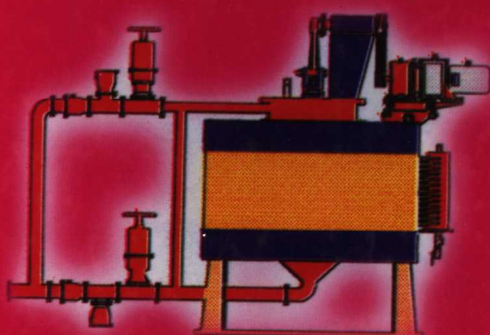


CIXUANLILUN

磁选理论

(修订版)

孙仲元 编著



中南大学出版社

磁 选 理 论

(修订版)

孙仲元 编著

中南大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

磁选理论/孙仲元编著. —修订本. —长沙:中南大学出版社,
2007.4

ISBN 978-7-81105-499-6

I. 磁... II. 孙... III. 磁选机 IV. TD457

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 041295 号

磁 选 理 论

(修订版)

孙仲元 编著

☐ 责任编辑 秦瑞卿

☐ 责任印制 汤庶平

☐ 出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路

邮编:410083

发行科电话:0731-8876770

传真:0731-8710482

☐ 印 装 长沙市华中印刷厂

☐ 开 本 889×1194 1/32 ☐ 印张 7.75 ☐ 字数 191 千字

☐ 版 次 2007 年 4 月第 1 版 ☐ 2007 年 4 月第 1 次印刷

☐ 书 号 ISBN 978-7-81105-499-6

☐ 定 价 28.00 元

图书出现印装问题,请与经销商调换

前 言

磁选的主要对象是磁性矿物。磁选效率除与矿物的磁性有关外,还与磁选机中的磁系和磁介质的磁场特性有重要关系,因此,要设计高效率的磁选机还必须进行磁系的磁路计算。

全书共十章。第一、二、三章阐述矿物的磁性,从物质微观结构说明磁性的起因、产生强磁性的机理和某些具体矿物的磁性。第四、五、六章论述磁系及磁介质的磁场特性。为了便于理解磁场特性,首先简要地介绍了一些必要的数理基础知识。第七、八、九章,介绍磁系磁路的计算方法。第十章介绍了高梯度磁选的基本理论。

为了使书的正文紧凑,对于某些公式的推导列于书末的附录中。

本书第五章第二节,第六章第三、四节和第九章第三节选用了李正南、肖金华和何平波三位研究生论文的部分内容;在磁路计算部分主要参考了王常任教授提供的资料,某些公式的推导彭亦愚老师给予了帮助,在此表示感谢。

本书是第一版修订版,增加了第十章。

本书可作为工科高等院校选矿专业研究生和高年级本科生的教学参考书。

限于编者的水平,书中难免有不妥和错误之处,衷心欢迎读者批评指正。

编著者
2007 年 2 月

目 录

第 1 章 磁性起因

- 1.1 原子结构 (1)
- 1.2 原子磁性 (7)
- 1.3 原子中的电子分布 (12)
- 1.4 物质磁性 (18)

第 2 章 磁畴

- 2.1 磁性物质中的能量 (26)
- 2.2 形成磁畴的机理 (40)

第 3 章 铁磁质矿物的磁性

- 3.1 铁氧体的晶体结构 (48)
- 3.2 赤铁矿的磁性 (50)
- 3.3 磁铁矿的磁性 (54)

第 4 章 磁场特性的数理基础

- 4.1 物理场的概念 (57)
- 4.2 数量场的梯度 (58)
- 4.3 矢量场的散度 (60)
- 4.4 矢量场的旋度 (62)
- 4.5 标量磁位和矢量磁位 (64)
- 4.6 拉普拉斯方程 (65)

第5章 磁系的磁场特性

- 5.1 铁芯磁系的磁场特性 (66)
- 5.2 空芯磁系的磁场特性 (77)

第6章 磁介质的磁场特性

- 6.1 球形磁介质的磁场特性 (98)
- 6.2 圆柱形磁介质的磁场特性 (104)
- 6.3 矩形磁介质的磁场特性 (111)
- 6.4 多边形磁介质的磁场特性 (125)

第7章 磁路计算基础

- 7.1 磁路欧姆定律 (155)
- 7.2 气隙磁导的计算 (155)

