军队院校士官数学系列通用教材（中专版）

数学

Mathematics

■ 主编 孔凡田 李彦明 廖毕文 蒋彦

国防工业出版社
National Defense Industry Press

军队院校士官数学系列通用教材（中专版）

数　学

主编　孔凡田　李彦明　廖毕文　蒋　彦

国防工业出版社
National Defense Industry Press

内容简介

本书是为适应士官教育的发展，在总参军训和兵种部院校教学局的指导下，由军队院校数学联席会组织相关院校编写而成的。内容符合国家对中专数学的教学基本要求，满足军队士官不同专业人才的培养需求。本书具有知识结构优化，注重能力培养，叙述通俗易懂，注意与中学知识衔接，反映军队特色，课程设计有弹性，可视不同要求选用等特点。

本书内容包括预备知识、集合与函数、任意角的三角函数、平面直线与二次曲线、复数、数列、极限、导数与微分及其应用、定积分与不定积分及其应用。本书是军队院校士官中专的数学通用教材。

图书在版编目(CIP)数据

数学：中专版/孔凡田等主编．—北京：国防工业出版社，2007.7

（军队院校士官数学系列通用教材）

ISBN 978-7-118-04980-0

Ⅰ.数…　Ⅱ.孔…　Ⅲ.数学课—专业学校—教材　Ⅳ.G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 077999 号

※

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路 23 号　邮政编码 100044）

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×960　1/16　**印张** $17\frac{3}{4}$　**字数** 318 千字

2007 年 7 月第 1 版第 1 次印刷　**印数** 1—8000 册　**定价** 28.00 元

国防书店：(010)68428422　发行邮购：(010)68414474

发行传真：(010)68411535　发行业务：(010)68472764

军队院校士官数学系列通用教材
中专《数学》大专《高等数学》
编委会名单

主编　孔凡田　李彦明　廖毕文　蒋　彦

编者　（以姓氏笔画为序）

于尚易　王　品　王运行　朱志富

严斌辉　杜春彦　吴　忠　谷武扬

季红艳　胡江安　韩黎明　褚仁华

主审　侯云畅

军队院校士官数学系列通用教材
参加编写院校名单

主编院校

空军大连通信士官学校　空军工程大学
武汉军械士官学校　西安通信学院

参编院校（以编者姓氏笔画为序）

海军航空工程学院青岛分院　陆军航空兵学院
第二炮兵青州士官学校　重庆通信学院
空军雷达学院　空军第一航空学院
装备指挥技术学院　海军潜艇学院
武警石家庄指挥学院　军事经济学院襄樊分院
装甲兵技术学院　海军蚌埠士官学校

主审单位　军队院校数学联席会

前言

军队院校士官数学系列通用教材，是在总参军训和兵种部院校教学局的指导下，军队院校数学联席会的具体策划下编写而成的。随着军队体制编制的调整，军事职业教育的加强，为提高士官教学质量，规范士官数学教学成为当务之急。军队院校数学联席会在调研的基础上，组织了 16 所院校的教授，用一年时间编写了该套系列通用教材。

根据院校教学局的指示和调研情况，我们编写士官数学系列通用教材的指导思想是：1. 坚持国家的教学质量标准，教学内容与国家对同类学历层次的数学教学内容相一致。2. 坚持实事求是，从军队的实际需求出发，要适应不同专业人才的培养需求。3. 转变教学思想观念，教材要坚持改革创新，改革教学内容和方法。

军队院校士官数学系列通用教材的主要特点有：

1. 充分考虑到士官数学教学现状和士官学员的知识基础、认知能力，同时又照顾到专业需要和学时限制，在深度、广度上把握“够用”为度的原则，优化知识结构，减少理论推导，弱化计算技巧，注意与中学知识的衔接，增加军队特色，注重能力培养，具有较强的针对性。

2. 为了与国家相应学历层次的教学基本要求接轨，与以往教学内容相比，士官中专数学增加了一元函数微积分（34 学时），大专高等数学增加了空间解析几何与二元函数微积分（30 学时）。

