主　编　北京大学数学科学学院　田勇
编　写　双博士考研数学命题研究组
总策划　胡东华

硕士研究生入学考试历年考点汇编及应试精华

经济数学三

机械工业出版社
China machine Press

硕士研究生入学考试历年
考点汇编及应试精华

[经济数学三]

主　编　北京大学数学科学学院　田　勇
编　写　双博士考研数学命题研究组
总策划　胡东华

机械工业出版社

声明：本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标（见右图）；该图标已由国家商标局注册登记。未经本策划人同意，禁止其他单位或个人使用。

图书在版编目（CIP）数据

硕士研究生入学考试历年考点汇编及应试精华．经济数学．3/田勇主编．—北京：机械工业出版社，2003.5

ISBN 7-111-12081-7

Ⅰ．硕…　Ⅱ．田…　Ⅲ．经济数学—研究生—入学考试—自学参考资料　Ⅳ．G643

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第032140号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮编：100037）

责任编辑：朱　华　　责任校对：郝峥嵘

封面设计：胡东华　　责任印制：何全君

北京市高岭印刷厂印刷　　机械工业出版社出版发行

2003年7月第1版　第1次印刷

787mm×1092mm　1/16　印张16.25　字数390千字

定价：22.00元

前　　言

本书属于双博士品牌考研丛书中的数学系列,共包括微积分、线性代数及概率论与数理统计。该书涵盖了1991~2003年的数学真题,每章体系明晰,内容精练。其鲜明特点有:

考点详解及分析:该部分根据最新的考研大纲,对每章的考点进行分析及提炼,方便考生能把握复习重点,安排复习详略。

历年真题评析:这一部分汇总了与每个考点相关的历年真题,以便考生更准确地理解考点,把握出题规律,理清复习思路。

解题技巧总结:该部分总结了与每个考点相关的常用解题技巧,方法简单有效,易于掌握。

本书作者在2003年11、12月份进行考研网上免费押题讲座,届时敬请垂询:http://www.bbdd.cc。此义举将为考生最后的拼搏指点迷津。该讲座已成功举办两年,受益群体多达二十万之众。

凡购买双博士品牌考研丛书累计60元者,在临考前一个月可获赠英语及政治密押(内部资料)试卷各一套!(详见书中夹页)

本书采用双色排版,用60克特制的防盗版白色胶版纸印刷,且每印张的价格不上涨,其直接目的是以广大考生利益为中心,并遏制盗版。

双博士全体同仁非常感谢考生对双博士品牌的厚爱,并衷心希望广大考生对双博士图书质量的改进提出具体意见,可以发电子邮件进行交流(shuangboshi@sina.com),来函必复。针对考生意见采用情况,适当给予双博士图书奖励。

2003年7月于北京

“双博士”网站留言选登

自从2002年11月~12月双博士网站举办考研及四、六级讲座以来，每天都有大量读者留言，交流考试心得和对双博士丛书的观感。现将部分留言选登如下：

作者：考研人　**来自：**湖北　2003－2－16,23:31:04

留言内容：今天上网把你们的考研网上押题讲座和你们上传的真题对比来看，押中的题还真不少来！希望双博士在2004年考研政治理论方面继续给广大考生押题!!

作者：奋斗　**来自：**福建　2003－2－16,23:40:00

留言内容：是的，我认为政治理论做的最好的部分是形势与政策部分，其中有关16大的考题共8分全部押中了；毛概部分押中了中国共产党的最低纲领和最高纲领部分；当代部分即最后的两个选作题，都能从押题的相关部分找到答案，这对我特别有用，因为我是一名理科生，对当代部分的内容不熟悉。谢谢双博士!!!

作者：mmer　**来自：**四川　2003－2－9,17:16:50

留言内容：双博士教辅真的很不错，我和身边的同学用了都说好！谢谢胡东华老师和编书老师，谢谢你们!

