Gaodeng Shuxue Neirong Jingyao Yu Sixiang Fangfa

山东省精品课程辅助教材

高等数学
内容精要与思想方法

上册

卓相来　徐西祥　杨洪礼　主编

GAODENG SHUXUE NEIRONG JINGYAO YU SIXIANG FANGFA

中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

山东省精品课程辅助教材

高等数学
内容精要与思想方法

（上册）

主　编　卓相来　徐西祥　杨洪礼
副主编　宋治涛　孙秋霞　张　宁
　　　　王　芳

中国矿业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学内容精要与思想方法. 上册/卓相来,徐西祥,杨洪礼主编. —徐州:中国矿业大学出版社,2006.9

ISBN 7-81107-311-0

Ⅰ.高… Ⅱ.①卓…②徐…③杨… Ⅲ.高等数学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 111149 号

书　　名　高等数学内容精要与思想方法·上册

主　　编　卓相来　徐西祥　杨洪礼

责任编辑　耿东锋

出版发行　中国矿业大学出版社

（江苏省徐州市中国矿业大学内　邮编 221008）

网　　址　http://www.cumtp.com　**E-mail**:cumtpvip@cumtp.com

排　　版　中国矿业大学出版社排版中心

印　　刷　徐州中矿大印发科技有限公司

经　　销　新华书店

开　　本　850×1168　1/32　**本册印张** 10.75　**本册字数** 289 千字

版次印次　2006 年 9 月第 1 版　2006 年 9 月第 1 次印刷

总 定 价　28.00 元(上、下册)

前　言

高等数学是理工科各专业的一门重要基础课，同时也是全国硕士研究生入学考试的统考科目。与初等数学相比，高等数学的理论更加抽象，逻辑推理更加严密。对于初学者而言，往往对高等数学的概念和理论感到抽象难懂，解决问题缺少思路和方法。我们编写本书的目的就是帮助读者明确学习要求，理清知识脉络，尽快完成学习方法和思维方式的转变，掌握解题的思路和方法，提高综合利用所学知识分析问题和解决问题的能力，为后继课程的学习和将来的考研打下坚实的基础。

本书共分十二章，次序安排与同济大学应用数学系主编的《高等数学》(第五版)相一致，每章由五大知识版块组成：

一、考试要求：按考研大纲的要求，明确本章的重点、考点及应掌握的程度。

二、内容精要：从本章提出的主要问题、解决问题的主要思路和方法、主要知识点及应用三个方面系统阐述该章要点，便于读者理清知识脉络，方便检索。

三、解题方法及典型例题分析：这是本书的特色，选题力求涵盖各类题型，并有部分考研真题，着重分析解决问题的思路和方法，部分例题给出多种解题方法，并加以分析，以开拓思路，使读者更好地巩固基本概念，掌握解决问题的方法和技巧。

四、自测试题：每章均配有两套测试题，并附有解答，方便读者自测。

五、习题选解：对配套教材的部分较难习题给出详细解答。

另外附录中有总测试题及2006年的考研题，便于读者参考。

参加本书编著的人员全部都是山东省省级精品课程《高等数学》

课题组的成员，长期工作在高等数学教学第一线。在编写过程中，我们力求阐明重点，突出解题过程的思路和方法，力求将每位教师多年的教学经验与体会渗透到各章的内容之中，使读者在学习中目标更明确、思考更深刻、总结更全面清晰。

本书分上、下两册。上册由卓相来负责最后统稿，下册由赵文才负责最后统稿。上册具体分工是：第一章由卓相来编写；第二、三章由杨洪礼编写；第四章由徐西祥编写；第五章由孙秋霞编写；第六章由张宁编写；第七章由宋治涛编写；王芳负责编写上册的总测试题及其他相关工作。