3. 为了满足士官各专业对数学知识的需求，采用模块式结构，安排了 30 学时选学内容，以楷体字排版。其中，中专数学一元函数微积分（20 学时）可供要求较高院校选用，预备知识（14 学时）可供生源基础较差的院校选用，学制为 1＋1的院校一元函数微积分（34 学时）不作要求。大专高等数学无穷级数（20 学时）可供要求较高的院校选用。

按新的“士官数学教学基本要求”，大专高等数学参考学时 120～150，中专

数学参考学时 100～130。教学评估以基本要求为检测要求，以楷体字排版内容不作要求。

本书主编为孔凡田，李彦明。

编者（以姓氏笔画为序）有于尚易，谷武扬，季红艳，胡江安，韩黎明。

全书由军队院校数学联席会、空军工程大学侯云畅主审。

在编写过程中，得到总参军训和兵种部院校教学局袁良斌副局长、徐建一参谋，国防工业出版社程洪彬社长、崔晓莉编辑的大力支持，在此谨向他们表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，加之时间仓促，难免有错误和不当之处，请读者不吝指正。

编 者

2007 年 6 月

目 录

*第一章　预备知识

第二章　集合与函数

第三章　三角函数

第四章　平面解析几何

第五章　复数

第六章　数列

第七章　极限

第八章　导数与微分及其应用

第九章　定积分与不定积分及其应用

第一章 预备知识

> 一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到完善的地步。
>
> ——马克思

在初中，我们学习了代数式、方程、不等式、指数和对数等内容，为了更好地学习后续课程，首先对这方面知识进行简要的复习和拓广.

1.1 代数式

1.1.1 代数式的概念

1. 代数式的定义

用运算符号把数或字母连结而成的式子，称为代数式. 如 ab、$a+b$、$40t$、vt 等. 单独的一个数或者一个字母，如 -31，0，x，也是代数式. 代数式里的每个字母都表示数，因此，数的一些运算规律也适用于代数式.

例 1.1.1 用代数式表示下列各题

(1) x 与 -1 的和的 $\frac{2}{5}$ 倍；　　(2) a 的 $\frac{5}{9}$ 倍加 4；

(3) m 的相反数减 5；　　(4) n 的倒数加 2.

解 (1) $\frac{2}{5}(x-1)$；　　(2) $\frac{5}{9}a+4$；

(3) $-m-5$；　　(4) $\frac{1}{n}+2$.

2. 代数式的分类

由数与字母之积构成的代数式称为**单项式**. 单项式中的数字因数称为单项

式的系数. 如 $2x, ab^3, -x^2yz$ 的系数分别为 $2, 1, -1$.

如果两个单项式的字母及其次数都对应相同，那么，这两个单项式称为同类项. 如 $\frac{3}{2}xy^2$ 与 $-5xy^2$ 是同类项.

几个单项式的和称为**多项式**. 在多项式中，每个单项式称为多项式的项. 一个多项式，含有几项，就称为几项式. 而次数最高的项的次数，就是这个多项式的次数. 例如，$4x-5$ 是一次二项式，$6x^2-2x+7$ 是二次三项式. 其中不含字母的项称为常数项. 例如这里的 -5 和 7 是常数项.

单项式和多项式统称为**整式**.

形如 $\frac{2}{x}, \frac{3a+2}{a^2-1}$ 等的式子称为分式.

整式和分式统称为**有理式**. 此外，还有形如 $\sqrt{x-1}, \frac{\sqrt{x}}{2}$ 等的式子称为**无理式**. 无理式和有理式统称为代数式. 因此，代数式的一般分类为：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

3. 代数式的值

用数值代替代数式里的字母，计算所得的结果，称为代数式的值.

例 1.1.2　当 $a=-2$ 时，求代数式 $2a^3-\frac{1}{2}a^2+3$ 的值.

解　将 $a=-2$ 代入代数式中，有

$$2a^3-\frac{1}{2}a^2+3=2\cdot(-2)^3-\frac{1}{2}\cdot(-2)^2+3=-16-2+3=-15.$$

例 1.1.3　当 $x=-3, y=4$ 时，求代数式 $x^2+3xy-y^2-5$ 的值.