第8章 永磁系磁路计算

- 8.1 开放磁系磁路计算 (164)
- 8.2 闭合磁系磁路计算 (171)

第9章 电磁系磁路计算

- 9.1 磁系结构参数的确定 (177)
- 9.2 闭合磁系磁路计算 (179)
- 9.3 一种高梯度磁选机的磁系设计及磁路计算 (192)

第10章 高梯度磁选的基本理论

- 10.1 高梯度磁场中矿粒所受的力 (201)
- 10.2 高梯度磁场中矿粒的作用能 (205)
- 10.3 表面电位对微细粒铜铅矿物磁分离的影响 ... (208)
- 10.4 影响湿式高梯度磁选选择性的因素 (215)
- 10.5 干式高梯度磁选过程矿粒运动规律 (220)

附 录

附录 1	$\vec{H} = H_0 e^{-\alpha}$ 分离变量法推导	(225)
附录 2	球面坐标系下拉普拉斯方程 $\nabla^2 \Phi$ 的推导 ...	(227)
附录 3	柱面坐标系下拉普拉斯方程 $\nabla^2 \Phi$ 的推导 ...	(233)
附录 4	第六章式(6-115)的推导	(236)
附录 5	将(9-37)公式进行变换	(238)
参考文献		(239)

第1章

磁性起因

磁性的起因与原子结构和原子间电子的相互作用有关。本章先介绍原子结构，然后叙述原子的磁性和其他物质的磁性。

1.1 原子结构

1.1.1 波尔的原子结构模型

波尔的原子结构理论是假定电子围绕原子核在一定的轨道上运动，且各原子轨道距核的远近和轨道形状均不相同，同一种形状的轨道面在空间的取向也不相同。电子除在一定的轨道上绕核运动外，其自身还以一定角速度进行自旋。

最简单的氢原子轨道模型如图 1-1 所示。

由图可见，原子轨道(半径) r 的大小，根据计算，只能取下式所示的值：

$$r = n^2 \frac{a_1}{Z} \quad (1-1)$$

式中 Z ——原子序数；

a_1 ——最小轨道半径；

n ——自然数， $n = 1, 2, 3, \dots$

对于氢原子 $Z = 1$ ，可能的轨道半径只能是 a_1 的整数平方倍，

即

$$r = a_1, 4a_1, 9a_1, 16a_1, \dots$$

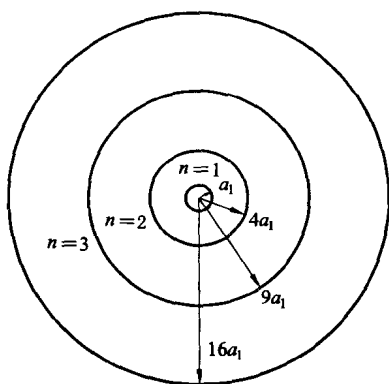


图 1-1 氢原子的圆形轨道

由于 n 不能连续变化，故轨道大小也不能连续变化，这称为轨道半径的量子化。

原子内部能量的高低与轨道的大小有关，现确定它们之间的关系。

电子绕核运动时，它与核之间的库伦力和电子所受的向心力相等，即

$$\frac{Ze^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$$

故

$$v^2 = \frac{Ze^2}{m_e r}$$

式中 m_e ——电子质量；

v ——电子运动速度。

电子所具有的能量为势能和动能，分别为：

$$E_{\text{势}} = \frac{Ze}{r}(-e) = -\frac{Ze^2}{r}$$

$$E_{\text{动}} = \frac{m_e v^2}{2}$$

电子所具有的总能量为

$$E = E_{\text{势}} + E_{\text{动}} = -\frac{Ze^2}{r} + \frac{m_e v^2}{2} = -\frac{Ze^2}{r} + \frac{Ze^2}{2r} = -\frac{Ze^2}{2r} \quad (1-2)$$

将式(1-1)的 r 代入式(1-2), 则电子总能量为

$$E = -\frac{Z^2 e^2}{2n^2 a_1} \quad (1-3)$$

由式(1-3)可知, 也是由于 n 不能连续变化, 所以各轨道对应的能量也是量子化的, 称为能级。式中 n 越大能量越高, n 也称为主量子数。

在具有多个电子的原子中, 电子分布在不同的轨道上, 形成若干个壳层, 具有相同 n 值的电子构成一个主壳层。与主量子数 $n(n=1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots)$ 相对应的主壳层也可用 K、L、M、N、O、P 来表示。在同一主壳层中, 各原子轨道形状不同。例如 $n=3$ 的主壳层中有三种轨道, 一种是圆的, 另两种是椭圆的, 如图 1-2 所示。