参加本书上册编写的还有韩晓峰、武波、唐雷雨、刘国栋等。

本书适用于使用同济大学《高等数学》的大学理工科院校的学生，及准备参加研究生入学考试的读者，对其他学习高等数学的读者，也有一定的参考价值。

在编写过程中，我们参考了许多书籍及文献，限于篇幅，我们在书末只列出了部分参考文献，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，谬误之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

2006 年 7 月于青岛

目　　录

第一章　函数、极限和连续

高等数学是近代数学的基础，是工科院校学生的必修科目．本章涉及高等数学的三个基本概念：函数、极限和连续．函数是高等数学的主要研究对象；极限方法是研究高等数学的工具；连续则是研究问题的桥梁其理论和方法贯穿到整个微积分之中．

考试要求

（1）理解函数的概念，了解函数的一般性质，掌握函数的表示法，会建立简单应用问题的函数关系式．

（2）理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念．

（3）掌握基本初等函数的性质及图形，了解初等函数的概念．

（4）理解极限概念，理解函数左极限与右极限的概念，以及函数极限与左、右极限之间的关系．

（5）掌握极限的性质及四则运算法则，会用变量代换求某些简单复合函数的极限．

（6）掌握极限存在的两个准则（夹逼准则和单调有界准则），并会利用它们求极限；掌握用两个重要极限求极限的方法．

（7）理解函数无穷小、无穷大的概念，掌握无穷小的比较方法，会用等价无穷小求极限．

（8）理解函数连续性的概念（含左、右连续），会判断函数间断点的类型．

（9）了解初等函数的连续性和连续函数的性质，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应

用这些性质.

内容精要

一、本章提出的主要问题

(1) 变量与变量间的相互依赖关系. 高等数学的研究对象不是一个变量独自的变化,而是在两个变量的共同变化下来研究它们之间的相互依赖关系,这种相互依赖关系意味着它们不能同时(在各自的变化域中)各取任意的值:如果已给定其中一个变量的一个具体的值,则另一个变量的值也就随之确定.

(2) "无限接近"现象的数学描述及运算. 单就数列$\{a_n\}$的极限 a 而言,如果当 n"充分大"时,a_n 与 a"无限接近"就称 a 为数列$\{a_n\}$当 $n\to\infty$时的极限. 而"无限接近"从几何上来讲就是 a_n 与常数 a 的距离越来越小,也即$|a_n-a|$愈来愈接近于零.

(3) 连续变化现象的数学描绘及性质. 自变量由数值 x_0 变到另一个数值 x,可以设想为数值 x_0 有了一个增量 $\Delta x=x-x_0$,而新的函数值 $y=f(x)=f(x_0+\Delta x)$与原值 $y_0=f(x_0)$之间相差一个增量 $\Delta y=f(x)-f(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$,要函数 $f(x)$在点 x_0 是连续的,必须且只须它在该点处的增量 Δy 与自变量的增量 Δx 同时趋向于零,换句话说,连续函数的特征是当自变量的增量为无穷小时,对应的函数的增量也是无穷小. 从这个意义上讲,连续是一个局部的概念.

二、解决问题的主要思路和方法

作为整个高等数学的基石,本章首先从客观实际的问题中抽象出函数、极限和连续的概念. 具体地讲,要讨论函数就是要讨论(两个)变量之间的因果关系,此时对应法则是关键,再由定义域就可确定函数,至于(两个)变量用什么符号表示则不影响函数的关系. 对于极限的讨论,主要包括两大部分:其一是极限的概念及性质的研究. 在用定义验证极限的存在性或用已知极限的性质证明某个极限的存

在性时，其处理问题的方法是根据已知条件，通过不等式的适当放大或缩小，证明所给函数与所证明的极限之差的绝对值是否可以任意小. 其二是如何求极限. 有关求极限的常用方法在本章的例题分析中可以查到，其关键是要记住一些常用的极限及方法. 需要说明的是，本章列举的求极限的方法有时需要结合起来使用，这样可以使问题简化. 连续概念的讨论也主要有两大部分：其一是判断函数的连续性、间断点问题，弄清函数在某点 x_0 连续的充要条件及如何找出给定函数的所有可能间断点是讨论问题的关键；其二是闭区间上连续函数的性质的应用，在应用介值定理处理问题时，其关键是如何构造连续函数及闭区间.

