ZHONGBAO EDUCATION 中报教育

中学生学习报

总主编：刘志伟

基础与提升

同步测试与评析

丛书主编：卞朝晖 岳 伟
本册主编：胡大波

高中数学 必修4

(人教课标A版)

大象出版社

责任编辑：冯富民
封面设计：金　金

图书在版编目（CIP）数据

基础与提升·同步测试与评析：人教课标A版.高中数学.4:必修/胡大波编.
—郑州：大象出版社，2007.6
ISBN 978-7-5347-4682-6

Ⅰ.基… Ⅱ.胡… Ⅲ.数学课—高中—习题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第077198号

基础 灵活 高效
同步 创新 实用

基础与提升·同步测试与评析
高中数学人教课标A版（必修4）

出版：大象出版社（郑州市经七路25号　邮政编码450002）
印刷：郑州市毛庄印刷厂
开本：787×1092　　1/8
印张：4　　字数：11.5万
版次：2007年6月第1版　第1次印刷
印数：1～10000册
ISBN 978-7-5347-4682-6/G·3851
定价：6.40元

ISBN 978-7-5347-4682-6
定价：6.40元

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(一)

第一章 三角函数 A卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.下列命题中正确的是 ( )

A.终边相同的角相等

B.第一象限角都是锐角

C.第二象限角比第一象限角大

D.锐角都是第一象限角

2.sin600°的值是 ( )

A.$\frac{1}{2}$ B.$-\frac{1}{2}$ C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$ D.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.下列函数中是偶函数的是 ( )

A.$y=\sin|x|$ B.$y=\sin 2x$ C.$y=-\sin x$ D.$y=\sin x+1$

4.若一段圆弧长等于其所在圆的内接正三角形的边长,则其圆心角的弧度数为 ( )

A.$\frac{\pi}{3}$ B.$\frac{2\pi}{3}$ C.$\sqrt{3}$ D.2

5.α是第二象限角,则$\sin 2\alpha$,$\sin\frac{\alpha}{2}$,$\tan 2\alpha$,$\tan\frac{\alpha}{2}$中必取正数的个数有 ( )

A.0个 B.1个 C.2个 D.3个

6.已知$\cos(\pi+\alpha)=-\frac{3}{5}$,且$\alpha$是第四象限角,则$\sin(-2\pi+\alpha)$ ( )

A.$\frac{4}{5}$ B.$-\frac{4}{5}$ C.$\pm\frac{4}{5}$ D.$\frac{3}{5}$

7.函数$y=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right)(x\in\mathbf{R})$的最小值等于 ( )

A.-3 B.-2 C.-1 D.$-\sqrt{5}$

8.已知$\tan x=\frac{2a}{a^2-1}$,其中$0<a<1$,且x是三角形一个内角,则$\cos x$的值是 ( )

A.$\frac{2a}{a^2+1}$ B.$\frac{1-a^2}{a^2+1}$ C.$\frac{a^2-1}{a^2+1}$ D.$\pm\frac{a^2-1}{a^2+1}$

9.要得到$y=\sin\frac{1}{2}x$的图象,只需将函数$y=\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{3}\right)$的图象 ( )

A.向左平移$\frac{\pi}{3}$ B.向右平移$\frac{\pi}{3}$

C.向左平移$\frac{2\pi}{3}$ D.向右平移$\frac{2\pi}{3}$

10.已知角α的终边过点$P(-4m,3m)(m\neq 0)$,则$2\sin\alpha+\cos\alpha$的值是 ( )

A.1或-1 B.$\frac{2}{5}$或$-\frac{2}{5}$ C.1或$-\frac{2}{5}$ D.-1或$\frac{2}{5}$

11.把函数$y=\cos\left(x+\frac{4\pi}{3}\right)$的图象向右平移$\varphi$个单位,所得到的函数图象正好关于$y$轴对称,则$\varphi$的最小值是 ( )

A.$\frac{4\pi}{3}$ B.$\frac{2\pi}{3}$ C.$\frac{\pi}{3}$ D.$\frac{5\pi}{3}$

12.已知$\cos(\pi+\alpha)=-\frac{1}{2}$,$\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$,则$\sin(2\pi-\alpha)$等于 ( )

A.$\frac{1}{2}$ B.$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$ D.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.函数$y=\left|2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right|$的最小正周期是________.

14.已知$-990°<\alpha<-630°$,且α与120°角的终边相同,则$\alpha=$________.

15.已知A、B、C、D是圆内接四边形$ABCD$的四个内角,那么下列说法:

①$\sin A=\sin B$;②$\sin A=\sin C$;③$\cos A=\cos C$;④$\cos(A+B+C)=\cos D$.其中一定正确的是________.

16.若$f(x)=x^2+bx+c$对任意实数x都有$f(1+x)=f(1-x)$,则$f(\cos 1)$与$f(\cos\sqrt{2})$的大小关系是________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)已知θ是第一象限的角,且$\sqrt{\sin^2\frac{\theta}{2}}=-\sin\frac{\theta}{2}$,试确定$\frac{\theta}{2}$所在的象限.

18.(本小题满分12分)已知$\frac{\tan\alpha}{\tan\alpha-1}=-1$,求下列各式的值:

(1)$\frac{\sin\alpha-3\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$;

(2)$\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2$.

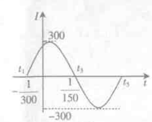
19.(本小题满分12分)在扇形AOB中,$\angle AOB=90°$,弧$AB=l$,求此扇形的内切圆的面积.

20.(本小题满分12分)已知$\sin(3\pi-\alpha)=\sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)$,$\sqrt{3}\cos(-\alpha)=-\sqrt{2}\cos(\pi+\beta)$,且$0<\alpha<\pi$,$0<\beta<\pi$,求$\alpha$与$\beta$.