在这些轨道上运动的电子又构成多个次壳层, 分别用 s、p、d、f 等字母表示。处于不同次壳层中的电子也称为 s、p、d、f 态电子。它们与以后要提及的角量子数 $l=0, 1, 2, 3, \dots$ 相对应。

原子轨道平面的方向是任意的。但在磁场中, 它在磁场方向只能取一定的几个方向, 称为轨道方向量子化。原子轨道平面方向变化如图 1-3 所示。

上面是以波尔理论为基础来描述电子的运动, 认为电子是在一定的轨道上运动, 这在一定程度上也反映了客观事实, 但将事实简单化了, 故要较准确地描述电子运动应用量子力学理论。

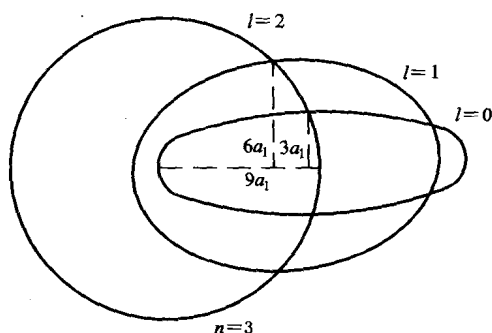


图 1-2 多电子原子轨道形状

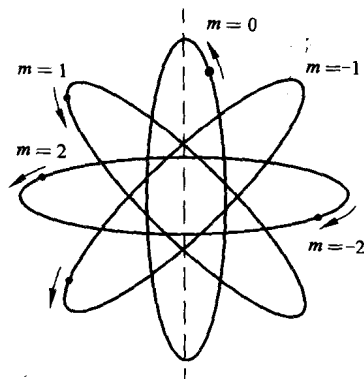


图 1-3 原子轨道平面方向变化

1.1.2 量子力学的原子结构模型

原子、电子及其他基本粒子属于微观物体，它们的运动规律与宏观物体是不同的。运动着的微观物体具有粒子和波动两重性，电子在原子中的运动不能画出运动轨迹，而用电子在空间各处出现的几率来描述。处在某一运动状态的电子在空间的几率分

布是一定的,不同的运动状态有不同的几率分布,这个几率分布可以用一个波函数来表示。在空间某一点上波函数的平方就代表那里电子出现的几率密度,即单位体积内发现电子的几率。

以氢原子为例,用量子力学的理论来描述电子的运动状态。

图1-4是氢原子不同状态的电子在离原子核不同距离处出现的几率变化,即几率与径向距离 r 的关系(纵坐标表示几率)。

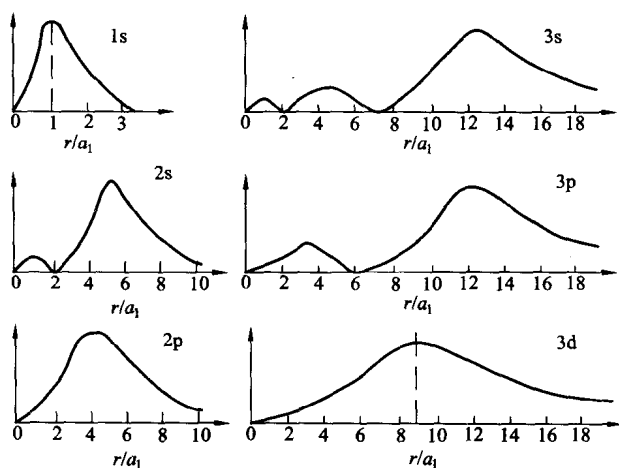


图1-4 电子几率的径向分布

由图1-4可见,电子在各运动状态的径向几率分布是不同的,在每一运动状态有一个电子几率最大的地方。另外,原子中的电子在不同方向被发现的几率也是不同的,即电子几率有一个角度分布,其与电子具有的角动量和角动量方向有关。角动量的方向是量子化的,虽然它在外磁场中可以取不同的方向,但只限于几个方向。角动量不同的方向与磁量子数 m_l 相对应。