解　将 $x=-3, y=4$ 代入代数式中，有

$$x^2+3xy-y^2-5=(-3)^2+3\cdot(-3)\cdot4-4^2-5=-48.$$

注意：代数式里的字母，虽然可以取各种不同的数值，但不能取使代数式失去意义的数值. 例如，在代数式 $\frac{2}{x}$ 里，因为零不能做除数，所以 x 不能取零.

1.1.2 整式的运算

1. 整式的加法、减法

整式的加减运算，实际上就是合并同类项. 即把同类项的系数相加，字母和字母的指数不变. 例如，$4xy^2+\frac{3}{2}xy^2-5xy^2=(4+\frac{3}{2}-5)xy^2=\frac{1}{2}xy^2$.

在运算时，如果遇到括号，先去括号，再合并同类项.

例 1.1.4 化简 $(2x^2-5x+3)-(3x+1)+\left(\frac{1}{2}x^2+2x-1\right)$.

解 $(2x^2-5x+3)-(3x+1)+\left(\frac{1}{2}x^2+2x-1\right)$

$=2x^2-5x+3-3x-1+\frac{1}{2}x^2+2x-1=\frac{5}{2}x^2-6x+1$.

注意：若括号前面是负号，去括号时，括号里各项都变号.

2. 整式的乘法、除法

(1) 同底数幂的乘法. 同底数幂相乘，底数不变，指数相加. 即

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n}.$$

(2) 幂的乘方. 幂的乘方，底数不变，指数相乘. 即

$$(a^m)^n=a^{m\cdot n}.$$

(3) 积的乘方. 积的乘方等于每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘. 即

$$(ab)^n=a^nb^n.$$

(4) 同底数幂的除法. 同底数的幂相除，底数不变，指数相减.

设 m、n 为正整数，$m>n$，$a\neq 0$，则

$$a^m\div a^n=a^{m-n}.$$

例 1.1.5 计算下列各题

(1) $10^7\cdot 10^4$； (2) $(x^2)^5\cdot(x^3)^4$； (3) $(xy^2)^2$； (4) $a^9\div a^4$.

解 (1) $10^7\cdot 10^4=10^{7+4}=10^{11}$；

(2) $(x^2)^5\cdot(x^3)^4=x^{2\times 5}\cdot x^{3\times 4}=x^{10+12}=x^{22}$；

(3) $(xy^2)^2=x^2(y^2)^2=x^2y^4$；

(4) $a^9\div a^4=a^{9-4}=a^5$.

3. 单项式、多项式的乘法

(1) 单项式与单项式相乘，只要将它们的系数、相同字母的幂分别相乘. 对于只在一个单项式中出现的字母，则连同它的指数一起作为积的一个因式.

例如，$(-5a^2b^3)\cdot(-4b^2c)=[(-5)\cdot(-4)]\cdot a^2\cdot(b^3\cdot b^2)\cdot c=20a^2b^5c$.

(2) 单项式与多项式相乘，只要将单项式分别乘以多项式的各项，再将所得的积相加.

例如，$(-2a^2)\cdot(3ab^2-5ab^3)=(-2a^2)\cdot 3ab^2+(-2a^2)\cdot(-5ab^3)=-6a^3b^2+10a^3b^3$.

(3) 多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项分别乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

例如，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$.

由此得到常用的乘法公式：

两数和与其差的乘积：　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；

两数和的平方：　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$；

两数差的平方：　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$；

乘积为立方和：　$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$；

乘积为立方差：　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$.

例 1.1.6　计算(1) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$；

(2) $(x+2y-3)(x-2y+3)$.

解　(1) $(x-2)(x+2)(x^2+4)=(x^2-4)(x^2+4)=x^4-16$；

(2) $(x+2y-3)(x-2y+3)=x^2-(2y-3)^2=x^2-4y^2+12y-9$.

