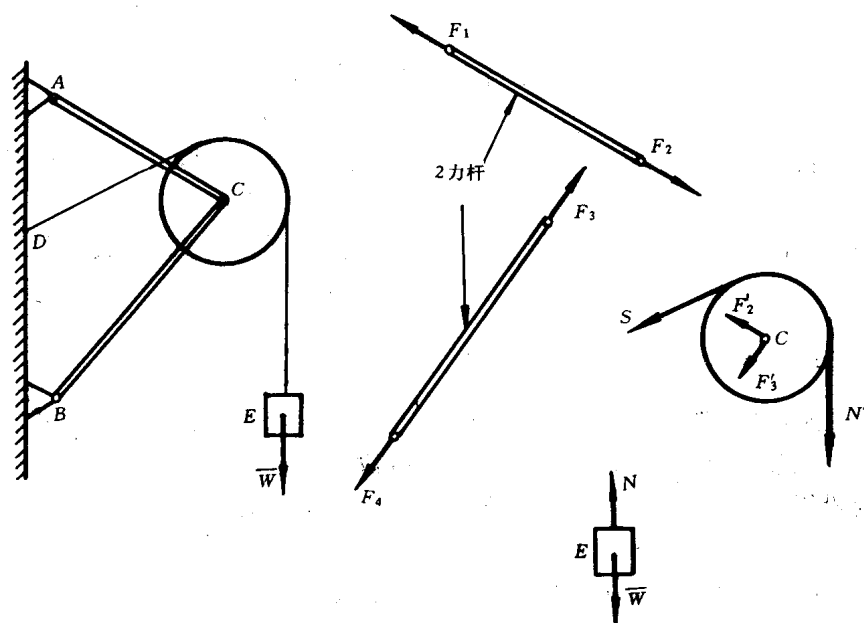


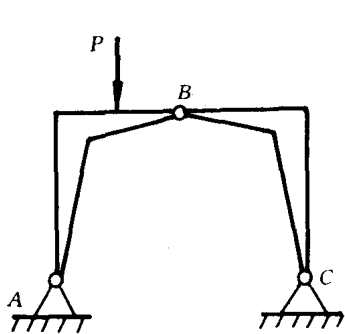
图 1-10

解: 取各构件为研究对象, AC, BC 杆皆为二力杆, 约束反力都沿杆轴方向设 F_1, F_2, F_3, F_4 , 如图 1-10 所示。取滑轮为研究对象在铰 C 处有杆对轮的作用力 F_2' 和 F_3' 与 F_2, F_3 是作用力与反作用力关系。同时还受绳索的作用力 N 和 S 作用, 方向沿着绳索的受拉方向与轮相

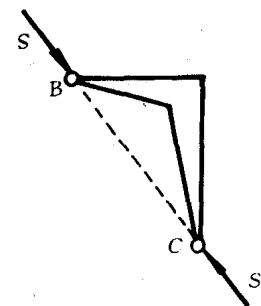
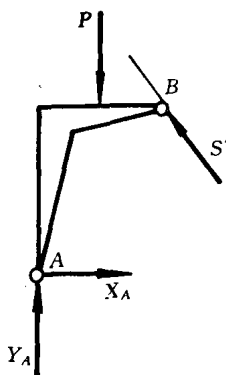
切的。重物 E 的受力, 绳索的拉力为 N , 绳对轮的作用力为 N' 。 W 为重力铅垂向下。

例题 1-2 三铰拱 ABC , 受力情况如图 1-11(a) 所示, 试对构件进行受力分析。(不计构件的自重)。

解: BC 构件为二力杆, 受力应按二铰的连线方向如图 1-11(b) 所示(二力平衡必等值共线)。所以 AB 构件受力为 Y_A, X_A 。



(a)



(b)

图 1-11(a)

图 1-11(b)

图 1-11(b) P 及 S' (S' 与 S 是作用力与反作用力关系)。如图 1-11(b) 所示。 S' , Y_A , X_A 三个未知力, 方向已知, 但不知大小。