21.(本小题满分12分)如图,表示电流I与时间t的函数关系式$I=A\sin(\omega x+\varphi)$在同一周期内的图象.

(1)根据图象写出$I=A\sin(\omega x+\varphi)$的解析式;

(2)为了使式$I=A\sin(\omega T+\varphi)$中$t$在任意一段$\frac{1}{100}s$的时间内电流$I$能同时取得最大值和最小值,那么正整数$\omega$的最小值是多少?



22.(本小题满分14分)设函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(-\pi<\varphi<0)$,$y=f(x)$的图象的一条对称轴是直线$x=\frac{\pi}{8}$.

(1)求φ的值;

(2)求函数$y=f(x)$的单调递增区间;

(3)画出函数$y=f(x)$在区间$[0,\pi]$上的图象.

○/////○/////○密○封○装○订○线○/////○/////○

密封线内不要答题

18.(本小题满分12分)函数$f(x)=a\sin\left(kx+\frac{\pi}{3}\right)$和$g(x)=b\tan\left(kx-\frac{\pi}{3}\right)(k>0)$的周期之和为$\frac{3\pi}{2}$，且$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=g\left(\frac{\pi}{2}\right)$，$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{3}\,g\left(\frac{\pi}{4}\right)+1$，求这两个函数，并求$g(x)$的单调递增区间.

19.(本小题满分12分)设$a>0$，$0\leqslant x<2\pi$，若函数$y=\cos^2x-a\sin x+b$的最大值为0，最小值为-4，试求a与b的值，并求使y取得最大值和最小值时x的值.

20.(本小题满分12分)已知$\sin x+\cos x=m$，($|m|\leqslant\sqrt{2}$，且$|m|\neq 1$)，

(1)求$\sin^3x+\cos^3x$的值；

(2)求$\sin^4x+\cos^4x$的值.

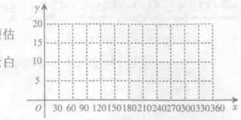
21.(本小题满分12分)下表是某地一年中10天测量的白昼时间统计表.(时间近似到0.1小时)

日期	日期位置序号x	白昼时间y(小时)
1月1日	1	5.6
2月28日	59	10.2
3月21日	80	12.4
4月27日	117	16.4
5月6日	126	17.3
6月21日	172	19.4
8月13日	225	16.4
9月20日	263	12.4
10月25日	298	8.5
12月21日	355	5.4

(1)以日期在365天中的位置序号x为横坐标，白昼时间y为纵坐标，在给定坐标系中画出这些数据的散点图；

(2)试选用一个形如$y=A\sin(\omega x+\varphi)+t$的函数来近似描述一年中白昼时间$y$与日期序号$x$之间的函数关系；【注：①求出所选用的函数关系式；②一年按365天计算】

(3)用(2)中的函数模型估计该地一年中大约有多少天白昼时间大于15.9小时.



22.(本小题满分14分)(1)求函数$y=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{2}{3}x\right)$的单调区间.

(2)判断下列函数的奇偶性：

①$f(x)=|\sin 2x|-x\tan x$；

②$f(x)=\log_2\frac{1+\sin x}{\cos x}$.

学号________ 姓名________ 班级________ 学校________
密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(三)

第二章　平面向量　A卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.设O为等边三角形ABC的中心,则向量$\overrightarrow{AO}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$是　(　　)

A.共线向量　B.平行向量

C.模相等的向量　D.相等向量

2.设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$是平面向量,下列说法中:

(1)$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$;(2)$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$;

(3)$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2-2|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{b}|^2$;(4)若$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,则$\boldsymbol{a}=0$或$\boldsymbol{b}=0$.

正确的个数是　(　　)

A.3个　B.2个　C.1个　D.4个

3.在四边形$ABCD$中,$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$,$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$,则四边形$ABCD$是　(　　)

A.直角梯形　B.菱形

C.矩形　D.正方形

4.已知向量$\overrightarrow{OM}=(3,-2)$,$\overrightarrow{ON}=(-5,-1)$,则$\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$等于　(　　)

A.(8,1)　B.(-8,1)　C.$\left(4,-\frac{1}{2}\right)$　D.$\left(-4,\frac{1}{2}\right)$

5.若以$\boldsymbol{a}=(-1,2)$,$\boldsymbol{b}=(1,-1)$为基底表示$\boldsymbol{c}=(3,-2)$,则　(　　)

A.$\boldsymbol{c}=4\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　B.$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b}$　C.$\boldsymbol{c}=4\boldsymbol{b}$　D.$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$

6.设向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$的模分别为6和5,夹角为120°,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$等于　(　　)

A.$\frac{2}{3}$　B.$-\frac{2}{3}$　C.$\sqrt{91}$　D.$\sqrt{31}$

7.设AD,BE分别是$\triangle ABC$的边BC、AC上的中线,且$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BE}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{BC}$等于　(　　)

A.$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　B.$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{4}{3}\boldsymbol{b}$

C.$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　D.$-\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$

8.若$\boldsymbol{a}=(2,3)$,$\boldsymbol{b}=(-4,7)$,则$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$方向上的投影为　(　　)

A.$\sqrt{3}$　B.$\frac{\sqrt{13}}{5}$　C.$\frac{\sqrt{65}}{5}$　D.$\sqrt{65}$

9.已知向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为120°,$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{13}$,则$|\boldsymbol{b}|$等于　(　　)

A.5　B.4　C.3　D.1

10.已知向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,且$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{BC}=-5\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CD}=7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$,则一定共线的三点是　(　　)

A.A、B、D　B.A、B、C　C.B、C、D　D.A、C、D

11.在平行四边形$ABCD$中,已知$\overrightarrow{AB}=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$,,$\overrightarrow{AC}=7\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$,$\overrightarrow{AD}=3\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$,则四边形$ABCD$的面积是　(　　)

A.20　B.$10\sqrt{13}$　C.45　D.30

12.若O为$\triangle ABC$所在平面内的一点,且满足$(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC})\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OA})=0$,则$\triangle ABC$的形状为　(　　)

A.正三角形　B.等腰三角形

C.直角三角形　D.A、B、C均不是

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.若向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$共线,$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$________.