图1-5表示一个s态、三个p态和五个d态电子几率的角分

布图，它是根据电子在各个不同方向上的几率密度画出的图。从原点到曲线上的点的距离表示在该方向上发现电子的几率密度。

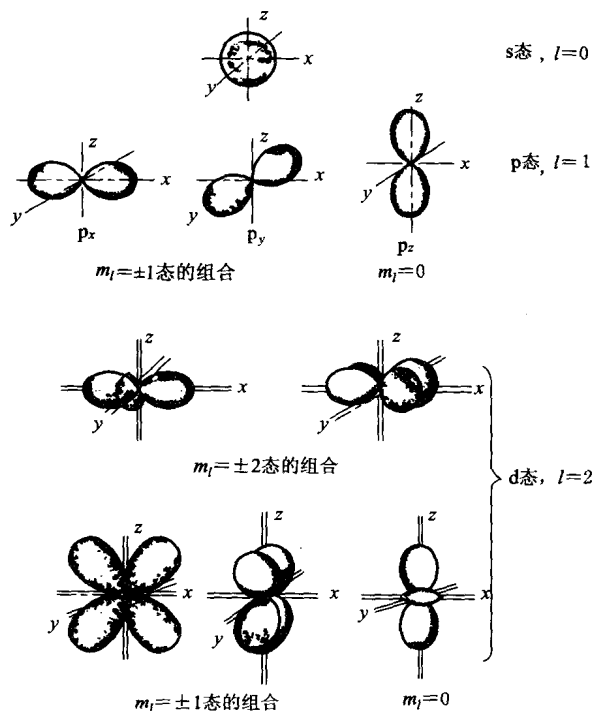


图 1-5 s、p 和 d 态电子角分布

从图 1-5 可见，s 态电子的几率角分布是球对称的，在各方向上发现电子的几率密度是相等的。p 态电子的几率角分布像哑铃， $m_l = 0$ 的电子的几率在 z 方向上有极大值，在 x、y 方向上为零， $m_l = \pm 1$ 的电子的几率在 x 或 y 方向上有极大值，而在 z 方向上为零。d 态电子的几率角分布： $m_l = 0$ 的电子在 z 方向有一个

极大值,其余 $m_l = \pm 1$ 、 $m_l = \pm 2$ 的电子几率分布均有四个极大值。

电子在原子核周围运动除有一定的角动量外,它本身还有自旋角动量;实验测得所有电子的自旋角动量都等于一个确定的值。电子自旋在外磁场方向上只有两个可能的取向,自旋角动量沿磁场的分量只能有两个值,一个顺磁场方向,一个逆磁场方向。

1.2 原子磁性

原子磁性用原子磁矩表示。原子磁矩来源于电子磁矩和原子核磁矩。原子核磁矩很小,仅为电子磁矩的千分之一,一般可以忽略。电子磁矩又分为轨道磁矩和自旋磁矩两部分,原子总磁矩主要是这两部分磁矩之和。不同的原子,由于原子结构不同,其磁矩也不同,也有磁矩为零的。

1.2.1 电子的轨道磁矩

电子的轨道磁矩是电子绕原子核运动产生的。电子在原子核的库仑场中运动,正如行星绕太阳运动一样,受到与距离的平方成反比的力的作用。这样的运动,按照力学的一般原理应该是椭圆轨道的运动。另外,从图1-5的电子几率分布看出,电子的分布接近椭圆形,电子的最大几率轨道也是椭圆形。假定原子核不动,且处在椭圆的一个焦点上,则以周期 T 沿着椭圆轨道运动的电子(图1-6)相当于闭合电路中的电流,其电流计算式为

$$I = -\frac{e}{T} \quad (1-4)$$

式中 e ——电子电荷。

在 T 时间内假定电荷 $-e$ 在轨道上任何一点通过一次,因此 $-\frac{e}{T}$ 是单位时间内在一点上流过的电量,这就是电流。

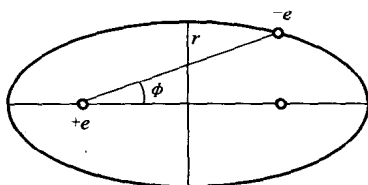


图 1-6 原子椭圆轨道

一个有电流的闭合电路(相当于载流小线圈)在磁感强度为 B 的均匀磁场中所受到的力矩(线圈包围的面积与 B 垂直)为

$$L = m_c \times B = IA \times B \quad (1-5)$$

式中 m_c ——线圈磁矩,亦即轨道磁矩;

