

中国数学通史

宋元卷

李迪著

中国数学通史

宋元卷



江苏教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中国数学通史: 宋元卷/李迪著. —南京: 江苏教育出版社, 1999. 10

ISBN 7-5343-3692-9

I. 中… II. 李… III. ① 数学史-中国-宋代
② 教学史-中国-元代 IV. 0112

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 64255 号

中国数学通史

宋元卷

李迪著

责任编辑 王建军

出版发行: 江苏教育出版社
(南京市马家街 31 号, 邮政编码: 210009)

网 址: <http://www.edu-publisher.com>

经 销: 江苏省新华书店

照 排: 南京展望照排印刷有限公司

印 刷: 淮阴新华印刷厂

(淮阴市淮海北路 44 号, 邮政编码: 223001)

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 12 插页 8 字数 296 400

1999 年 11 月第 1 版 1999 年 11 月第 1 次印刷

印数 1—2 200 册

ISBN 7—5343—3692—9

G·3377 定价: 19.10 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误, 可向承印厂调换

苏教版图书邮购一律免收邮费。邮购电话: 025-3211774, 邮购地址: 南京市马家街 31 号, 江苏教育出版社发行科。盗版举报电话: 025-3300420、3303538。提供盗版线索者我社给予奖励。

數書九章卷第一

大衍類

魯郡 秦九韶

著卦發微

問易曰大衍之數五十其用四十有九又曰分而為二以象兩掛一以象三揲之以四以象四時三變而成爻十有八變而成卦欲知所行之術及其數各幾何

答曰衍母一十二 衍法三

一元衍數二十四 二元衍數一十二

三元衍數八 四元衍數六

己上四位衍數計五十

一揲用數一十二 二揲用數二十四

《数术大略》(《数书九章》)书影

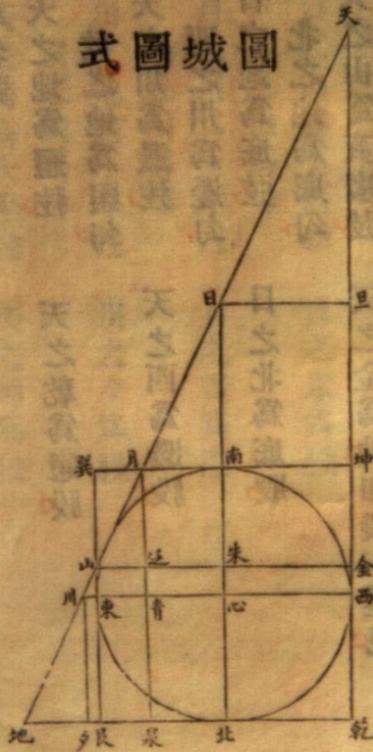
測圓海鏡細草卷第一

翰林學士知

制誥同修

國史欒城李冶撰

圓城圖式



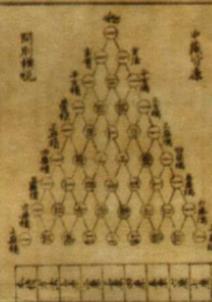
《測圓海鏡》書影

四元玉鑒卷之三

今古開方會要之圖

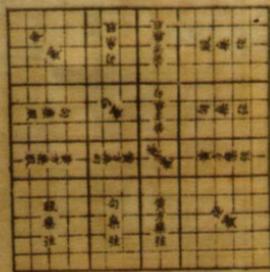
法	者	為	從	為	者	法
...

古法七乘方圖



開方通

四元自乘演段之圖



凡開四元者以明理為務必逐乘除并得進退之理乃能極其
 中之妙也據立方三股四股五股方二乘開明之律一法一自
 得此六
 共計一十六股計算一百九十六步

《四元玉鑒》書影



贾 宪(11 世纪)
于友善绘



秦九韶(约 1202 - 1261)
于友善绘



杨 辉(13 世纪)
于友善绘



李 治 (1192 - 1279)
于友善绘



朱世杰 (13、14 世纪)
于友善绘



1992年8月2日于李冶家乡河北栾城。左起：林力娜(法国)、沈康身、李迪、白尚恕、李兆华、孔国平。

1990年8月3日于英国剑桥李约瑟研究所图书馆。左起：刘广定、白尚恕、李迪。



前 言

本书开始筹划于1994年冬,从1995年起执行撰写计划,定书名为《中国数学通史》,分4卷出版,1995年到1998年每年交一卷。第一卷“上古到五代卷”于1995年12月完稿,1996年1月交出版社。在开始写第二卷“宋元卷”时,其他事情太多(特别是主办国际会议和出国参加会议),占去了许多时间。只能是写写停停,直到现在总算全部完成。