4. 单项式、多项式的除法

(1) 单项式除以单项式，将系数及同底数幂分别相除.

(2) 多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项分别除以这个单项式，再把所得的商相加.

例 1.1.7　计算

(1) $(c^{4n}\div c^{2n})c^{3n}$；　(2) $(6x^4y^2)^3\div(3xy^2)^2$；

(3) $(25x^2+15x^3y-20x^4)\div(-5x^2)$.

解　(1) $(c^{4n}\div c^{2n})c^{3n}=c^{4n-2n+3n}=c^{5n}$；

(2) $(6x^4y^2)^3\div(3xy^2)^2=216x^{12}y^6\div 9x^2y^4=24x^{10}y^2$；

(3) $(25x^2+15x^3y-20x^4)\div(-5x^2)$

$=25x^2\div(-5x^2)+15x^3y\div(-5x^2)-20x^4\div(-5x^2)$

$=-5-3xy+4x^2$.

1.1.3 多项式的因式分解

在整式乘法运算中，有时需要将一个多项式化成几个整式的积的形式，这就是因式分解，因式分解的过程也称为分解因式. 分解因式一般有以下四种方法.

1. 提取公因式法

多项式中的每一项都含有一个相同的因式，称为公因式. 如果一个多项式的各项含有公因式，就可以提出这个公因式作为多项式的一个因式，其余为另一个因式；再把多项式写成这两个因式的积. 这种分解因式的方法称为提取公因式法.

例 1.1.8 分解因式

(1) $3x^2-6xy+x$；　　(2) $-4m^3+16m^2-6m$.

解 (1) $3x^2-6xy+x=x(3x-6y+1)$；

(2) $$\begin{aligned}-4m^3+16m^2-6m&=-(4m^3-16m^2+6m)\\&=-2m(2m^2-8m+3).\end{aligned}$$

2. 运用公式法

把乘法公式反过来用，可以把某些多项式分解因式. 这种分解因式的方法称为运用公式法.

相关公式见 1.1.2,3.

例 1.1.9 分解因式

(1) x^4-y^4；　　(2) $3ax^2+6axy+3ay^2$；　　(3) $x-xy^3$.

解 (1) $$\begin{aligned}x^4-y^4&=(x^2)^2-(y^2)^2=(x^2+y^2)(x^2-y^2)\\&=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)；\end{aligned}$$

(2) $3ax^2+6axy+3ay^2=3a(x^2+2xy+y^2)=3a(x+y)^2$；

(3) $x-xy^3=x(1-y^3)=x(1-y)(1+y+y^2)$.

3. 十字相乘法

十字相乘法是将二次三项式 ax^2+bx+c 因式分解最常用的方法. 如果将 a 分解成 a_1、a_2，将 c 分解成 c_1、c_2，且将 a_1,a_2,c_1,c_2 排列如下：

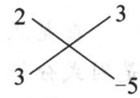
$$\begin{array}{ccc} a_1 & & c_1 \\ & \times & \\ a_2 & & c_2 \end{array}$$

若按斜线交叉相乘之积的和 $a_1c_2+a_2c_1=b$，那么 $ax^2+bx+c=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$. 这种分解因式的方法，称为十字相乘法.

例 1.1.10 分解因式

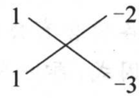
(1) $6x^2-x-15$； (2) x^2-5x+6.

解 (1) 将二次项系数 6 分解成 2×3，将常数项 -15 分解成 $3\times(-5)$，由于 $3\times3+2\times(-5)$ 正好等于一次项系数 -1. 所以，



$$6x^2-x-15=(2x+3)(3x-5).$$

(2) 这里二次项系数是 1，只能分解成 1×1，将常数项 6 分解成 $(-2)\times(-3)$，由于 $1\times(-2)+1\times(-3)=-5$，所以，



$$x^2-5x+6=(x-2)(x-3).$$

用十字相乘法分解因式，由于二次项系数和常数项拆分有多种乘积的组合，所以往往要经过多次尝试.