三、主要知识点

（一）函数的概念

概念的三大要素即为两个变量之间的对应法则、定义域和值域. 只要三个要素是确定的，函数的关系也就确定了：只要两个函数的三要素相同，则两个函数就是相同的；而当函数的三个要素中只要有一个不相同，则两个函数就是不相同的.

1. 分段函数

即在自变量的不同取值范围，对应法则用不同的式子来表示.

2. 函数的几种特性

(1) 有界性：$\exists M>0$，使 $f(x)$ 在 I 上恒有 $|f(x)|\leqslant M$，否则，$f(x)$ 在 I 上无界.

【注意】 ① 如果对于任何正数 M，总存在 $x_1\in A$，使得 $|f(x_1)|>M$，则 $f(x)$ 在 A 上无界——这是证明函数 $f(x)$ 在 A 上无界的常用方法.

② 函数的有界性与所讨论的区间有关，如 $f(x)=1/x$ 在 $[1,2]$ 上有界，在 $(0,1)$ 上无界.

③ 函数的上界或下界：如 $\exists M(N)$，对 $\forall x\in A$，总有 $f(x)\leqslant M$（或 $f(x)\geqslant N$）.

④ 函数在某个区间 A 上有界 (M) 时，其界 (M) 不是惟一的，但

有一个最小的界.

⑤ 函数 $f(x)$ 在 A 上有界等价于函数既有上界，也有下界. 但当函数 $f(x)$ 在 A 上只有上界（或下界）时，函数在 A 上无界.

(2) 函数的单调增加（减少）性：$\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2$，有 $f(x_1)$ 小于（大于）$f(x_2)$.

【注意】 ① 证明 $y=f(x)$ 在 I 上的单调性，关键是判定 $f(x_1)-f(x_2)$ 的符号，或当 $f(x)>0$（或 $f(x)<0$）时判断是否 $f(x_1)/f(x_2)\geqslant 1$（或 $\leqslant 1$）.

② 有时一个函数在整个区间 I 上不是单调的，而将 I 分成几个小区间，却在每个小区间上是单调的，这时需分别讨论.

(3) 函数为偶（或奇）：$\forall x\in D$，有 $f(-x)=f(x)$ [或 $f(-x)=-f(x)$].

【注意】 奇偶函数所对应的图形的形状：偶函数的图形关于 y 轴对称；奇函数的图形关于原点对称. 并非每个函数都具有奇偶性，奇函数与偶函数并不是互补的.

(4) 函数的周期性：$\forall x\in D, (x+l)\in D, f(x+l)=f(x)$，$l$ 称为 $f(x)$ 的周期.

【注意】 作周期函数图时，只要将 $y=f(x)$ 在一个周期上的图形向左（右）平移 kl 即可，其中 l 为周期，$k=\pm 1, \pm 2, \cdots$. 如 l 是 $y=f(x)$ 的周期，则 kl 也是 $y=f(x)$ 的周期. 若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别以 l 和 m 为周期，则 l 和 m 的最小公倍数即为函数 $F(x)=f(x)\pm g(x)$ 的周期.

3. 反函数

反函数只是对单调函数而言的. 如果一个函数 $y=f(x)$ 在整个区间 I 上不是单调的，而将区间 I 分成几个小部分后，$y=f(x)$ 在每个小区间上是单调的，则此时函数 $y=f(x)$ 的反函数要在每个区间上单独求得. 另外，直接函数 $y=f(x)$ 和反函数 $y=\varphi(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

4. 基本初等函数及图形（略）

5. 复合函数

复合函数是本章的重点，后面的章节经常用到，要求熟练掌握. 不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的. 复合函数有时可以经不止一个复合步骤复合而成. 确定复合步骤时要遵循从外到里的原则，而每个复合步骤均为基本初等函数. 一般地，只要正确读出函数，则其复合步骤就容易看出.