作者：格格　**来自：**北京　2003－2－18,9:03:44

留言内容：谢谢上帝我的四级终于过了，谢谢小虫和双博士。

作者：红蜻蜓　**来自：**湖北　2003－2－1,18:40:21

留言内容：今天看了大家的留言和回复获益匪浅。这个网站办得挺好。

作者：杨康　**来自：**安徽　2002－11－28 ,18:32:47

留言内容：双博士教育网的同志们，你们出版的书很好。尤其是英语辅导书。你们能给我指导如何做好考研的准备吗？谢谢你们的关心 。

作者：MATTHEW　**来自：**四川　2002－12－2, 12:01:37

留言内容：双博士考研单词记忆法非常棒，这次政治押题讲座上传的内容很不错 。还有我想问一下胡老师是否是个基督徒!?

作者：谢军华　**来自：**湖北　2002－12－6 ,19:06:05

留言内容：谢谢主编为我们提供这么方便的讲座!! 在这讲究金钱的世界，你们能全心为我们着想！太难得了 。

作者：杨杨　**来自：**北京　2002－12－4, 9:39:01

留言内容：你们出的时政形势政策分析这本书及9月以后的补充资料很及时也很全面。谢谢!

作者：吴光华　**来自：**黑龙江　2002－12－3,18:07:19

留言内容：你们的东西对我帮助很大，你们的书也挺出色，希望你们能够再接再励，办得更好，谢谢 !

作者：kaoyan　**来自：**北京　2002－11－30 ,10:53:31

留言内容：以前用你们的大学英语资料考四六级感觉很好，最近买了一套考研数学最后冲刺题，也还不错，希望你们多多努力，做好这个网站！很感谢你们!!

目　录

第一篇　微积分

第二篇 线性代数

第三篇 概率论与数理统计

第一篇

微积分

第一章

函数极限连续

Part A 考点分布及命题规律预测

一、历年考点分布

分值 考点 / 年份	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	合计
函数	3	9	6	3	12		6	6	3	3		3			54
极限	3	5	3	7				9	3		3	6	3	4	46
连续	3		5	3			6	6	3	7			11	20	64

二、命题规律总结及预测

从历年试题的考点分布情况来看，本章是历年必考点之一，主要考查点分布在函数的 基本性质运用、极限的计算和函数在闭区间连续上。

命题规律具有如下特点：

(1) 极限的计算从考点分布来看，成为近几年必考点之一：在求解极限过程中，通常会结合洛必达法则，极限的四则运算及等价无穷小等知识点，求极限一般会以填空题、计算题的形式出现. 只要计算正确，一般容易得分.

(2) 函数的基本性质如单调性、奇偶性、周期性、有界性，一般会结合导数、定积分等知识点综合出题，尤其函数的奇偶性容易运用在对称区间上求积分的问题.

(3) 函数的连续性，最近两年出现机率增加，一般都结合导数等知识点出现，最常用的性质是零点定理，进行方程根求解或判断单调性等.

Part B 考点汇编

函　　数

一、考点详解及分析

1. 函数的定义

若数集 D 中每一个 x，按照一定法则 f，总有惟一确定的数值 y 与之对应，则称 y 是 x 的函数，记为 $y=f(x)$，数集 D 称为函数 $y=f(x)$ 的定义域，x 称为自变量，y 称为因变量．当 x 取遍定义域 D 的每个数值时，对应函数值 $f(x)$ 组成的数集

$$Z=\{y \mid y=f(x),x\in D\}$$

称为函数 $y=f(x)$ 的值域．

一般说来，函数 $y=f(x)$ 的图形是平面 xOy 上的一条曲线．

2. 函数的几种常见特性

(1) 单调性　设函数 $y=f(x)$ 在区间 X 上有定义，如果对 $\forall x_1,x_2\in X,x_1<x_2$，恒有

$$f(x_1)\leqslant f(x_2)(\text{或} f(x_1)\geqslant f(x_1))$$

则称 $f(x)$ 在区间 X 上是单调增加(或单调减少)．

如果对 $\forall x_1,x_2\in X,x_1<x_2$，恒有

$$f(x_1)<f(x_2)(\text{或} f(x_1)>f(x_2))$$

则称 $f(x)$ 在区间 X 上是严格单调增加(或严格单调减少)的．

(2) 有界性　设函数 $y=f(x)$ 在区间 X 上有定义，如果 $\exists M>0$，使得对于一切 $x\in X$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称 $f(x)$ 在区间 X 上有界；若不存在这样的 $M>0$，则称 $f(x)$ 在区间 X 上无界．