14.已知向量$\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}=(2,-1)$共线,且$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-18$,则向量$\boldsymbol{b}$的坐标为________.

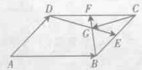
15.以原点和点$A(4,2)$为顶点作等腰直角三角形OAB,$\angle OBA=90°$,则向量$\overrightarrow{AB}$的坐标为________.

16.设向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为θ,且$\boldsymbol{a}=(3,3)$,$2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=(-1,1)$,则$\cos\theta=$________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)已知A、B、C三点的坐标分别为$(-2,1)$、$(2,-1)$、$(0,1)$,且$\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{CA}$,$\overrightarrow{CQ}=2\overrightarrow{CB}$,求向量$\overrightarrow{PQ}$的坐标.

18.(本小题满分12分)如图，平行四边形$ABCD$中，E、F分别是BC、DC的中点，G为DE交BF的交点，若$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，试以$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$为基底表示$\overrightarrow{DE}$、$\overrightarrow{BF}$、$\overrightarrow{CG}$.



19.(本小题满分12分)已知$A(1,2)$、$B(2,3)$、$C(-2,5)$，试判断$\triangle ABC$的形状，并给出证明.

20.(本小题满分12分) 已知$\boldsymbol{c}=m\boldsymbol{a}+n\boldsymbol{b}=(-2\sqrt{3},2)$，$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{c}$垂直，$\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{c}$的夹角为120°，且$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=-4$，$|\boldsymbol{a}|=2\sqrt{2}$，求实数$m$，$n$的值及$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角$\theta$.

21.(本小题满分12分)已知$\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-3,2)$，当k为何值时，

(1)$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$垂直？

(2)$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$平行？平行时它们是同向还是反向？

22.(本小题满分14分)平面内有向量$\overrightarrow{OA}=(1,7)$，$\overrightarrow{OB}=(5,1)$，$\overrightarrow{OP}=(2,1)$，点$X$为直线$OP$上的一个动点.

(1)当$\overrightarrow{XA}\cdot\overrightarrow{XB}$取最小值时，求$\overrightarrow{OX}$的坐标；

(2)当点X满足(1)的条件和结论时，求$\cos\angle AXB$的值.

○ / / / / / / ○ / / / / / / ○ 密 ○ 封 ○ 装 ○ 订 ○ 线 ○ / / / / / / ○ / / / / / / ○

密封线内不要答题

高中数学同步测试卷(四)

第二章 平面向量 B卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.已知$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$都是单位向量,下列结论正确的是 ( )

A.$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$ B.$\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2$ C.$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}\Rightarrow\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ D.$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$

2.已知$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$均为单位向量,它们的夹角为60°,那么$|\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}|$ ( )

A.$\sqrt{7}$ B.$\sqrt{10}$ C.$\sqrt{13}$ D.4

3.已知$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$是非零向量且满足$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,$(\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$,则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角是 ( )

A.$\frac{\pi}{6}$ B.$\frac{\pi}{3}$ C.$\frac{2\pi}{3}$ D.$\frac{5\pi}{6}$

4.已知点$A(1,0)$、$B(5,-2)$、$C(8,4)$、$D(4,6)$,则四边形$ABCD$为( )

A.正方形 B.菱形 C.梯形 D.矩形

5.已知向量$|\boldsymbol{a}|=5$,且$\boldsymbol{a}=(3,x-1)$,$x\in\mathbf{N}^*$,则与向量$\boldsymbol{a}$垂直的单位向量是 ( )

A.$\left(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$ B.$\left(-\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

C.$\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$或$\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$ D.$\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$或$\left(-\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

6.已知$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$,$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为90°,且$\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{d}=k\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{d}$,则$k$的值为 ( )

A.-6 B.6 C.3 D.-3

7.已知向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(-2,-4)$,$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{5}$,若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\frac{5}{2}$,则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{c}$的夹角为 ( )

A.30° B.60° C.120° D.150°

8.若三点$A(2,3)$、$B(3,a)$、$C(4,b)$共线,则有 ( )

A.$a=3$,$b=-5$ B.$a-b+1=0$

C.$2a-b=3$ D.$a-2b=0$

9.已知向量集合$M=\{\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}=(1,2)+\lambda(3,4),\lambda\in\mathbf{R}\}$,$N=\{\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}=(-2,-2)+\lambda(4,5),\lambda\in\mathbf{R}\}$,则$M\cap N$等于 ( )

A.$\{(1,1)\}$ B.$\{(1,1),(-2,-2)\}$

C.$\{(-2,-2)\}$ D.$\varnothing$

10.已知O是三角形ABC所在平面内一点,且满足$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{OA}+|\overrightarrow{BC}|^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{AC}|^2$,则$O$点 ( )

A.在与AB边垂直的直线上

B.在角C平分线所在的直线上

C.在AB边中线所在的直线上

D.是$\triangle ABC$的外心

11.设$0\leqslant\theta<2\pi$,已知两个向量$|\overrightarrow{OP_1}|=(\cos\theta,\sin\theta)$,$\overrightarrow{OP_2}=(2+\sin\theta,2-\cos\theta)$,则$|\overrightarrow{P_1P_2}|$的最大值是 ( )

A.$\sqrt{2}$ B.$\sqrt{3}$ C.$3\sqrt{2}$ D.$2\sqrt{3}$

12.已知$\triangle ABC$中,点D在BC边上,且$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DB}$,$\overrightarrow{CD}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$,则$r+s$的值是 ( )

A.$\frac{2}{3}$ B.$\frac{4}{3}$ C.-3 D.0

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.已知三点$P_0(0,1)$、$P_1(1,2)$、$P_2(1,1)$,则$\boldsymbol{a}=\overrightarrow{P_0P_1}$与$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{P_0P_2}$的夹角为________.

