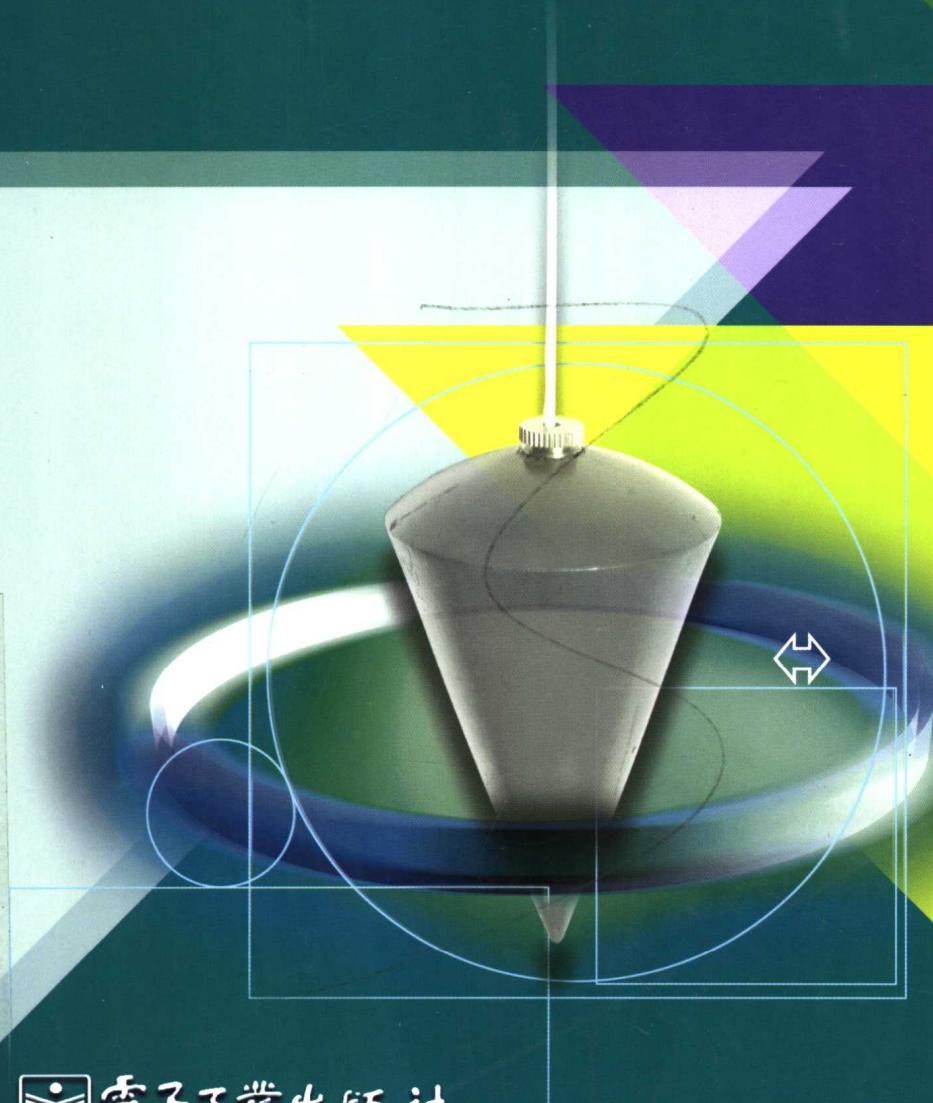


高等院校十一五机械类统编教材

工程力学

梁建术 赵明洁 主编



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

工程力学

工程力学

理论力学 动力学 材料力学

高等院校十一五机械类统编教材

TB12/125

2008

工程力学

梁建术 赵明洁 主编

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

为适应教学改革的要求，在教育部制定的“工程力学教学基本要求”的基础上，结合编者多年来的教学经验，编写了这本《工程力学》教材。

本书分为刚体静力学和材料力学两篇，共 12 章。第 1 篇主要内容有静力学基本概念、力系的简化与平衡共 3 章。以平面力系为主，兼顾特殊力系在工程中的应用。第 2 篇主要内容有杆件的内力、应力与变形、应力状态和强度理论、压杆稳定性、动载荷和交变应力等共 9 章。教材适用于中低学时（54~70 学时）课程。本书精选了例题、思考题和习题，注重启发式教学，给学生留有充足的思维空间。