(3) 周期性　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个正数 l，使得对于任一 $x\in D$ 有 $(x\pm l)\in D$，且 $f(x+l)=f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，l 称为 $f(x)$ 的周期，通常我们说周期函数的周期指最小正周期．

(4) 奇偶性　设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对于任一 $x\in D$，有

$$f(-x)=f(x)$$

恒成立，则称 $f(x)$ 为偶函数，如果对于任一 $x\in D$，有

$$f(-x)=-f(x)$$

恒成立，则称 $f(x)$ 为奇函数．

偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于原点对称．

3. 复合函数

设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_1，函数 $u=g(x)$ 在 D 上有定义，且 $g(D)\subset D_1$，则由下式确定的函数

$$y=f[g(x)],x\in D$$

称为由函数 $u=g(x)$ 和函数 $y=f(u)$ 构成的复合函数，它的定义域为 D，变量 u 称为中间变量．

4. **反函数**

设函数 $y = f(x)$ 的值域为 Y,若对 Y 中每一个 y 值,都可由方程 $y = f(x)$ 惟一确定的 x 值,则得到一个定义在 Y 上的反函数,称为 $y = f(x)$ 的反函数,记作

$$x = f^{-1}(y), y \in Y$$

易知,严格单调函数必有反函数,并且其反函数也是严格单调的.

在习惯上,为了强调对应规律 f^{-1},并将因变量仍记作 y,通常将反函数写为

$$y = f^{-1}(x), x \in Y$$

它的图形与 $y = f(x)(x \in X)$ 的图形关于直线 $y = x$ 对称.

5. **隐函数**

设 $F(x,y)$ 是一个二元函数,I 是一个区间. 若对任何 $x \in I$,总有惟一确定的 y 满足方程 $F(x,y) = 0$,则称函数 $y = y(x)(x \in I)$ 是方程 $F(x,y) = 0$ 在区间 I 上确定的一个隐函数.

6. **分段函数**

在定义域的不同部分上有不同表达式的函数,称为分段函数.

7. **初等函数**

由基本初等函数经过有限次四则运算和复合运算所得到的函数称为初等函数. 基本初等函数是指以下六类函数:常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数.

二、历年真题评析

1. **选择题**

(1)(1990 **年数三,二(1)**)设函数 $f(x) = x \cdot \tan x \cdot e^{\sin x}$,则 $f(x)$ 是

(A)偶函数　　(B)无界函数　　(C)周期函数　　(D)单调函数

【　】

答案:(B)

考点:函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性

[**解析**]

可用排除法

由于 $$f(-x) = -x \cdot \tan(-x)e^{\sin(-x)} = x\tan x e^{-\sin x} \neq f(x)$$

故 $f(x)$ 不是偶函数,显然 $f(x)$ 也不是周期函数.

而 $x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-$ 时 $f(x) \to +\infty$,$x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+$ 时,$f(x) \to -\infty$,$x \to \left(\frac{3\pi}{2}\right)^-$ 时,$f(x) \to +\infty$

故 $f(x)$ 也不是单调函数,所以只有(B)项正确.

(2)(1992 **年数三,二(2)**)当 $x \to 0$ 时,下列四个无穷小量中,哪一个是比其他三个更高阶的无穷小量?

(A)x^2　　(B)$1 - \cos x$　　(C) $\sqrt{1 - x^2} - 1$　　(D)$x - \tan x$　　【　】

答案:(D)

考点:无穷小的基本性质及阶的比较,初等函数的幂级数展开.

