DUIKOU SHENGXUE

JINGJIANG JINGLIAN

对口升学精讲精练

数学

SHUXUE

■ 顾　问 吴国华
■ 总主编 黄志文
■ 本书主编 黄志文

28760
16483

湖南科学技术出版社

DUIKOU SHENGXUE

JINGJIANG JINGLIAN

对口升学精讲精练

数学

■ 顾　　问　吴国华
■ 总 主 编　黄志文
■ 本书主编　黄志文

湖南科学技术出版社

图书在版编目（CIP）数据

对口升学精讲精练·数学／黄志文主编．—长沙：湖南科学技术出版社，2007.9
ISBN 978－7－5357－5058－7

Ⅰ.对… Ⅱ.黄… Ⅲ.数学课－专业学校－升学参考资料－Ⅳ.G718.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 140598 号

对口升学精讲精练

数　学

顾　　问：吴国华
总 主 编：黄志文
本书主编：黄志文
策　　划：黄一九
责任编辑：青　平　周　辉
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市湘雅路 276 号
http://www.hnstp.com
邮购联系：本社直销科　0731－4375808
印　　刷：长沙瑞和印务有限公司
（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：长沙市井湾路 4 号
邮　　编：410004
出版日期：2007 年 9 月第 1 版第 1 次
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：22.75
字　　数：565000
书　　号：ISBN 978－7－5357－5058－7
定　　价：32.00 元

前　　言

能在对口升学考试中立于不败之地，发挥水平，取得佳绩，是广大职高师生梦寐以求的目标．实践告诉我们，要取得对口升学考试的胜利，少不了体系完整、考点知识全方位渗透，符合职高学生特点且能指点迷津的精品教辅资料．

为了帮助参加对口升学考试的学生科学、高效地进行复习，全面夯实基础、提升解题能力，切实提高复习效率，我们特邀请多年奋战在一线的高三骨干教师和教研人员依据教学大纲和考纲，结合自己多年积累的教学经验，精心编写了这本《对口升学精讲精练·数学》，供高三毕业班师生第一轮复习使用．

本书内容与湖南省中等职业学校《数学》教材同步编写，具有较强的权威性、指导性、预测性和实践性．全书共分十三章，每章均在简要概述了全章“知识网络”和“考试要求”之后，按教材内容分若干节，每节基本上均由以下五个部分构成：

【基础自测】根据“最近发展区”的心理学理论和每节的知识点精心编拟几道基础性习题，让学生在较短的解题时间里回顾相关知识点，为系统归纳本节核心知识作好感性铺垫．

【核心知识】通过对基础自测题的解题总结，师生共同概括本节所包含的考点知识，使学生对考点知识的复习变得自然、轻松而高效，进而形成知识体系，为系统掌握解题方法作好知识储备．

【题型解析】全面解析本节在对口升学考试中的重点题型，通过例题精讲，采用“点拨、尝试、示范、点评”的教学模式，启迪思维，打开解题思路，培养学生科学的思维方法和推理能力以及运用所学知识解决问题的能力，进而掌握重点、突破难点．

【规律方法】通过解题后的反思，总结题型特征和解题规律，归纳常见的解题思维误区，引领学生从理性上掌握数学解题的规律和方法.

【走向考场】精心编选覆盖本节考点和符合或略高于对口升学考试要求的试题，注重试题的典型性、针对性和原创性，充分体现对口升学考试的命题思想和原则，让学生在精练中学，在精练中悟，在精练中举一反三，触类旁通，积累解题经验，培养解题能力，提高解题水平，引导学生轻松进入智取对口升学考试玄机的“自由王国”.

本书内容充实，实用性强，参考价值高，在如今教辅市场鱼龙混杂的环境下凸显了自己的优势.它可以帮助学生系统复习考纲所规定的考点，合理计划、高效支配复习时间，更能帮助学生答疑解难、复习定位，取得事半功倍的效果.同时本书也是数学教师难得的一本参考书.

考虑到不同专业的学生继续深造的需要，我们对个别章节的范围与难度进行了适度的拓展与加深.本书在编写过程中，得到了广大同仁和编者所在单位的大力支持，在此一并致射.