14.在矩形$ABCD$中,设$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{AB}=(a,0)$,$\overrightarrow{AD}=(0,b)$,当$\overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{DE}$时,求$\frac{|a|}{|b|}$的值为________.

15.已知向量$\boldsymbol{m}=(a,b)$,$\boldsymbol{n}=(c,d)$,$\boldsymbol{p}=(x,y)$,定义新运算$\boldsymbol{m}*\boldsymbol{n}=(ac+bd,ad+bc)$,其中等式右边是通常的加法和乘法运算,如果对于任意向量$\boldsymbol{m}$都有$\boldsymbol{m}*\boldsymbol{p}=\boldsymbol{m}$成立,则向量$\boldsymbol{p}=$________.

16.设向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$满足$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$,$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.若$|\boldsymbol{a}|=1$,则$|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2+|\boldsymbol{c}|^2$的值是________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明.证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)设$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$分别是x轴、y轴正方向上的两个单位向量,在同一条直线上有A、B、C三点,$\overrightarrow{OA}=-2\boldsymbol{i}+m\boldsymbol{j}$,$\overrightarrow{OB}=n\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$,$\overrightarrow{OC}=5\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}$,若$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$互相垂直,求实数$m$,$n$的值.

18.(本小题满分12分)已知在$\triangle ABC$中,$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|$,且$2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}+|\overrightarrow{AB}|^2=0$,判断$\triangle ABC$的形状.

19.(本小题满分12分)已知在$\triangle ABC$中,点M是BC的中点,点N在边AC上,且$AN=2NC$,AM与BN相交于点P,求AP与PM的比值.

20.(本小题满分12分)(1) 在直角三角形ABC中,$\angle ACB=90°$,$AB=5$,$AC=4$,求$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$的值;

(2)若$\boldsymbol{a}=(3,-4)$,$\boldsymbol{b}=(2,1)$,试求$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})$.

21.(本小题满分12分)四边形$ABCD$是正方形,P是对角线BD上的一点,E、F分别是BC、CD上的点,且四边形$PECF$是矩形,用向量法证明:(1)$PA=EF$;(2)$PA\perp EF$.

22.(本小题满分14分)如图4-1,在Rt$\triangle ABC$中,已知$BC=a$,若长为$2a$的线段PQ以点A为中点,问$\overrightarrow{PQ}$与$\overrightarrow{BC}$的夹角θ取何值时,$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}$的值最大?并求出这个最大值.

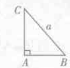


图 4-1

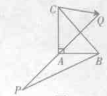


图 4-2

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(五)

第三章　三角恒等变换　A卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.sin163°sin223°+sin197°sin137°等于　(　　)

A.$-\frac{1}{2}$　B.$\frac{1}{2}$　C.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　D.$\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.$\left(\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{6}\right)\left(\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}\right)=$　(　　)

A.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B.$-\frac{1}{2}$　C.$\frac{1}{2}$　D.$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.设$0\leqslant x\leqslant 2\pi$,且$\sqrt{1-\sin 2x}=\sin x-\cos x$,则　(　　)

A.$0\leqslant x\leqslant\pi$　B.$\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{4}$

C.$\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{4}$　D.$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}$

4.在$\triangle ABC$中,若$\sin A\sin B<\cos A\cos B$,则三角形的外心位于　(　　)

A.三角形外部　B.三角形内部

C.三角形一边上　D.不能确定

5.已知$180°<\alpha<270°$,且$\sin(270°+\alpha)=\frac{4}{5}$,则$\tan\frac{\alpha}{2}$的值为　(　　)

A.3　B.2　C.-2　D.-3

6.化简$\frac{1+\tan15°}{1-\tan15°}$等于　(　　)

A.$\sqrt{3}$　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　C.3　D.1

7.在$\triangle ABC$中,若$2\cos B\sin A=\sin C$,则$\triangle ABC$的形状是　(　　)

A.等腰直角三角形　B.直角三角形

C.等腰三角形　D.等边三角形

8.已知函数$y=\sin\left(x-\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$,则下列判断正确的是　(　　)

A.此函数最小正周期为2π,其图象的一个对称中心是$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$

B.此函数最小正周期为π,其图象的一个对称中心是$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$

C.此函数最小正周期为2π,其图象的一个对称中心是$\left(\frac{\pi}{6},0\right)$

D.此函数最小正周期为π,其图象的一个对称中心是$\left(\frac{\pi}{6},0\right)$

9.已知$f(x)=\sqrt{1-x}$,则当$\theta\in\left(\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right)$时,$f(\sin2\theta)-f(-\sin2\theta)$的值是　(　　)

A.$2\sin\theta$　B.$2\cos\theta$　C.$-2\sin\theta$　D.$-2\cos\theta$

10.α,β是锐角,且$\alpha+\beta=\frac{2\pi}{3}$,则$\cos^2\alpha+\cos^2\beta$的取值范围　(　　)

A.$\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$　B.$\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$　C.$\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right]$　D.$\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$

11.函数$y=\frac{1-\cos x}{\sin x}$的周期是　(　　)

A.$\frac{\pi}{2}$　B.π　C.2π　D.4π

12.设$a=\sin14°+\cos14°$,$b=\sin16°+\cos16°$,$c=\frac{\sqrt{6}}{2}$,则a,b,c的大小关系是　(　　)

A.$a<b<c$　B.$a<c<b$　C.$b<c<a$　D.$b<a<c$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.$\tan70°+\tan50°-\sqrt{3}\tan70°\tan50°$的值是________.