[**解析**]

当 $x \to 0$ 时, $$1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2, \sqrt{1 - x^2} - 1 \sim -\frac{1}{2}x^2$$

即 $1 - \cos x$ 与 $\sqrt{1 - x^2} - 1$ 是与 x^2 同阶无穷小量. 而

$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \tan x}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \sec^2 x}{2x} = \lim_{x \to 0} \frac{-2\sec x \cdot \sec x \cdot \tan x}{2} = 0$$

所以 $x - \tan x$ 是比 x^2 更高阶的无穷小量,故应选(D).

(3)（2001 年数三，二(2)）设 $g(x)=\int_0^x f(u)\mathrm{d}u$，其中 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x^2+1), & 若 0\leqslant x<1\\ \frac{1}{3}(x-1), & 若 1\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$，则 $g(x)$ 在区间 $(0,2)$ 内

(A) 无界　　(B) 递减　　(C) 不连续　　(D) 连续　　【　】

答案：(D)

考点：函数的基本性质（有界、单调、连续）

思路：求出 $g(x)$ 的表达式，再作进一步判定.

[**解析**]

当 $0\leqslant x<1$ 时，$g(x)=\int_0^x f(u)\mathrm{d}u=\int_0^x\frac{1}{2}(u^2+1)\mathrm{d}u=\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{2}x$

从而 $\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=\frac{1}{6}\times1^2+\frac{1}{2}\times1=\frac{2}{3}$

当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$g(x)=\int_0^1 f(u)\mathrm{d}u+\int_1^x f(u)\mathrm{d}u=\frac{2}{3}+\int_1^x\frac{1}{3}(u-1)\mathrm{d}u=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}(x-1)^2$.

从而 $\lim\limits_{x\to1^+}=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}(1-1)^2=\frac{2}{3}$，故 $\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=\lim\limits_{x\to1^+}g(x)$.

从而，$g(x)$ 在区间 $(0,2)$ 内连续.

三、解题技巧总结

在函数这一重要考点中，首先要求理解记忆函数的定义．并应注意函数的表示法只与定义域和其对应法则 f 有关，而与所用字母无关，利用这一特性可进行变量代换．若求复合函数的定义域，该解是所有其简单函数的定义域交集．利用函数的四种常见特性（奇偶性、有界性、单调性和周期性）可以简化计算．对复合函数的求解，可以采用代入法、分析法（即从最外层层层剥开分析函数）和图示法（适用初等函数）.

极　限

一、考点详解及分析

1. 数列极限的定义

设有数列 $\{x_n\}$ 及常数 a，若 $\forall\varepsilon>0$，$\exists N$（正整数）使得当 $n>N$ 时，恒有 $|x_n-a|<\varepsilon$，则称当 n 趋向于无穷时，$\{x_n\}$ 以 a 为极限，记作

$$\lim_{n\to\infty}x_n=a \quad 或 \quad x_n\to a(n\to\infty)$$

数列极限的几何意义　$\forall$ 点 a 的 ε 邻域 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$，$\exists N$，当 $n>N$ 时，所有的点

$$x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots$$

全部落在邻域 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 之内.

2. 函数极限的定义

(1) 当 $x \to +\infty$ 时函数极限　设 $f(x)$ 在 x 充分大时有定义，A 为常数. 若 $\forall \varepsilon > 0, \exists X > 0$，使得当 $x > X$ 时，恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$，则称当 x 趋向于正无穷时 $f(x)$ 以 A 为极限，记作 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A$.

(2) 当 $x \to \infty$ 时函数极限　设 $f(x)$ 在 $|x|$ 充分大时有定义，A 为常数. 若 $\forall \varepsilon > 0, \exists X > 0$，使得当 $|x| > X$ 时，恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$，则称当 x 趋向于无穷时 $f(x)$ 以 A 为极限，记作 $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = A$.