4. 分组分解法

有些多项式需要先进行分组，然后分解因式.

例 1.1.11 分解因式

(1) $3ax+4by+4ay+3bx$； (2) $x^2-y^2+ax+ay$.

解 (1) $3ax+4by+4ay+3bx=(3ax+4ay)+(3bx+4by)$
$=a(3x+4y)+b(3x+4y)=(3x+4y)(a+b)$；

(2) $x^2-y^2+ax+ay=(x^2-y^2)+(ax+ay)$
$=(x+y)(x-y)+a(x+y)=(x+y)(x-y+a)$.

由此可知，多项式分解因式的步骤一般为：

(1) 多项式的各项有公因式时，先提公因式；

(2) 运用公式法或十字相乘法；

(3) 如果用上述方法不能分解，再看它能不能运用分组分解法或综合运用上述方法.

注意：分解因式必须进行到每一个因式都不能分解为止.

1.1.4 分式及其运算

1. 分式的定义及性质

形如 $\dfrac{A}{B}$（其中 A、B 是整式，且 B 中含有字母，$B\neq0$）的式子称为分式. 整式 A 称为分式的分子，B 称为分式的分母.

例如：$\dfrac{1}{x}$，$\dfrac{2xy}{x+y}$ 是分式，其中分母 x 和 $x+y$ 都含有字母；但 $\dfrac{x}{2}$，$\dfrac{2x-y}{3}$ 不是分式，而是整式.

注意：在分式中，分母的值不能是零．如果分母的值是零，则分式没有意义．在分式$\frac{1}{x}$中要求$x\neq 0$；在分式$\frac{2xy}{x+y}$中要求$x\neq -y$．

分式具有分数的基本性质，即

分式的分子和分母同乘以（或除以）一个不等于零的整式，分式的值不变．

依据上述性质，可以对分式进行约分和通分．

例 1.1.12 约分 （1）$\frac{-32a^2b^3c}{24b^2cd}$； （2）$\frac{m^2-3m}{9-m^2}$．

解 （1）$\frac{-32a^2b^3c}{24b^2cd}=-\frac{8b^2c\cdot 4a^2b}{8b^2c\cdot 3d}=-\frac{4a^2b}{3d}$；

（2）$\frac{m^2-3m}{9-m^2}=\frac{m(m-3)}{-(m+3)(m-3)}=-\frac{m}{m+3}$．

约分后，分子和分母不再有公因式，这样的分式称为最简分式．

例 1.1.13 通分

（1）$\frac{4a}{5b^2c}$，$\frac{3c}{10a^2b}$，$\frac{5b}{-2ac^2}$； （2）$\frac{1}{x^2-4}$，$\frac{x}{4-2x}$．

分式的通分，即要求把几个异分母的分式分别化为与原来的分式相等的同分母的分式．通分的关键是确定几个分式的公分母，通常取各分母所有因式的最高次幂的积作为公分母（也叫最简公分母）．

解 （1）因为它们的最简公分母是$10a^2b^2c^2$，所以

$$\frac{4a}{5b^2c}=\frac{4a\cdot 2a^2c}{5b^2c\cdot 2a^2c}=\frac{8a^3c}{10a^2b^2c^2},$$

$$\frac{3c}{10a^2b}=\frac{3c\cdot bc^2}{10a^2b\cdot bc^2}=\frac{3bc^3}{10a^2b^2c^2},$$

$$\frac{5b}{-2ac^2}=\frac{5b\cdot 5ab^2}{-2ac^2\cdot 5ab^2}=-\frac{25ab^3}{10a^2b^2c^2}.$$

（2）把分母因式分解：

$$x^2-4=(x+2)(x-2)；4-2x=-2(x-2).$$

于是 $\frac{1}{x^2-4}$与$\frac{x}{4-2x}$的最简公分母是$2(x+2)(x-2)$，

所以

$$\frac{1}{x^2-4}=\frac{2}{2(x+2)(x-2)};$$

$$\frac{x}{4-2x}=-\frac{x(x+2)}{2(x+2)(x-2)}.$$