6. 初等函数

初等函数是由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次的函数复合步骤所构成的，并可以用一个式子来表示的函数，分段函数一般不是初等函数，如符号函数、取整函数.

7. 双曲函数、反双曲函数及其运算公式(略)

(二) 数列的极限

定义 $\forall \varepsilon>0, \exists N$，当 $n>N$ 时，$|x_n-a|<\varepsilon$，记为 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=a$，或 $x_n\to a$.

【注意】 ① 定义中的 ε 任意给定，才可以使 $|x_n-a|$ 无限小，即 x_n 与 a 才能无限接近.

② 定义中 N 与 ε 有关，其取值不是惟一的，只要 $N_0(\varepsilon)$ 适合定义，则对于满足 $N>N_0(\varepsilon)$ 的每个 N 也适合定义，从而数列的极限与数列的前面有限项无关.

③ 定义中满足不等式 $|x_n-a|<\varepsilon$ 的 x_n 有无穷多个(只要 $n>N$)，不满足此不等式的 x_n 至多有 N 项($x_1,x_2,\cdots,x_N$).

④ 即使有无穷多个 x_n 满足 $|x_n-a|<\varepsilon$ 也不能保证 $x_n\to a$，这是因为此时并不能保证从某个 N 开始的以后每项 $x_n(n>N)$ 都满足 $|x_n-a|<\varepsilon$.

⑤ 定义并未直接提供求极限的方法，而只能据定义证明某数 a 为某数列 x_n 的极限.

1. 收敛数列的性质

数列极限存在惟一性，收敛数列存在有界性. 如果能证明一个数列收敛于两个不同的数值，则该数列一定没有极限；收敛数列一定有

界，但有界的数列不一定是收敛数列，即数列有界是数列收敛的必要条件而非充分条件.

2. 极限存在的两个准则

即夹逼准则，单调有界准则. 单调上升有上界(或单调下降有下界)的数列必有极限.

(三) 函数的极限

1. 自变量趋于有限值时函数的极限

定义 $\forall \varepsilon>0,\exists \delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，都有 $|f(x)-A|<\varepsilon$，A 叫做 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 或 $f(x)\to A$ (当 $x\to x_0$).

【注意】 ① 定义中 δ 的取定与给定的 ε 有关，当 $\delta_0(\varepsilon)$ 满足定义时，$\delta(\varepsilon)(\delta(\varepsilon)<\delta_0(\varepsilon))$ 也满足定义.

② 定义中不等式 $0<|x-x_0|<\delta$ 表示 $x\neq x_0$，故当 $x\to x_0$ 时，$f(x)$ 有无极限与 $f(x)$ 在点 x_0 是否有定义无关，而且函数 $f(x)$ 在某点 x_0 的极限为一局部概念.

有关函数极限的几个定理如下：

定理 1 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A,A>0$(或 $A<0$)，则 $\exists \overset{0}{U}(x_0,\delta)$ 使 $f(x)>0(f(x)<0)$.

定理 2 如 $\forall x\in \overset{0}{U}(x_0,\delta),f(x)\geqslant 0(\leqslant 0)$，且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，那么 $A\geqslant 0(A\leqslant 0)$.

左、右极限定义：

在极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 的定义中把 $0<|x-x_0|<\delta$ 改写成 $x_0-\delta<x<x_0$(或 $x_0<x<x_0+\delta$)，则 A 就叫函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的左极限(或右极限)，分别记为

$$\lim_{x\to x_0^-}f(x)=A,\text{或 } f(x_0-0)=A;$$

$$\lim_{x\to x_0^+}f(x)=A,\text{或 } f(x_0+0)=A.$$

【说明】 ① $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$(存在极限)$\rightleftharpoons f(x_0-0)=f(x_0+0)=A$.