(3) 当 $x \to x_0$ 时函数极限　设 $f(x)$ 在点 x_0 附近有定义（点 x_0 本身可能除外），A 为常数. 若 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists \delta > 0$，使得当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时，恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$，则称当 x 趋向于 x_0 时 $f(x)$ 以 A 为极限，记作 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$ 或 $f(x) \to A(x \to x_0)$. 极限 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$ 的几何意义　$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$，当点 $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$，但 $x \neq x_0$ 时，$A - \varepsilon < f(x) < A + \varepsilon$，如图 1 - 1.

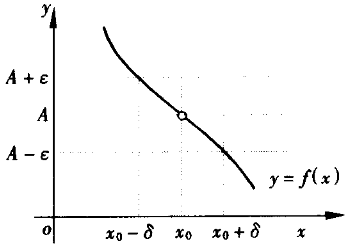

图 1 - 1

3. 函数的右极限和左极限

设 $f(x)$ 在点 x_0 的右近旁有定义，A 为常数. 若 $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ 使得当 $x_0 < x < x_0 + \delta$ 时，恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$，则称 x 趋向于 x_0 时 $f(x)$ 以 A 为右极限，记作

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = A \text{ 或 } f(x) \to A(x \to x_0^+)$$

有时也记作

$$f(x_0 + 0) = A$$

同理类似定义函数的左极限　$f(x_0 - 0) = A$

4. 无穷大和无穷小

(1) 无穷小　如果函数 $f(x)$ 当 $x \to x_0$（或 $x \to \infty$）时的极限为零，那么称函数 $f(x)$ 为当 $x \to x_0$（或 $x \to \infty$）时的无穷小.

无穷小量的阶的比较有三种情况：

设 α, β 是同一极限过程中的两个无穷小量.

若 $\lim \dfrac{\alpha}{\beta} = k$（$k$ 为常数），称 α 与 β 是同阶无穷小量，特别把 $k = 1$ 时，称 α 与 β 是等阶无穷小量，记作 $\alpha \sim \beta$，

若 $\lim \dfrac{\alpha}{\beta} = 0$，称 α 是 β 的更高阶无穷小量，

若 $\lim \dfrac{\alpha}{\beta} = \infty$，称 α 是 β 的低阶无穷小量.

(2) 无穷大　设函数 $f(x)$ 在 x_0 的某一去心邻域内有定义（或 $|x|$ 大于某一正数时有定义）. 如果对于任意给定的正数 M（不论它多么大），总存在正数 δ（或正数 X），只要 x 适合不等式 $0 < |x - x_0| < \delta$（或 $|x| > X$），对应的函数值 $f(x)$ 总满足不等式

$$|f(x)| > M,$$

则称函数$f(x)$为当$x \to x_0$(或$x \to \infty$)时的无穷大.

5. **极限的存在准则(夹逼准则)**

(1) 准则一　若① 当$x \in \mathring{U}1(x_0,r)$(或$|x|>M$)时,$g(x) \leqslant f(x) \leqslant h(x)$

$$\lim_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}} g(x)=A,\ \lim_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}} h(x)=A$$

那么$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}} f(x)$存在,且等于$A$.

夹逼准则的数列表现形式　若数列$\{x_n\}$,$\{y_n\}$及$\{z_n\}$满足以下条件

①$y_n \leqslant x_n \leqslant z_n \quad (n=1,2,3,\cdots)$

② $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = A, \lim\limits_{n\to\infty} z_n = A$

那么数列$\{x_n\}$的极限存在,且$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$.

(2) 准则二　单调有界数列必有极限.

(3) 两个重要极限及一些常用等价无穷小.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1 \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e.$$

常用等价无穷小　当$x\to 0$时　$e^x-1 \sim x$　$a^x-1 \sim x\ln a(a>0)$

$$(1+x)^a-1 \sim ax(a\neq 0) \qquad 1-\cos x \sim \frac{x^2}{2} \quad \tan x \sim x$$

6. **极限的四则运算法则**

若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$,$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=B$,则$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)]=A\pm B$

$$\lim_{x\to x_0} f(x)g(x)=AB$$

当$B\neq 0$时,
$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{A}{B}$$

7. **复合函数的极限**

若$\lim\limits_{u\to u_0} f(u)=A$,$\lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x)=u_0$且在点$x=x_0$的某邻域内$\varphi(x)\neq u_0$,则复合函数有极限$\lim\limits_{x\to x_0} f[\varphi(x)]=A$.