虽然我们在编写本书时本着认真负责的态度，反复论证，仔细推敲，精心修改，数易其稿，但是由于水平的局限，书中可能还有不尽如人意之处，恳请广大师生批评指正.来信请发电子邮件至 dksxjjjl@163.com.

主　　编

2007 年 7 月

目　　录

第一章　集合与逻辑用语

知识网络

- 集合与逻辑用语
  - 集合
    - 基本概念
      - 集合的元素
      - 集合的分类
      - 集合的表示
      - 常用的数集
    - 关系
      - 含同类元素集合间的关系——子集，等集，真子集
      - 集合与集合的运算关系——并集，交集，补集
      - 元素与集合的关系——属于，不属于
  - 解不等式
    - 一元二次不等式的解法
    - 含绝对值不等式的解法
    - 分式不等式和高次不等式的解法
  - 逻辑用语
    - 命题
      - 简单命题
      - 复合命题
      - 真值表
      - 四种命题及相互关系
    - 充要条件

考试要求

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集、空集、全集的概念，了解属于、包含、相等关系的意义，并能正确使用相关术语和符号；
2. 了解命题的概念和构成，了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义，理解充要条件；
3. 会解一元一次不等式组、一元二次不等式；
4. 会解简单的含有绝对值的不等式和分式不等式.

§1.1　集合的概念与运算

基础自测

1. 已知集合 $A=\{a,b,c\}$ 中三个元素为 $\triangle ABC$ 的三边长，则 $\triangle ABC$ 一定不是　　（　　）
   A. 锐角三角形　　B. 直角三角形　　C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形
2. 已知集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{x\mid x=2a,a\in M\}$，则 $M\cap N=$________.
3. 满足关系 $\{1,2\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$ 的集合 M 的个数是________.
4. 设集合 $M=\{x\mid x^2>9\}$，$N=\{x\mid x<4\}$，则 $M\cup N=$________________，$M\cap N=$________________.
5. 集合 $A=\{0,1,2\}$ 的子集的个数是________.

核心知识

一、集合的有关概念

1. 集合是一个不加定义的原始概念.其元素常见的有数、点、式,还可以是其他对象.
2. 集合中元素的三大特性:确定性,互异性,无序性.
3. 元素与集合的关系:属于,不属于.
4. 集合的分类:有限集,无限集,空集.
5. 集合的表示:列举法,描述法,图示法(韦恩图法).
6. 常用的数集:**N**(自然数集) **Z**(整数集) $\mathbf{Z}^+$ 或 $\mathbf{N}^+$(正整数集) **Q**(有理数集) **R**(实数集) **C**(复数集)

二、集合与集合的关系

1. 子集:一般地,对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 中的元素都是集合 B 中的元素,则称集合 A 是集合 B 的子集.记作:$A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$).
2. 真子集:对于两个集合 A 与 B,如果 $A\subseteq B$ 并且 $A\neq B$,则称集合 A 是集合 B 的真子集.记作:$A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).
3. 集合相等:如果 $A\subseteq B$ 并且 $B\supseteq A$,则称集合 A 与集合 B 相等.记作:$A=B$.
4. 几个重要结论

(1)如果 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,那么 $A\subseteq C$. (2)如果 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,那么 $A\subsetneqq C$.

(3)$A\subseteq A$ $\varnothing\subseteq A$ $A\cap B\subseteq A$ $A\cap B\subseteq B$ $A\cup B\supseteq A$ $A\cup B\supseteq B$

(4)空集是任何一个集合的子集,空集是任何非空集合的真子集,任何一个集合是它本身的子集.

(5)如果一个集合有 n 个元素,则它的子集个数是 2^n,真子集的个数是 2^n-1,非空真子集的个数是 2^n-2.