② 如 $f(x_0-0)$或 $f(x_0+0)$中至少有一个不存在,或虽存在但不相等,则函数 $f(x)$在 x_0 无极限.这是判断函数 $f(x)$在 x_0 是否存在极限的常用方法.特别是用来讨论分段函数的极限.

2. 自变量趋向无穷大时函数的极限

定义 $\forall \varepsilon>0$,$\exists X>0$,当$|x|>X$ 时,有$|f(x)-A|<\varepsilon$,A 叫做 $f(x)$当 $x\to\infty$时的极限,记为$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$ 或 $f(x)\to A$(当 $x\to\infty$).

同样可得 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=A$(或 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=A$)的定义.

(四) 无穷大与无穷小

定义 $\forall\varepsilon>0$,$\exists\delta>0$(或正数 X),当 $0<|x-x_0|<\delta$(或$|x|>X$)时,$|f(x)|<\varepsilon$,称函数 $f(x)$当 $x\to x_0$(或 $x\to\infty$)时为无穷小,记为$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$[或$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$].

【注意】 无穷小不是很小的数,很小的数也不是无穷小,0 是可以作为无穷小的惟一常数.同样可给出当 $x\to x_0^+$ ($x\to x_0^-$, $x\to+\infty$, $x\to-\infty$)时 $f(x)$为无穷小的定义.

1. 无穷小与函数、极限的关系

定理 $\lim f(x)=A\rightleftharpoons f(x)=A+a(x)$,其中$\lim a(x)=0$.

定义 $\forall M>0$,$\exists\delta>0$($X>0$),当 $0<|x-x_0|<\delta$($|x|>X$)时,有$|f(x)|>M$,则称函数 $f(x)$当 $x\to x_0$(或 $x\to\infty$)时为无穷大,记为$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$[或$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$].

【说明】 无穷大不是一个具体的数,也不是一个很大的数,同样可给出在自变量 x 的不同变化过程中 $f(x)$为无穷大、正无穷大、负无穷大的定义.

2. 两种渐近线

(1) 铅直渐近线:如$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty(\pm\infty)$,则 $x=x_0$ 为 $y=f(x)$

的铅直渐近线.

(2) 水平渐近线:如$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$(或 $x\to\pm\infty$),则 $y=A$ 为 $y=f(x)$的水平渐近线.

3. 无穷小与无穷大之间的关系

定理 在自变量的同一变化过程中,如果函数 $f(x)$为无穷大,则 $1/f(x)$为无穷小;反之,如果函数 $f(x)$为无穷小,且 $f(x)\neq 0$,则 $1/f(x)$为无穷大.

【说明】 本定理在求极限时经常被用到.

4. 无穷小的性质

(1) 有限个无穷小之和仍是无穷小.

(2) 有界函数与无穷小的乘积仍是无穷小.

(3) 常数与无穷小的乘积仍是无穷小.

(4) 有限个无穷小的乘积仍是无穷小.

【说明】 性质(3)、(4)实际上是性质(2)的推论.利用无穷小的性质可以求极限,这是一个特殊方法,区别于我们通常的求极限的方法.同时无穷小的性质还是我们证明极限运算法则的有利工具.

至此我们可以给出有关函数极限及无穷大的小结,有兴趣的同学不妨试一试.

(五) 极限的运算法则(略)

【说明】 运用极限运算法则求极限时,必须以极限存在作为前提,否则将会得出错误的结论.另外本法则对数列也同样成立.

(六) 极限的比较

定理 如果 $\varphi(x)\geqslant\phi(x)$,而$\lim\varphi(x)=a$,$\lim\phi(x)=b$,那么 $a\geqslant b$.

(七) 两个重要的极限

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$.

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$,或$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}$.