A ——线圈所包围的面积。

一个载流线圈又相当于一个磁偶极子,它在磁场强度为 H 的均匀磁场中所受的力矩为

$$L = M_l \times H \quad (1-6)$$

式中 M_l ——磁偶极矩。

式(1-5)和式(1-6)是等价的,即

$$M_l H = m_c B$$

故

$$M_l = \frac{B}{H} m_c = \mu_0 m_c = \mu_0 IA = -\frac{\mu_0 e A}{T} \quad (1-7)$$

式中 μ_0 ——真空磁导率。

闭合电路所包围的面积为

$$A = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi \quad (1-8)$$

电子绕椭圆轨道运动的角动量为

$$P_\varphi = m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt}$$

故

$$r^2 d\varphi = \frac{P_\varphi dt}{m_e} \quad (1-9)$$

式中 m_e ——电子质量；

r ——电子与原子核的距离。

将式(1-9)代入式(1-8)，则

$$A = \frac{1}{2} \int_0^T \frac{P_\varphi dt}{m_e} = \frac{P_\varphi T}{2m_e} \quad (1-10)$$

将式(1-10)代入式(1-7)，则

$$M_l = -\frac{\mu_0 e}{2m_e} P_\varphi = -r_l P_\varphi \quad (1-11)$$

式中 r_l ——轨道旋磁比， $r_l = \frac{\mu_0 e}{2m_e}$ 。

由式(1-11)看出，磁偶极矩与电子的轨道角动量成正比。按习惯，电子运动方向与电流方向相反，所以磁偶极矩与电子的轨道角动量的方向恰好相反，如图1-7所示。

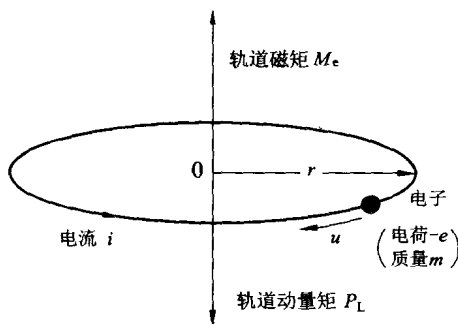


图1-7 电子的轨道运动

按照量子力学的理论,沿不同形状轨道运动的电子的角动量是不同的,轨道形状是量子化的,因此,电子的轨道角动量也应满足量子化的条件,即

$$P_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (1-12)$$

式中 l ——角量子数, $l=0, 1, 2, 3, \dots, (n-1)$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}, \text{ 式中 } h \text{ 为普朗克常数, } \hbar = 6.625 \times 10^{-27} \text{ 尔格。}$$

将式(1-11)中的 P_ϕ 用式(1-12)中的 P_l 代替,就得到电子的轨道磁偶极矩的绝对值:

$$M_l = \frac{\mu_0 e}{2m_e} P_l = \sqrt{l(l+1)} \frac{\mu_0 e \hbar}{2m_e} = \sqrt{l(l+1)} \mu_B \quad (1-13)$$

式中 μ_B ——玻尔磁子, $\mu_B = \frac{\mu_0 e \hbar}{2m_e} = \frac{\mu_0 e h}{4\pi m_e}$ 。

按照量子力学,电子的角动量 P_l 在外磁场中可以取不同的方向,但只限于几个方向。在磁场方向上的分量只能是:

$$P_z = m_l \hbar \quad (1-14)$$

式中 m_l ——电子角动量方向量子数,又称磁量子数,

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l。$$

m_l 只能取这样一些整数。因此, P_l 在空间的方向不能是任意的,而是量子化的。

如果有外磁场, M_l 在磁场方向的分量为

$$M_z = M_l \cos \theta \quad (1-15)$$

电子轨道角动量对外磁场方向倾角的余弦为

$$\cos \theta = \frac{P_z}{P_l} = \frac{m_l \hbar}{\sqrt{l(l+1)} \hbar} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (1-16)$$

将式(1-16)代入式(1-15), 则

$$M_z = M_l \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} = \frac{\sqrt{l(l+1)} \mu_B m_l}{\sqrt{l(l+1)}} = m_l \mu_B \quad (1-17)$$