三、集合的运算

1. 交集:$A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$ 2. 并集:$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$
3. 补集:$\complement_U A=\{x|x\in U$ 且 $x\notin A\}$,其中 $A\subseteq U$

四、集合运算的性质

1. 交集的性质:$A\cap A=A$ $A\cap B=B\cap A$ $A\cap\varnothing=\varnothing$
2. 并集的性质:$A\cup\complement_U A=U$ $A\cup B=B\cup A$ $A\cup\varnothing=A$
3. 补集的性质:$A\cup\complement_U A=U$ $A\cap\complement_U A=\varnothing$ $\complement_U(\complement_U A)=A$
4. 两个常用结论(对偶律)

(1) $\complement_U A\cap\complement_U B=\complement_U(A\cup B)$ (2) $\complement_U A\cup\complement_U B=\complement_U(A\cap B)$

5. 结合律:$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$ $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$
6. 分配律:$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

题型解析

题型一 集合的基本概念

本题型主要考查集合的基本概念,解题时要紧扣定义和有关性质,并充分运用集合语言和其它数学语言的相互转换.

例 1 已知集合 $M=\{a+2,(a+1)^2,a^2+3a+1\}$,若 $1\in M$,求实数 a 的值.

点拨　集合 M 中的三个元素都含有待定字母 a，所以这三个元素都有等于 1 的可能.

解答　(1)若 $a+2=1$，则 $a=-1$，此时，$M=\{1,0,-1\}$，所以 $a=-1$ 符合题意.

(2)若 $(a+1)^2=1$，则 $a=0$ 或 $a=-2$.

当 $a=0$ 时，$M=\{0,1,1\}$，与集合中元素的互异性矛盾，所以 $a=0$ 不合题意.

当 $a=-2$ 时，$M=\{0,1,-1\}$，所以 $a=-2$ 符合题意.

(3)若 $a^2+3a+1=1$，则 $a=0$ 或 $a=-3$，经检验 $a=-3$ 符合题意.

综上所述 $a=-1$ 或 $a=-2$ 或 $a=-3$.

点评　本题考查了分类讨论的思想方法和集合中元素的互异性. 由于集合中的元素具有确定性、无序性和互异性，所以在解集合题时，要检验集合中的元素是否满足互异性.

题型二　集合的并集、交集和补集运算

本题型主要考查集合的并集、交集和补集运算，在解题过程中要多借助数轴和韦恩图帮助分析和理解.

例 2　已知集合 $A=\{x|x^2-ax-2=0\}$，$B=\{x|x^2+bx+c=0\}$，$A\cap B=\{-2\}$，$A\cup B=\{-2,1,5\}$，求实数 a、b、c 的值.

点拨　因为 $A\cap B=\{-2\}$，所以 -2 既是 A 中的元素又是 B 中的元素.

解答　因为 $A\cap B=\{-2\}$，所以 $-2\in A$ 且 $-2\in B$，于是 $4+2a-2=0$，解之得 $a=-1$，则 $A=\{1,-2\}$. 又因为 $A\cup B=\{-2,1,5\}$，所以 -2 和 5 都是 B 中的元素，即关于 x 的方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根为 -2 和 5.

由韦达定理有 $\begin{cases}-2+5=-b\\ -2\times 5=c\end{cases}$，所以 $a=-1$，$b=-3$，$c=-10$.

点评　对于含参数的集合问题，可将其转化为方程的问题，利用韦达定理或判别式来解决. 充分理解并集和交集的含义是解答本题的关键，也须注意："且"与交集对应，"或"与并集对应.

题型三　子集和真子集

本题型主要考查集合与集合的关系，常用的方法有特征分析法、元素分析法、韦恩图法和等价转化法等.

例 3　设集合 $M=\{x|x^2+4x=0\}$，$N=\{x|x^2+2(k+1)x+k^2-1=0\}$，若 $M\cap N=N$，求 k 的值.

点拨　$M\cap N=N\Leftrightarrow N\subseteq M$

解答　由题可知 $M=\{0,-4\}$，因为 $M\cap N=N$，所以 $N\subseteq M$.

(1)若 $0\in N$. 则 $k^2-1=0$，解之得 $k=\pm 1$.

当 $k=1$ 时，$M=N$. 当 $k=-1$ 时，$N=\{0\}$.

(2)若 $-4\in N$，则 $k^2-8k+7=0$，解之得 $k=1$ 或 $k=7$.

当 $k=7$ 时，$N=\{-4,-12\}$，$N\not\subseteq M$.

(3)若 $N=\varnothing$，则 $\Delta=4(k+1)^2-4(k^2-1)<0$，解之得 $k<-1$.

综上所述，$k=1$ 或 $k\leqslant -1$.