【注意】 ① $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$,要将此极限与第一个重要极限(1)区别开来.

② 下面是两个重要极限的变形,在求极限时经常会用到,即

$\lim\frac{\sin[\varphi(x)]}{\varphi(x)}=1$,只要$\lim\varphi(x)=0$;

$\lim\left[1+\frac{1}{g(x)}\right]^{g(x)}=\mathrm{e}$,只要$\lim g(x)=\infty$;

$\lim[1+g(x)]^{1/g(x)}=\mathrm{e}$,只要$\lim g(x)=0$.

③ 用两个重要极限求极限时,首先要弄清所给定的函数极限是什么型($\frac{0}{0}$或 1^{∞}),当它是$\frac{0}{0}$型且具有三角函数时,常用第一个重要极限去求极限,只要是 1^{∞} 型,一般而言都可以用第二个重要极限去求极限.

(八) 无穷小的比较

对于$\lim\alpha=0$,$\lim\beta=0$,分以下几种情况讨论:

如果$\lim\frac{\beta}{\alpha}=0$,就说$\beta$是比$\alpha$高阶的无穷小,记为$\beta=o(\alpha)$;

如果$\lim\frac{\beta}{\alpha}=\infty$,就说$\beta$是比$\alpha$低阶的无穷小;

如果$\lim\frac{\beta}{\alpha}=c\neq0$,就说$\beta$是和$\alpha$同阶无穷小;

如果$\lim\frac{\beta}{\alpha^k}=c\neq0,k>0$,就说$\beta$是关于$\alpha$的$k$阶无穷小;

如果$\lim\frac{\beta}{\alpha}=1$,就说$\beta$与$\alpha$是等价无穷小,记作$\alpha\sim\beta$.

在所有关于无穷小的关系中,经常使用的是等价无穷小,故下面的性质须特别注意.

1. 等价无穷小的性质

设$\alpha\sim\alpha'$,$\beta\sim\beta'$,且$\lim\frac{\alpha'}{\beta'}$存在,则$\lim\frac{\beta}{\alpha}=\lim\frac{\beta'}{\alpha'}$.

【注意】 用等价无穷小求极限是求极限的常用方法，但只有无穷小才有等价的概念，即使有$\lim[f(x)/g(x)]=1$，在一般情况下也没有 $f(x)\sim g(x)$. 只有当$\lim f(x)=0$，$\lim g(x)=0$ 同时成立时，才有 $f(x)\sim g(x)$，因此等价无穷小不可随便使用，使用前必须检验.

2. 几个重要的等价无穷小

当 $x\to 0$ 时，有

$\sin x\sim x$； $\tan x\sim x$； $1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2$；

$\ln(1+x)\sim x$； $a^x-1\sim x\cdot\ln a$； $(1+x)^a-1\sim ax$.

(九) 函数的连续性

定义 $y=f(x)$在点 x_0 连续$\Leftrightarrow\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$.

【说明】 函数 $y=f(x)$在点 x_0 连续的定义还可以叙述为：$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$.

1. 左连续、右连续

$f(x)$在点 x_0 左连续$\rightleftharpoons\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$，即 $f(x_0-0)=f(x_0)$.

$f(x)$在点 x_0 右连续$\rightleftharpoons\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$，即 $f(x_0+0)=f(x_0)$.

2. $f(x)$在点 x_0 连续的充要条件

$f(x)$在点 x_0 连续的充要条件是：$f(x)$在点 x_0 既是左连续，又是右连续，即

$$f(x_0-0)=f(x_0+0)=f(x_0).$$

3. 区间连续

函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续是指：对任一点 $x_0\in(a,b)$，$f(x)$在点 x_0 连续，在端点 a 处是指右连续，在端点 b 处则指左连续.

4. 分段函数的连续性

由于初等函数在其定义区间上是连续的，因此讨论分段函数的连续性实际上就转化为讨论分段函数的分界点的连续性，所用的方