第 2 节 平面汇交力系

作用于物体上的力主要分布在一个平面上, 或物体的受力情形有一对称面, 都可当做平面问题处理。

作用于平面上的各力的作用线, 都汇交于一点的力系称为平面汇交力系。

研究平面汇交力系的合成和平衡问题, 一般有几何法和解析法, 我们主要介绍解析法。

一、力在轴上的投影

自力矢 $\overline{AB}$ 的两端向某一轴上作垂线, 则这两个垂线在轴上所截的线段再冠以相应的正负号称为力在此轴上的投影。在图 1-12 中 ab 线段即为力 F 在 X 轴上的投影, 以 X 表示, $a'b'$ 线段即为力 F 在 Y 轴上的投影, 以 Y 表示。矢量 F 在轴上的投影不再是矢量而是代数量(标量)。如投影的指向与轴的正向一致时则为正值, 反之为负值, 设 α 和 β 表示力 F 与 x 轴和 y 轴正向间的夹角, 则由图可知

$$\left. \begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \cos \beta \end{aligned} \right\}$$

必须注意: 力的投影与力的分量是不相同的, 投影是代数

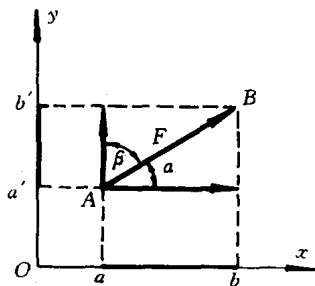


图 1-12

量,而分力是矢量。

由几何关系可知

$$F = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{X}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \cos\beta = \frac{Y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

二、合力投影定理(平面问题)

合力在任意轴上的投影,等于各分力在同一轴上投影的代数和。

已知力 F_1, F_2, F_3 , 由力的三角形法则可以求得合力为 R , 再由力的投影关系可得到:

R_x 和 R_y 是 R 在 x 和 y 轴上的投影, 而 X_1, X_2, X_3 是 F_1, F_2, F_3 在 x 轴的投影, Y_1, Y_2, Y_3 是 F_1, F_2, F_3 在 y 轴上的投影。由图 1-13 上的几何关系可得到:

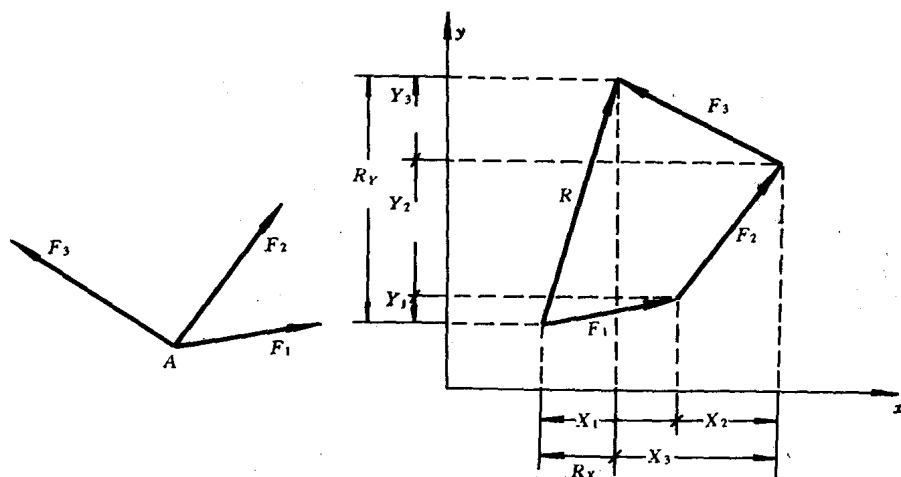


图 1-13

$$R_x = X_1 + X_2 + X_3$$

$$R_y = Y_1 + Y_2 + Y_3$$

若将上述合力投影与各分力投影的关系式推广到几个力组成的平面汇交力系中,可得到

$$\left. \begin{aligned} R_x &= X_1 + X_2 + X_3 + \cdots X_n = \sum X \\ R_y &= Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots Y_n = \sum Y \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

$$\text{而合力 } R \text{ 的大小 } R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} \quad (1-2)$$

$$\text{方向 } \operatorname{tg}\alpha = |R_y/R_x| = \left| \frac{\sum Y}{\sum X} \right| \quad (1-3)$$

式中 α 表示合力 R 与 x 轴间所夹的锐角。合力指向可由 R_x, R_y 的正负号判定。

三、平面汇交力系平衡方程及其应用

平面汇交力系的平衡条件是合力 R 为零。