点评　$M\cap N=N\Leftrightarrow N\subseteq M$，$M\cup N=N\Leftrightarrow M\subseteq N$，当 $N\subseteq M$ 时，不要遗漏 $N=\varnothing$ 这种特殊情况. 事实上，空集是任何集合的子集. 优先化简集合是解答集合问题的常用策略，

而化简集合一般归结为解方程或不等式.

题型四 集合中的应用题

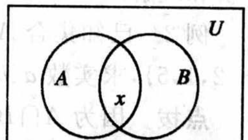
本题型主要运用集合的思想处理相关实际问题，解决的基本方法是借助韦恩图分析数量关系，进而布列方程求解.

例 4 某班有 56 名学生，其中参加数学兴趣小组的有 38 人，参加摄影兴趣小组的比参加数学兴趣小组的人数少 6 人，已知这两个兴趣小组都没有参加的人数比同时参加这两个兴趣小组的人数的$\frac{1}{6}$还多 1 人，同时参加这两个兴趣小组的有多少人？

点拨 将全班学生、参加数学兴趣小组的学生以及参加摄影兴趣小组的学生视为 U、A、B 三个集合，并用韦恩图表示出来.

解答 设 56 名学生组成的集合为全集 U，参加数学兴趣小组的学生组成集合 A，参加摄影兴趣小组的学生组成集合 B，这两个小组同时参加的人数为 x，则由右下图可得

$$(38-x)+(32-x)+x+(\frac{1}{6}x+1)=56$$



解之得，$x=18$(人)

答：同时参加这两个兴趣小组的有 18 人.

点评 把各种人群视作集合，已知全集中元素个数，求某个子集的元素个数，常利用韦恩图分析后布列方程求解.

规律方法

1. 在集合运算中，除了弄清集合的类型是点集、数集或其他集合外，对于集合的边界点、临界点这些易误点，都要特别留心，可多借助数轴和韦恩图等直观工具.
2. 解答含参数的集合问题，一般须对结果进行检验，以免产生增解，检验的依据就是集合元素的互异性.

走向考场 时量 45 分钟

一、选择题

1. 设全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$，$M=\{a,c,d\}$，$N=\{b,d,e\}$，则 $\complement_U M\cap\complement_U N$ ( )

   A. $\varnothing$ B. $\{d\}$ C. $\{a,c\}$ D. $\{b,e\}$

2. 设集合 $M=\{x|x\geqslant 3\}$，$N=\{x|x^2-2x-3=0\}$，则 $M\cup N=$ ( )

   A. M B. N C. $\varnothing$ D. $M\cup\{-1\}$

3. 50 名学生参加跳远和跳高两项达标测试，跳远和跳高两项达标的分别是 40 人和 31 人，两项都不达标的人数是 4 人，那么两项测试都达标的人数是 ( )

   A. 35 B. 25 C. 28 D. 15

4. 已知集合 $M=\{y|y=2^{-x}\}$，$P=\{y|y=\sqrt{x-1}\}$，则集合 $M\cap P=$ ( )

   A. $\{y|y>1\}$ B. $\{y|y\geqslant 1\}$ C. $\{y|y>0\}$ D. $\{y|y\geqslant 0\}$

5. 集合 $A=\{0,2,3\}$，$B=\{x|x=ab,a\in A$ 且 $b\in A\}$，则集合 B 的子集的个数是 ( )

   A. 16 B. 14 C. 12 D. 10

6. 已知集合 $A=\{1,2,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，且 $A\cup B=\{1,2,x\}$，则 x 的取值的个数是 ( )

   A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

7. 若集合 $A=\{(x,y)|y=3^{-x}\}$，$B=\{y|y=\sqrt{x-2}\}$，则 $A\cap B=$____________.

8. 设含有 10 个元素的集合 A 的全部子集数为 S，由 A 中 3 个元素组成的子集数为 T，则 $T:S$ 的比值为____________.

9. 已知集合 $M=\{(x,y)|x+y=2\}$，$N=\{(x,y)|x-y=4\}$，则 $M\cap N$ ____________.

10. 已知集合 $M=\{a,b,c\}$，$N=\{x|x\in M\}$，则集合 N 的个数最多是____________.