14.若$\cos\alpha=\frac{1}{7}$,则$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,则$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=$________.

15.已知$x\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$,$\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-\frac{3}{5}$,则$\cos2x=$________.

16.$\frac{2\sin50°+\sin80°(1+\sqrt{3}\tan10°)}{\sqrt{1+\cos10°}}=$________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)设$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$,$\tan\beta=\frac{1}{3}$,$\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$,$0<\beta<\frac{\pi}{2}$,求$\alpha-\beta$的值.

18.(本小题满分12分)已知$\alpha,\beta\in(0,\pi)$,且$\tan\alpha,\tan\beta$是方程$x^2-5x+6=0$的两根.

(1)求$\alpha+\beta$的值;

(2)求$\cos(\alpha-\beta)$的值.

19.(本小题满分12分)已知$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$,$0<\beta<\frac{\pi}{4}$,$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=-\frac{3}{5}$,$\sin\left(\frac{3\pi}{4}+\beta\right)=\frac{5}{13}$,求$\sin(\alpha+\beta)$的值.

20.(本小题满分12分)已知函数$f(x)=-\sqrt{3}\sin^2x+\sin x\cos x$,

(1)求$f\left(\frac{25\pi}{6}\right)$的值;

(2)设$x\in(0,\pi)$,$f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$,求$\sin\alpha$的值.

21.(本小题满分12分)已知函数$f(x)=\sin(x+\theta)+\cos(x+\theta)$的定义域为**R**.

(1)当$\theta=\frac{\pi}{2}$时,求函数的单调递减区间;

(2)若$\theta\in(0,\pi)$,则当θ为何值时函数为偶函数.

22.(本小题满分14分)已知函数$f(x)=a\sin x\cos x-\sqrt{3}a\cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}a+b$,$a>0$.

(1)写出函数的单调递减区间;

(2)设$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$,$f(x)$的最小值是$-2$,最大值是$\sqrt{3}$,求实数$a,b$的值.

/ / / / / ○ / / / / / / ○ 密 ○ 封 ○ 装 ○ 订 ○ 线 ○ / / / / / / ○ / / / / / / ○

密封线内不要答题

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(六)

第三章　三角恒等变换　B卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.化简$\sin(A-B)\cos B+\cos(B-A)\sin B$的结果应为　(　　)

A.1　　B.$\cos A$　　C.$\sin A$　　D.$\sin A\cos B$

2.设$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,若$\sin\alpha=\frac{3}{5}$,则$\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$等于　(　　)

A.$\frac{7}{5}$　　B.$\frac{1}{5}$　　C.$-\frac{7}{5}$　　D.$-\frac{1}{2}$

3.函数$y=\cos 2x+\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$是　(　　)

A.只有最小值的奇函数

B.只有最大值的偶函数

C.既有最大值,又有最小值的偶函数

D.既有最大值,又有最小值的非奇非偶函数

4.已知$\cos\alpha=\frac{2}{3}$,$270°<\alpha<360°$,那么$\cos\frac{\alpha}{2}$的值为　(　　)

A.$\frac{\sqrt{6}}{6}$　　B.$-\frac{\sqrt{6}}{6}$　　C.$\frac{\sqrt{30}}{6}$　　D.$-\frac{\sqrt{30}}{6}$

5.函数$y=\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)+\cos 2x$的最小正周期是　(　　)

A.$\frac{\pi}{2}$　　B.π　　C.2π　　D.4π

6.已知$\tan\alpha\tan\beta=\frac{1}{4}$,那么$\frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{\sin^2\alpha\sin^2\beta}$的值为　(　　)

A.-15　　B.15　　C.$\frac{15}{4}$　　D.$-\frac{15}{4}$

7.$(1+\tan21°)(1+\tan22°)(1+\tan23°)(1+\tan24°)$的值是　(　　)

A.16　　B.8　　C.4　　D.2

8.已知θ是第三象限角,若$\sin^4\theta+\cos^4\theta=\frac{5}{9}$,那么$\sin2\theta$等于　(　　)

A.$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B.$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C.$\frac{2}{3}$　　D.$-\frac{2}{3}$

9.把函数$y=\sqrt{3}\cos x-\sin x$的图象向左平移$m(m>0)$个单位,所得的图象关于y轴对称,则m的最小正值是　(　　).

A.$\frac{\pi}{6}$　　B.$\frac{\pi}{3}$　　C.$\frac{2\pi}{3}$　　D.$\frac{5\pi}{6}$

10.若$a=\tan100°$,$b=\tan25°$,$c=\tan55°$,则a,b,c之间应有关系　(　　)

A.$a+b+c=abc$　　B.$ab+bc+ca=1$

C.$ab+bc+ca=a+b+c$　　D.$ab+bc+ca=a^2+b^2+c^2$

11.已知不等式$f(x)=3\sqrt{2}\sin\frac{x}{4}\cos\frac{x}{4}+\sqrt{6}\cos^2\frac{x}{4}-\frac{\sqrt{6}}{2}-m\leqslant0$对于任意的$-\frac{5\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$恒成立,则实数$m$的取值范围是　(　　)

A.$m\geqslant\sqrt{3}$　　B.$m\leqslant\sqrt{3}$

C.$m\leqslant-\sqrt{3}$　　D.$-\sqrt{3}\leqslant m\leqslant\sqrt{3}$

12.设$\alpha,\beta,\gamma\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,且$\sin\alpha+\sin\gamma=\sin\beta$,$\cos\beta+\cos\gamma=\cos\alpha$,则$\beta-\alpha$等于　(　　)

A.$\frac{\pi}{6}$　　B.$-\frac{\pi}{3}$　　C.$\frac{\pi}{3}$　　D.$-\frac{\pi}{3}$或$\frac{\pi}{3}$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.已知$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,则$\sin2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$________.