第二卷的时间跨度是由960年到1368年的408年间,与第一卷相比要短得多,连前后两汉的起止年代都不到。但是复杂程度相当大,划分章节颇费思索。最主要是为照顾年代先后顺序,同时还要使某种相近问题集中。经再三考虑,从第二章第二节起到第三章末按时间顺序讨论南宋的数学,第四章和第五章讨论金代灭亡前后到元朝统一全国时的数学,最后两章为元代数学。为什么这样考虑?主要之点是朝代更替的衔接性和数学本身南北特征的出现。第一章之后先讲南宋,是因为数学上与北宋有继承关系,特别是在出版方面和算法方面不能分割开。后讲北方,是因为由北方统一全国,由北方的蒙古和元朝变成了全国的元朝,接着讲元朝数学是顺理成章的。我认为这是一种合理的划分方法。朱世杰是融会南北两方的大数学家,并且以北方的成分为主,而秦九韶的《数术大略》他似乎未接触过,因此像“大衍总数术”和“大衍求一术”等这类问题,秦氏以后再无人探讨过。

一部贯穿四百余年的断代中国数学史著作,如果只写几位一流再加上一些二三流数学家的工作多少显得有点“孤单”、有点突然,那就最好能把这些人物的工作串起来,使他们之间有某种联

系,或呈现出过渡的“中介物”。这方面的难度远远超过章节划分的难度。为了解决这个难题,我主要采取了以下四种办法:

第一,像拾芝麻粒一样,把那些人们看不进眼的小史料拾起来,写入书的适当地方。有些小史料也能反映出某种较大的问题,如元代规定官吏要“通晓算术”即为一例,等等。

第二,特别注意数学著作以外其他著作中对数学的应用,历法著作是人们较普遍关注的重点,本书也不例外。但同时《河防通议》、《营造法式》等给予关注,表明数学在宋元时代一方面高度发展,另一方面有广泛应用。数学并不是几位数学家孤立从事的事情,而是与整个社会有千丝万缕的联系。

第三,注意不知名的小人物,把他们的事迹一点一点地挖掘出来,有些可以连成片,例如,元代通数学的人很多,说他们有多高数学水平还谈不上,可是分布的时间、地区都较广,是一种社会现象。数学大家绝不是孤立的,而是许多同类人物中之拔尖者。

第四,在讲述每一章时都介绍了当时的社会情况,特别是政权更迭,统治者对数学的态度和知识分子的有关动向等,这就在某种程度上把数学工作及其特点衬托出来,同时也就减弱了数学大家工作的孤立性。

这样做是否能达到所设想的目的,要由广大读者作出判断。实际上,在上一卷已经这样处理了,只不过在前言中没有说明。

还有,在一百多万字的《中国数学通史》中,如果不给读者提供较多的原始材料,那就会使读者产生一些误解,如解高次方程、解线性方程组、天元术和四元术等,都尽量给出原样。读者可从中看出:古人的表达方式方法与现代数学有多少差别和多大不同。也就是说,读者不能光听作者如何说,而同时也要把古人的原物拿出来一些,由读者进行分析、比较,得出自己的看法。

在书中还包括较多的主观认识。为什么叫“主观认识”?是因为确实存在很大的主观成分,其是否符合客观,尚需检验,而不是

由作者说了算。譬如，在书中一反过去的惯常做法（也包括本作者）——当讲到某项成就时总要和国外同类结果进行比较，说中国比外国早多少年等，而仅是在书的末尾“小结”中引用了 Sarton 的话，已经足够了。又如，提出南北数学发展的分岔问题，秦九韶和李冶同时，但风格完全不同，这是由于南北分裂的社会造成的。最后由朱世杰把南北数学融合在一起。在一些个别具体问题上同样提出了看法，如“圆法”与“妥法”问题、《授时历》中数学问题、元裕问题等。其中元裕问题，这个元裕到底是否元裕之（好问）？人们有不同看法，而本卷认为元裕不是元裕之，但证据也不够充分。还有其他许多问题，不能一一列举。

中国历来是一个多民族国家，有些民族和汉族一起从事数学工作，而多数则有本民族自己的数学，本卷根据已有资料也有某些反映，如契丹和辽代数学、纳西族“东巴经”中的数学、西夏的数学等都是首次出现在数学史著作中，藏族数学早在第一卷已有所涉及，至于蒙古族在元代数学史内同样不断提到，而回族数学本质上属于阿拉伯系统，13—14 世纪来中国的穆斯林，其中有相当一部分定居于中国，成为回族的组成部分，他们原有的数学也就融入中国数学之中。这种做法，也许多少看做是本卷的一个特点吧。

关于中外数学交流问题，本卷也很关注。例如，中国和阿拉伯数学的交流，中国和朝鲜、日本等国的交流等，虽然都讲到了，但是有些问题，如中国数学传入阿拉伯地区的问题没有说清楚，只好如刘徽所说“以俟能言者”了。

在写作过程中，参考并吸收了大量他人研究成果。实际上，写作过程是一个深入学习的过程，他人的成果充实了本卷的内容。至于学习得怎样，也很难说。无论如何，我对他们怀有深深的敬意和感激之情。