三、解答题

11. 设全集 $U=R$，$A=\{x|2<x\leqslant 5\}$，$B=\{x|x\geqslant 3\}$，求：

(1)$A\cap B$　　(2)$A\cup B$　　(3)$\complement_U A$　　(4)$\complement_U B$　　(5)$A\cap\complement_U B$

12. 集合 $A=\{-4,2a-1,a^2\}$，$B=\{a-5,1-a,9\}$，已知 $A\cap B=\{9\}$，求 a 的值.

13. 设 $A=\{x|2x^2-px+q=0\}$，$B=\{x|6x^2+(p+2)x+5+q=0\}$，若 $A\cap B=\{\frac{1}{2}\}$，求$A\cup B$.

§1.2　含绝对值不等式的解法

基础自测

1. 下列命题正确的是　　(　　)

A. $ac<bc\Rightarrow a<b$　　B. $ac^2<bc^2\Rightarrow a<b$

C. $a<b\Rightarrow a^2<b^2$　　D. $a>b,c>d\Rightarrow ac>bd$

2. 不等式$|1-\frac{1}{2}x|<1$ 的解集是____________.

3. 不等式$|5x-2|\leqslant 0$ 的解集是____________.

4. 设$-1<x<3$，化简$|2x-8|-|8x+9|=$____________.

5. 不等式$|\frac{1}{x}|\geqslant 5$ 的解集是____________.

核心知识

一、不等式的性质

1. $a-b>0\Leftrightarrow a>b$；$a-b=0\Leftrightarrow a=b$；$a-b<0\Leftrightarrow a<b$　（实数运算的符号法则）

2. $a>b\Leftrightarrow b<a$　（反身性）

3. $a>b,b>c\Rightarrow a>c$ （传递性）

4. $a>b\Leftrightarrow a+c>b+c$ （平移性）

5. $a>b,c>0\Rightarrow ac>bc$　$a>b,c<0\Rightarrow ac<bc$ （伸缩性）

6. $a>b\geqslant 0\Rightarrow a^n>b^n$，$n\in \mathbf{N}^+$ 且 $n\geqslant 2$ （乘方性）

7. $a>b\geqslant 0\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$，$n\in \mathbf{N}^+$ 且 $n\geqslant 2$ （开方性）

8. $a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$ （叠加性）

9. $a>b\geqslant 0,c>d\geqslant 0\Rightarrow ac>bd$ （叠乘性）

二、含绝对值不等式的解法

1. $|x|<a,|x|>a(a>0)$ 型不等式

$|x|<a(a>0)$ 的解集是 $\{x|-a<x<a\}$. $|x|>a(a>0)$ 的解集是 $\{x|x<-a$ 或 $x>a\}$.

2. $|ax+b|<c,|ax+b|>c(c>0)$ 型不等式.

将 $ax+b$ 视为一个整体，即可化为 $|x|<a,|x|>a(a>0)$ 型不等式

3. 解含绝对值不等式的关键在于去掉绝对值符号，而去掉绝对值符号的常用方法有：

(1)根据绝对值的定义：$|a|=\begin{cases}a & a\geqslant 0\\ -a & a<0.\end{cases}$

(2)零点分段讨论法：通常用于解含有两个或两个以上的绝对值符号的不等式.

(3)利用不等式的性质：$|f(x)|<a(a>0)\Leftrightarrow -a<f(x)<a$　$|f(x)|>a(a>0)\Leftrightarrow f(x)>a$ 或 $f(x)<-a$.

(4)两边平方法：$|f(x)|<|g(x)|\Leftrightarrow f^2(x)<g^2(x)$. $|f(x)|>|g(x)|\Leftrightarrow f^2(x)>g^2(x)$.

(5)利用绝对值的几何意义：例如 $|x+2|$ 表示数轴上的点 x 与 -2 之间的距离. $|x-2|+|x+3|$ 表示数轴上的点 x 与 -2 和 3 这两点间的距离的和. $|x-a|<b(b>0)$ 的解集表示数轴上到点 a 的距离小于 b 的点的集合.

题型解析

题型一　含一个绝对值的不等式

本题型主要利用绝对值的定义或几何意义来解决，常用解法有定义法、换元法、两边平方法和等价转化法等.