14.已知$\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$,$\cos(\alpha-\beta)=\frac{1}{5}$,则$\tan\alpha\tan\beta=$________.

15.函数$y=\cos\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$的最大值是________.

16.$\sin(\theta+75°)+\cos(\theta+45°)-\sqrt{3}\cos(\theta+15°)$的值为________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)若函数$f(x)=\frac{1+\cos2x}{4\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}-a\sin\frac{x}{2}\cos\left(\pi-\frac{x}{2}\right)$的最大值为2,试确定常数$a$的值.

18.(本小题满分12分)在锐角$\triangle ABC$中,角A、B、C所对的边分别为a,b,c,已知$\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,求$\tan^2\frac{B+C}{2}+\sin^2\frac{A}{2}$的值.

19.(本小题满分12分)已知$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=-\frac{1}{2}$,试求式子$\frac{\sin 2\alpha-2\cos^2\alpha}{1+\tan\alpha}$的值.

20.(本小题满分12分)已知$\boldsymbol{a}=(-\sqrt{3}\sin\omega x,\cos\omega x)$,$\boldsymbol{b}=(\cos\omega x,\cos\omega x)$,$\omega>0$,令函数$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$,且$f(x)$的最小正周期为$\pi$.

(1)求ω的值;

(2)求$f(x)$的单调区间.

21.(本小题满分12分)已知$0<x<\frac{\pi}{4}$,$\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{5}{13}$,求$\frac{\cos 2x}{\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}$的值.

22.(本小题满分14分)已知$x\in\mathbf{R}$,$f(x)=\frac{1}{2}\sin^2 x\left(\frac{1}{\tan\frac{x}{2}}-\tan\frac{x}{2}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$.

(1)若$0<x<\frac{\pi}{2}$,求$f(x)$的单调的递减区间;

(2)若$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$,求x的值.

密○封○装○订○线

密封线内不要答题

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(七)

必修4综合测试　A卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.若$\cos\theta>0$,且$\sin2\theta<0$,则角θ的终边所在象限是　(　　)

A.第一象限　B.第二象限

C.第三象限　D.第四象限

2.$\sin113°\cos22°+\sin203°\sin158°$的值为　(　　)

A.$\frac{1}{2}$　B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　D.1

3.函数$y=-2\cos^2\pi x$的最小正周期是　(　　)

A.1　B.2　C.π　D.2π

4.已知$x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$,$\cos x=\frac{4}{5}$,则$\tan2x$等于　(　　)

A.$\frac{7}{24}$　B.$-\frac{7}{24}$　C.$\frac{24}{7}$　D.$-\frac{24}{7}$

5.函数$y=\frac{\sin x}{|\sin x|}+\frac{|\cos x|}{\cos x}+\frac{\tan x}{|\tan x|}$的值域是　(　　)

A.{-1,0,1,3}　B.{-1,0,3}

C.{-1,3}　D.{-1,1}

6.函数$y=\log_{\frac{1}{2}}(\sin x\cos x)$的递减区间是　(　　)

A.$\left(k\pi,k\pi+\frac{\pi}{4}\right),k\in\mathbf{Z}$　B.$\left(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right),k\in\mathbf{Z}$

C.$\left[k\pi+\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$　D.以上都不对

7.若$0<x<\frac{\pi}{2}$,则$2x$与$3\sin x$的大小关系是　(　　)

A.$2x>3\sin x$　B.$2x<3\sin x$

C.$2x=3\sin x$　D.与x的取值有关

8.把函数$y=3\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|\leq\pi)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位,再将图象上的所有点的横坐标伸长到原来的2倍(纵坐标不变),所得图象的解析式为$y=3\sin x$,则　(　　)

A.$\omega=2,\varphi=\frac{\pi}{6}$　B.$\omega=2,\varphi=-\frac{\pi}{3}$

C.$\omega=\frac{1}{2},\varphi=\frac{\pi}{6}$　D.$\omega=\frac{1}{2},\varphi=\frac{\pi}{2}$

9.平行四边形$ABCD$三个顶点的坐标分别为$A(-2,1)$,$B(-1,3)$,$C(3,4)$,则顶点D的坐标为　(　　)

A.(2,1)　B.(2,2)　C.(1,2)　D.(2,3)

10.在平行四边形$ABCD$中,已知$\overrightarrow{AB}=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$,$\overrightarrow{AC}=7\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$,$\overrightarrow{AD}=3\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$,则四边形$ABCD$的面积是　(　　)

A.20　B.$10\sqrt{3}$　C.45　D.30

11.已知$f(x)$是偶函数,$g(x)$是奇函数,且$f(x)+g(x)=2\cos x-4\tan x+6\sin x$,则$g\left(\frac{\pi}{3}\right)$的值是　(　　)

A.$\sqrt{3}$　B.$-\sqrt{3}$　C.-2　D.$\frac{3}{2}$

12.在$\triangle ABC$中,若$(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})\cdot(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB})=0$,则$\triangle ABC$为　(　　)

A.正三角形　B.直角三角形

C.等腰三角形　D.无法确定

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.已知两个向量$\boldsymbol{m}=(a,b)$,$\boldsymbol{n}=(c,d)$,定义$\boldsymbol{m}\odot\boldsymbol{n}=\left(\frac{a-c}{b+d},ac-bd\right)$,若$\boldsymbol{m}=(2,6)$,$\boldsymbol{n}=(1,5)$,则$\boldsymbol{m}\odot\boldsymbol{n}=$________.