当我写此前言时，第一卷“上古到五代卷”的样书已由出版社寄到我的手，印刷质量属上乘，特别是插图都很清晰，可见出版

社是下了功夫的。

在本卷完稿之际,我要向给提供过资料的图书馆和帮助过的人们表示衷心谢意。

作 者

1997年6月2日

于内蒙古师范大学寓所

目 录

前 言

第一章	北宋时期的数学	1
第一节	北宋时期的历算学	1
第二节	刘益与《议古根源》	8
第三节	贾宪的贡献	24
第四节	沈括《梦溪笔谈》中的数学内容	39
第五节	北宋的数学教育与刊印数学著作	50
第六节	北宋的数学著作及辽辖区的数学	59
第二章	西夏金南宋早中期数学与秦九韶的贡献	69
第一节	数学发展的南北分岔与西夏金数学	69
第二节	南宋早中期数学	80
第三节	秦九韶及其数学研究	88
第四节	大衍总术数与大衍求一术	99
第五节	秦九韶对方程论的研究	110
第六节	《数术大略》中的其他数学成就和所载的社会经济资料	120
第三章	南宋末期的南方数学	133
第一节	杨辉及其数学著作	133
第二节	“习算纲目”及直观图形	141
第三节	简算法及垛积问题	149
第四节	《续古摘奇算法》中的纵横图	162
第五节	丁易东的纵横图	174
第四章	天元术与李冶	184
第一节	天元术的起源与发展	184

第二节	李冶及其著作	192
第三节	具有几何性质的《测圆海镜》	201
第四节	《测圆海镜》与天元术	214
第五节	《益古演段》的成就	229
第五章	蒙古和元初的官方历算学	240
第一节	中外数学交流	240
第二节	以刘秉忠为首的一个知识分子群体	250
第三节	王恂郭守敬的历法改革	257
第四节	王恂的数学成就	265
第六章	朱世杰与南北数学合流	278
第一节	朱世杰及其《算学启蒙》	278
第二节	由天元术到四元术	291
第三节	朱世杰的高次方程	303
第四节	朱世杰的等差级数与招差术	312
第五节	赵友钦的圆周率研究与沙克什对天元术的应用	322
第七章	数学思想与内容的转变	336
第一节	社会对数学的需求情况与通数学者	336
第二节	《透帘细草》与《丁巨算法》	343
第三节	《算法全能集》和《详明算法》	357
第四节	宋元算书的流传与影响	366
小 结	373
主要参考文献	376

第一章

北宋时期的数学

公元 907 年朱温灭唐，建国曰梁，相继有唐、晋、汉、周四个政权更替建立，史称“五代”。在北方，契丹族首领耶律阿保机于 916 年定年号为神册，耶律德光于 30 年后的 947 年改国号为辽。960 年赵匡胤灭周，在开封称帝，国号为宋，年号建隆。不久，女真族在东北兴起，1115 年建政权曰金，1125 年灭辽，1126 年末北方的宋亡。从 960 到 1126 年的 160 多年间，史称北宋，东北有辽。本章即讲述该时期中国数学的发展史。

第一节 北宋时期的历算学

从北宋建立到 1020 年左右，约 60 年间似乎找不到专门数学著作，但宋以前的著作，如唐代审定的“十部算经”和其他某些数学书尚有流传。因此，这段时期的数学总水平如何，很难下结论。以常理推之，不会太高。但从当时制订历法的情况看，可略知数学水平的一斑。

宋代改历最勤，北宋有 9 历，它们是《应天历》、《乾元历》、《仪天历》、《崇天历》、《明天历》、《奉元历》、《观天历》、《占天历》和《纪元历》。北宋开始的四年继续使用五代末期王朴(905—959)所编的《钦天历》。

北宋的历法和以前的历法一样，都用到了大量的数学知识，其中最常用的算法主要有两种，其一是“先相减后相乘”法，其二是插值法，另有一种突然提到的“调日法”法。下面分别加以讨论。

在本书“上古到五代卷”中已经论述了“先相减后相乘”法起于唐代曹士芾的《符天历》，他在求太阳中心差时用到了相当于下面的公式：

$$y = \frac{1}{3300}x(182 - x)^{\textcircled{1}}。$$

后来的边冈在《崇玄历》中多次使用，五代的《钦天历》也多次使用类似公式。虽然在北宋初制订的《应天历》和《乾元历》中未使用这类公式，但是后来的一些历法却不断使用，而且有所推进。这些历法主要有《仪天历》、《崇天历》、《明天历》、《观天历》和《纪元历》五种，占北宋历法的一半以上。使用的次数相当多，有的历法多次使用，有的在同一公式中套用，总数超过 20 次。其中以《崇天历》、《明天历》和《纪元历》使用次数最多。

《崇天历》为宋行古所作，于 1024 年颁行。该历在计算黄赤道差时，用到了下面的公式：

$$l - a = \frac{a}{1200}(125 - a)^{\textcircled{2}}。$$

在求“月行与黄道差数”（即黄白道差）时，历中用类似公式计算。

40 年后，周琮在所订《明天历》中，不仅大量使用了简单的“先相减后相乘”算法，而且有所推进。例如，在求每日午中晷长的计算中使用了五次函数式，其起算点是以冬至后初限、夏至后末限进行。公式如下：

① [日] 中山茂：符天历の天文学史的位置，《科学史研究》No. 71 (1964)，第 120—122 页。

② 严敦杰：中国古代的黄赤道算法，《科学史集刊》第 1 期，1958，第 47—58 页。