例 1　解不等式(1) $3<|1-2x|\leqslant 9$　　(2) $x^2-4|x|-12\geqslant 0$

点拨　利用绝对值的定义去绝对值符号.

解答　(1)解法一　（定义法）

原不等式可化为 $\begin{cases}1-2x\geqslant 0\\ 3<1-2x\leqslant 9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1-2x<0\\ 3<2x-1\leqslant 9\end{cases}$

解之得 $\begin{cases}x\leqslant \dfrac{1}{2}\\ -4\leqslant x<-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>\dfrac{1}{2}\\ 2<x\leqslant 5\end{cases}$

所以原不等式的解集为 $\{x|-4\leqslant x<-1$ 或 $2<x\leqslant 5\}$.

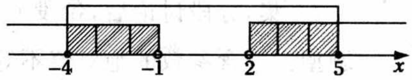
解法二　（等价转化法）　原不等式等价于不等式组

$\begin{cases}|2x-1|>3 & (1)\\ |2x-1|\leqslant 9 & (2)\end{cases}$

由(1)得 $2x-1>3$ 或 $2x-1<-3$，解之得 $x>2$ 或 $x<-1$.

由(2)得 $-9\leqslant 2x-1\leqslant 9$，解之得 $-4\leqslant x\leqslant 5$.

如图所示，原不等式的解集为 $\{x|-4\leqslant x<-1$ 或 $2<x\leqslant 5\}$.



解法三　(换元法)　设 $y=1-2x$，

则由 $3<|y|\leqslant 9$ 得，$-9\leqslant y<-3$ 或

$3<y\leqslant 9$，即 $-9\leqslant 1-2x<-3$ 或

$3<1-2x\leqslant 9$，解之得 $-4\leqslant x<-1$ 或 $2<x\leqslant 5$.

所以原不等式的解集为 $\{x|-4\leqslant x<-1$ 或 $2<x\leqslant 5\}$.

点评　利用绝对值的定义 $|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$ 及基本绝对值不等式 $|x|<a(a>0)\Leftrightarrow -a<x<a$，$|x|>a(a>0)\Leftrightarrow x>a$ 或 $x<-a$ 是解决本题的关键. 解法三将 $1-2x$ 视为一个整体，其实质是换元. 但在解题过程中，为加快速度，一般策略是换元而不设元. 解法二将原不等式转化为不等式组，在取解集时特别要注意边界值的取舍.

(2)解法一(绝对值的性质)

因为 $x^2=|x|^2$，所以原不等式可化为 $(|x|-6)(|x|+2)\geqslant 0$，从而 $|x|\geqslant 6$ 或 $|x|\leqslant -2$(舍去)，所以原不等式的解集为 $\{x|x\geqslant 6$ 或 $x\leqslant -6\}$.

解法二　(定义法)　原不等式可化为

$\begin{cases}x\geqslant 0\\ x^2-4x-12\geqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0\\ x^2+4x-12\geqslant 0\end{cases}$，解之得 $x\geqslant 6$ 或 $x\leqslant -6$，

所以原不等式的解集为 $\{x|x\geqslant 6$ 或 $x\leqslant -6\}$

点评　利用绝对值的定义和性质把绝对值不等式转化为不含绝对值的不等式，是解绝对值不等式的基本思路，解法一巧妙地利用了 $x^2=|x|^2$ 这一性质.

例 2　解不等式 $|x^2-5|>4x$

点拨　对 x^2-5 的符号进行讨论，可去掉绝对值符号，另外若 $x\geqslant 0$ 时，两边平方也可去掉绝对值符号，而 $x<0$ 必定满足不等式.

解答　(两边平方法)　当 $x\geqslant 0$ 时，原不等式可化为 $(x^2-5)^2>16x^2$，即 $x^4-26x^2+25>0$，则 $x^2>25$ 或 $x^2<1$，从而 $x>5$ 或 $x<-5$ 或 $-1<x<1$. 当 $x<0$ 时，原不等式显然成立. 所以原不等式的解集为 $\{x|x>5$ 或 $x<1\}$

点评　平方法实际上是将绝对值不等式两边平方去掉绝对值符号，避免讨论的一种方法. 本题也可用定义法和等价转化法求解，读者不妨一试.