8. **极限的几个重要性质**

(1) 函数极限的惟一性　如果$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在,那么极限惟一.

(2) 局部有界性　如果$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$,那么存在常数$M>0$和$\delta>0$,使得当$0<|x-x_0|<\delta$时,有$|f(x)|\leqslant M$.

(3) 局部保号性　如果$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$,而且$A>0$(或$A<0$),那么存在常数$\delta>0$,使得当$0<|x-x_0|<\delta$时,有$f(x)>0$(或$f(x)<0$).

(4) 比较性质　若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$,$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=B$,则

① 当$A>B$时,存在$\delta>0$,使$0<|x-x_0|<\delta$时,$f(x)>g(x)$

② 当$0<|x-x_0|<\delta$时,有$f(x)\geqslant g(x)$,则$A\geqslant B$

9. **求极限的方法**

一元函数的极限求解有许多方法,现列举出几种常见方法:

(1) 洛必达法则　对未定式如"$\frac{0}{0}$","$\frac{\infty}{\infty}$"型,我们常会联想到用洛必达法则求解.即$\lim\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\frac{f'(x)}{g'(x)}$,只要满足条件,可以多次采用洛必达法则,直至求出答案.在运用洛必达法则中,应该注意其适用条件即满足未定式.注意当导数之比的极限不存在也不是无穷大时,不能用洛必达法则.

(2)利用已知极限,极限存在的两准则和等价无穷小代换　我们常可用两个重要极限.($\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$、$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$)和常用的等价无穷小(如当$x\to 0$时$e^x-1\sim x$、$\ln(1+x)\sim x$、$(1+x)^n\sim 1+nx$等).

③利用复合函数的极限(换元法)　在复合函数求极限时,我们可能会碰到未定式,常见的有幂指函数$f(x)^{g(x)}$的"1^∞","∞^0"与"0^0"三种未定式.应该将该幂指函数转化成$e^{g(x)\ln f(x)}$,然后求出$g(x)\ln f(x)$的极限,在上述三种情况下$f(x)\ln g(x)$它为"$\infty\cdot 0$"型未定式.

④利用极限的四则运算准则及推广　通常极限的四则运算中会结合运用洛必达法则.

⑤利用初等函数的连续性　在求函数的极限过程中,我们常可运用初等函数的连续性来观察出极限,简化计算.

⑥利用极限的定义　这种方法常见于数列极限的求解,一般我们先利用函数的一些特性求出$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$,再利用极限的定义去证明该极限的存在.

⑦利用一些特殊函数定理　如拉格朗日中值定理.

二、历年真题评析

1. 选择题

(1)(**1993年数三,一(1)**) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+5}{5x+3}\sin\frac{2}{x}=$ ________

答案:$\frac{6}{5}$

考点:极限的定义和运算,两个重要极限

思路:注意$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$,对原式进行适当的变换,利用已知的极限可得

[解析]

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5}{5x+3}\sin\frac{2}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5}{5x^2+3x}\cdot\frac{\sin\frac{2}{x}}{\frac{2}{x}}\cdot 2=\frac{3}{5}\times 1\times 2=\frac{6}{5}$$

(2)(**1990年数三,一(1)**) 极限$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}})=$ ________

答案:2

考点:数列极限的定义及其性质

思路:注意到$\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}}=\frac{(n+3\sqrt{n})-(n-\sqrt{n})}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}}$

$$=\frac{4\sqrt{n}}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}},$$

[解析]

先有理化

$$\begin{aligned}&\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}})\\&=\lim_{n\to\infty}\frac{n+3\sqrt{n}-(n-\sqrt{n})}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}}\\&=\lim_{n\to\infty}\frac{4\sqrt{n}}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}}\end{aligned}$$