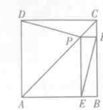
14.若方程$2\cos2x+4\sin x+k=0$有解,那么实数k的取值范围是________.

15.有两个向量$\boldsymbol{e}_1=(1,0)$,$\boldsymbol{e}_2=(0,1)$,今有动点P,从$P_0(1,2)$开始沿着与向量$\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$相同的方向做匀速直线运动,速度为$|\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2|$;另一动点$Q$从$Q_0(-2,-1)$开始沿着与向量$3\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2$相同的方向做匀速直线运动,速度为$|3\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2|$,设$P$、$Q$在$t=0$秒时分别在$P_0$、$Q_0$处,则当$\overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{P_0Q_0}$时,$t=$________秒.

16.已知函数$f(x)=A\sin(2x+\varphi)(A>0)$,且对任意的实数$x$满足$f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=f\left(\frac{\pi}{12}-x\right)$,则$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$的值为________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)如图所示,已知正方形$ABCD$,点P为对角线AC上的任一点,$PE\perp AB$于点E,$PF\perp BC$于点F,连结DP、EF,用向量知识证明:$DP\perp EF$.



18.(本小题满分12分)已知$\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\tan\beta=\frac{1}{2}$.

(1)求$\sin\alpha$的值；

(2)求$\tan(\alpha-\beta)$的值.

19.(本小题满分12分)求证：$\frac{1+\sin4\theta-\cos4\theta}{2\tan\theta}=\frac{1+\sin4\theta+\cos4\theta}{1-\tan^2\theta}$.

20.(本小题满分12分)(1)已知$|\boldsymbol{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=61$，求$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角$\theta$；

(2)设$\overrightarrow{OA}=(2,5)$，$\overrightarrow{OB}=(3,1)$，$\overrightarrow{OC}=(6,3)$，在$\overrightarrow{OC}$上是否存在点$M$，使$\overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{MB}$，若存在，求出点$M$的坐标；若不存在，请说明理由.

21.(本小题满分12分)已知A、B、C三点的坐标分别是$A(3,0)$，$B(0,3)$，$C(\cos\alpha,\sin\alpha)$，其中$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{2}$.

(1)若$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$，求$\alpha$的值；

(2)若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=-1$，求$\frac{2\sin^2\alpha+\sin2\alpha}{1+\tan\alpha}$的值.

22.(本小题满分14分)已知向量$\boldsymbol{a}=(\sin x,\cos x)$，$\boldsymbol{b}=(\sin x,-\sqrt{3}\sin x)$.

(1)求函数$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$的单调递增区间；

(2)$f(x)$的图象能否由$y=\sin x$的图象变换得到，若能，请写出变换过程；若不能，请说明理由.

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(八)

必修④综合测试　B卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.若角α满足$\sin2\alpha<0$,$\cos\alpha-\sin\alpha<0$,则α在　(　　)

A.第一象限　　B.第二象限

C.第三象限　　D.第四象限

2.已知四边形$ABCD$是正方形,E是DC的中点,且$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{BE}$等于　(　　)

A.$\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$　　B.$\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$　　C.$\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　D.$\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

3.已知θ是第二象限角,则$\sqrt{\sin^2\theta-\sin^4\theta}$可化简为　(　　)

A.$\sin\theta\cos\theta$　　B.$-\sin\theta\cos\theta$　　C.$\sin2\theta$　　D.$-\sin2\theta$

4.若α,β是锐角,且$\sin(\alpha+\beta)=2\sin\alpha$,则$\alpha,\beta$的大小关系是　(　　)

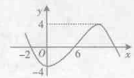
A.$\alpha=\beta$　　B.$\alpha<\beta$　　C.$\alpha>\beta$　　D.以上都有可能

5.已知四边形$ABCD$是菱形,点P在对角线AC上(不包括A、C),则$\overrightarrow{AP}$等于　(　　)

A.$\lambda(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$,$\lambda\in(0,1)$　　B.$\lambda(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$,$\lambda\in\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C.$\lambda(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})$,$\lambda\in(0,1)$　　D.$\lambda(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$,$\lambda\in\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

6.函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2},x\in\mathbf{R}\right)$的部分图象如图所示,在函数关系式为　(　　)



A.$y=-4\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4}\right)$　　B.$y=4\sin\left(\frac{\pi}{8}x-\frac{\pi}{4}\right)$

C.$y=-4\sin\left(\frac{\pi}{8}x-\frac{\pi}{4}\right)$　　D.$y=4\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\frac{\pi}{4}\right)$

7.已知$\overrightarrow{OA}=(1,-3)$,$\overrightarrow{OB}=(-1,3)$,要使$|t\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|$的值最小,则$t$的值为　(　　)

A.-1　　B.1　　C.$\sqrt{2}$　　D.$-\sqrt{2}$

8.函数$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)}$的单调增区间是　(　　)

A.$\left[k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{4}\right](k\in\mathbf{Z})$

B.$\left[k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

C.$\left[k\pi+\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{3\pi}{4}\right](k\in\mathbf{Z})$

D.$\left[k\pi+\frac{\pi}{4},k\pi+\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

9.以原点O及点$A(5,2)$为顶点作等腰直角三角形OAB,使$\angle OAB=90°$,则$\overrightarrow{AB}$的坐标为　(　　)

A.$(2,-5)$　　B.$(-2,5)$或$(2,-5)$

C.$(-2,5)$　　D.$(7,-3)$或$(3,7)$

10.已知物体在共点力$\boldsymbol{F}_1=(\lg2,\lg2)$,$\boldsymbol{F}_2=(\lg2,\lg5)$的作用下产生位移$\boldsymbol{S}=(1,2\lg5)$,则共点力对物体做的功$W$为　(　　)