题型二　含两个或两个以上的绝对值的不等式

本题型的解题思路仍然是根据不等式的特点去掉绝对值符号，常可选用零点分段讨论或两边平方等方法.

例 3　解不等式 $|x-5|+|x+3|\leqslant 14$

点拨　两个零点 -3 和 5 将 $(-\infty,+\infty)$ 分成了 $(-\infty,-3)$，$[-3,5]$ 和 $(5,+\infty)$ 三个区间，在这三个区间内分别去掉绝对值符号.

解答　当 $x>5$ 时，$x-5+x+3\leqslant 14$，则 $x\leqslant 8$，所以 $5<x\leqslant 8$；

当 $-3\leqslant x\leqslant 5$ 时，$5-x+x+3\leqslant 14$，则 $x\in\mathbf{R}$，所以 $-3\leqslant x\leqslant 5$；

当 $x<-3$ 时，$5-x-x-3\leqslant 14$，则 $x\geqslant -6$，所以 $-6\leqslant x<-3$；

综上所述，原不等式的解集为 $\{x|-6\leqslant x\leqslant 8\}$.

点评 本题使用的是零点分段讨论法，每段的最终结果是各段和相应不等式的解集的交集，分段讨论后，各段上最终结果的并集才是原不等式的解集.

题型三 含参数的绝对值不等式

本题型主要考查绝对值不等式求解方法的深刻理解和逆向运用.

例 4 解关于 x 的不等式 $|kx+a|<b(k,a,b\in\mathbf{R},k\neq 0)$

点拨 b 和 x 的系数 k 的符号不能确定，因而必须对 b 和 k 的取值情况进行讨论.

解答 当 $b\leqslant 0$ 时，解集为 $\varnothing$；当 $b>0$ 时，$-b<kx+a<b$，则 $-b-a<kx<b-a$；

因为 $k\neq 0$，所以当 $k>0$ 时，解集为 $\{x|-\dfrac{b+a}{k}<x<\dfrac{b-a}{k}\}$；

当 $k<0$ 时，解集为 $\{x|\dfrac{b-a}{k}<x<-\dfrac{b+a}{k}\}$.

点评 本题中参数 k 的不同取值情况下对应的解集是相互独立的，不能合并.

规律方法

1. 解不等式 $|f(x)|>a$ 要讨论.

(1) $a>0$ 时：$f(x)>a$ 或 $f(x)<-a$ (2) $a<0$ 时：$f(x)\in\mathbf{R}$ (3) $a=0$ 时：$f(x)\neq 0$

2. 解不等式 $|f(x)|<a$ 要讨论. (1) $a>0$ 时，$-a<f(x)<a$；(2) $a\leqslant 0$ 时，$f(x)\in\varnothing$.

走向考场

时量 45 分钟

一、选择题

1. 若 a,b 是任意实数，且 $a>b$，则 ( )

A. $a^2>b^2$ B. $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$ C. $\lg(a-b)>0$ D. $\frac{b}{a}<1$

2. 若 $a<b<0$，则下列关系中不能成立的是 ( )

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$ C. $|a|>|b|$ D. $a^2>b^2$

3. 设实数 a,b 满足 $0<a<b$，且 $a+b=1$，则下列四个数中最大的是 ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. a^2+b^2 C. $2ab$ D. a

4. 若不等式 $|ax+2|<6$ 的解集是 $(-1,2)$，则实数 a 等于 ( )

A. 8 B. 2 C. -4 D. -8

5. 使不等式 $|\log_a\frac{1}{2}|\geqslant 1$ 成立的实数 a 的取值范围是 ( )

A. $[\frac{1}{2},2]$ B. $[\frac{1}{2},1)$ C. $(1,2]$ D. $[\frac{1}{2},1)\cup(1,2]$

6. 不等式 $|x+1|(2x-1)\geqslant 0$ 的解集是 ( )

A. $\{x|x\geqslant\frac{1}{2}\}$ B. $\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant\frac{1}{2}\}$

C. $\{x|x=-1$ 或 $x\geqslant\frac{1}{2}\}$ D. $\{x|-1\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}\}$