A.2　　B.1　　C.lg5　　D.lg2

11.锐角三角形的内角A、B满足$\tan A-\frac{1}{\sin2A}=\tan B$,则有　(　　)

A.$\sin2A-\cos B=0$　　B.$\sin2A+\cos B=0$

C.$\sin2A-\sin B=0$　　D.$\sin2A+\sin B=0$

12.$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$的图象的一条对称轴是　(　　)

A.$x=\frac{\pi}{4}$　　B.$x=\frac{\pi}{2}$　　C.$x=\frac{3\pi}{2}$　　D.$x=\pi$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.在$\triangle ABC$中,已知$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=4$,且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=8$,则这个三角形的形状是________.

14.设$f(x)$是定义域为$\mathbf{R}$,最小正周期为$\frac{3\pi}{2}$的函数,若$f(x)=\begin{cases}\cos x\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant0\right),\\ \sin x(0\leqslant x\leqslant\pi),\end{cases}$则$f\left(-\frac{15\pi}{4}\right)=$________.

15.已知$\cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}$,$\cos(\alpha-\beta)=\frac{1}{2}$,则$\log_5(\tan\alpha\cdot\tan\beta)=$________.

16.已知$\tan(\alpha-\beta)=\frac{1}{2}$,$\tan\beta=-\frac{1}{7}$,$\alpha,\beta\in(0,\pi)$,则$2\alpha-\beta=$________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)角α的终边上的点P与$A(a,b)$关于x轴对称$(a\neq0,b\neq0)$,角β的终边上的点Q与A关于直线$y=x$对称,求$\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}+\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}-\frac{1}{\cos\alpha\sin\beta}$的值.

第一卷

命题明细

序号	考查知识点	题号	分值
1	函数的基本概念等	1,5,17	22
2	三角函数求值、计算	2,4,6,8,10,12,14,15,18,19,20	74
3	三角函数的性质	3,7,13,16	18
4	三角函数的图象平移变换	9,11,21	22
5	三角函数的性质的综合考查	22	14

一、选择题

1. D　**解析**　A 的反例:α 与 $\alpha+2\pi$ 终边相同但不相等. B 的反例:390°角属于第一象限角,但不是锐角. C 的反例:100°角的终边在第二象限,390°角的终边在第一象限,而 $100°<390°$.

命题立意　考查三角函数中有关角的基本概念.

2. D　**解析**　$\sin600°=\sin(360°+240°)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

命题立意　考查利用诱导公式求值.

3. A　**解析**　$\sin|-x|=\sin|x|$,所以 $y=\sin|x|$ 为偶函数.

命题立意　考查三角函数的奇偶性. 利用定义求解是解决问题的关键.

4. C　**解析**　设正三角形 ABC 是半径为 r 的圆 O 的内接三角形,因为 $AB=\sqrt{3}r$,所以弧长 $l=\sqrt{3}r$. 所以 $\alpha=\frac{l}{r}=\frac{\sqrt{3}r}{r}=\sqrt{3}$.

命题立意　考查弧长公式的变形以及应用.

5. B　**解析**　α 是第二象限角,则 2α 是第三或四象限角. 而 $k\pi+\frac{\pi}{4}<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{\pi}{2}$,所以 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一或三象限角,只有 $\tan\frac{\alpha}{2}>0$.

命题立意　考查象限角的符号以及分类讨论的思想.

6. B　**解析**　由 $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha=-\frac{3}{5}$,得 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$. α 是第四象限角,所以 $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\frac{4}{5}$, $\sin(-2\pi+\alpha)=\sin\alpha=-\frac{4}{5}$.

命题立意　考查三角函数的诱导公式以及同角三角函数的基本关系式.

7. C　**解析**　$y=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)-\sin\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{6}+x\right)\right]=\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$.

因为 $x\in\mathbf{R}$,所以 $y_{\min}=-1$.

命题立意　考查三角函数的诱导公式以及利用三角函数的有界性求最值.

8. C　**解析**　由已知,可得角 x 应是一个钝角,所以 $\cos x$ 为一个负值.

命题立意　考查同角三角函数之间的关系. 观察法往往能够准确快速地求解问题.

9. C　**解析**　$y=\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象左移 $\frac{2\pi}{3}$ 得到 $y=\sin\left[\frac{1}{2}\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)-\frac{\pi}{3}\right]=\sin\frac{1}{2}x$ 的图象.

命题立意　考查三角函数的图象变换. 注意平移是相对于 x 轴而言的.

10. B　**解析**　$m>0$ 时,点 P 在第二象限,$|OP|=5m$,有 $2\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{6m}{5m}+\frac{-4m}{5m}=\frac{2}{5}$;$m<0$ 时,点 P 在第四象限,$|OP|=-5m$,有 $2\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{6m}{-5m}+\frac{-4m}{-5m}=-\frac{2}{5}$.

命题立意　考查利用三角函数的定义求值,注意分类讨论思想方法的应用.

11. B　**解析**　$y=\cos\left(x+\frac{4\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 φ 个单位,得 $y=\cos\left(x+\frac{4\pi}{3}-\varphi\right)$ 的图象. 因为其图象关于 y 轴对称,所以 $\frac{4\pi}{3}-\varphi=k\pi$,当 k 取 1 时,φ 取得最小值为 $\frac{\pi}{3}$.

命题立意　考查三角函数图象的平移以及函数的对称性.

12. C　**解析**　由 $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$,得 $\cos\alpha=\frac{1}{2}$. 由 $\sin(2\pi-\alpha)$ 且 $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$,得 $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=$