本书可作为高等院校各专业工程力学课程教学用书，也可供高职高专、成人教育学院师生及有关工程技术人员参考。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学 / 梁建术，赵明洁主编. —北京：电子工业出版社，2008. 1

高等院校十一五机械类统编教材

ISBN 978-7-121-05194-4

I. 工… II. ①梁…②赵… III. 工程力学—高等学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 159210 号

策划编辑：田领红

责任编辑：田领红 特约编辑：孙志明

印 刷：北京天宇星印刷厂

装 订：三河市皇庄路通装订厂

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787×1092 1/16 印张：14.25 字数：365 千字

印 次：2008 年 1 月第 1 次印刷

印 数：5 000 册 定价：23.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，
联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010) 88258888。

《高等院校十一五机械类统编教材》

编委会名单

顾 问：范顺成

主 任：张明路

副主任（按姓氏笔画）：金国光 赵新华 钱东平

唐贵基 路春光

委 员（按姓氏笔画）：马跃进 王怀明 尹明富

关玉明 刘恩福 范孝良

杨传民 段星光 徐安平

出版说明

“工欲善其事，必先利其器”。教材建设是高等学校提高教学质量的重要环节，也是一项具有战略性的基本建设。近几年来，我国各高等学校实施了一系列面向 21 世纪教学改革计划，在教学内容和课程体系改革上取得了丰硕的成果，因此，需要适时地将教改成果物化为教材出版，以促进教改成果的实施和推广。

电子工业出版社作为国家级科技与教育出版社，始终关注着我国高等工程教育的改革和发展方向，始终把出版适应我国高等学校发展要求的高质量精品教材放在重要位置。多年来，我社出版了一系列特色鲜明的教材，为我国的高等教育做出了一定的贡献。随着科学技术的发展，学科领域相互渗透、融合，为适应这一特点，我社努力拓展出版领域，并希望通过出版多学科、多领域所需的高质量教材，进一步提升出版质量，更好地为培养高素质人才服务。

迄今为止，高等工程教育已培养了数百万工程专门人才，为社会、经济和科技的发展做出了巨大贡献。但 IMD1998 年的调查显示，我国“人才市场上是否有充足的合格工程师”指标世界排名第 36 位，与我国科技人员的总数和制造业地位形成明显反差。这表明适于工程一线的应用型技术人才供给不足。

基于上述考虑，经过一年多的调研，并征求多方意见，根据国内高等院校机电类专业的发展现状，我社组织编写了《高等院校十一五机械类统编教材》，教材定位于地方工科高校，以应用型、研究应用型人才培养为主，以适应经济、社会发展对工程教育的新要求，满足“厚基础、强能力、高素质”的工程应用型本科人才培养的需要。

与以往出版的同类教材相比，这套教材具有以下特点。

(1) 专业特色鲜明：以地方工科院校本科机电类专业的专业课程教材为主线，兼顾其他相关选修专业课程。

(2) 突出系统性：本套规划教材覆盖了本科机电类专业的基础课、专业方向课及专业选修课，形成了一个完整的教材系列。同时，注意教材之间内容的合理划分与衔接，层次分明，重点突出，各高校可以根据需要组合选用。

(3) 体系、内容新颖：整个知识结构建立在“高”、“新”平台上。基本理论阐述精练，深入浅出，便于自学；注意吸收新理论、新技术成果在人才培养中的作用；加强实践性与应用性，结合实例进行讲解。

(4) 配套教学支持：多数教材配有教学课件（电子教案），部分重要课程配套出版了教学辅导书或实验教材。

为做好本套教材的出版工作，本丛书成立教材编委会，并聘请了多位高等工程教育、学科领域的著名专家、教授作为教材顾问，从根本上保证了本系列教材的高质量。在此，对他们的辛勤工作也表示衷心的感谢。

今后，我社将进一步加强与各高校教师的密切联系和合作，广泛听取一线教师对教材的反馈意见和建议，以便使我们的教材出版工作做得更好。

电子工业出版社

前　　言

工程力学是理工科院校的专业技术基础课，随着科学技术的发展和大量科技信息的不断扩大，在实际教学中需要讲授的内容也随之增多。而近几年的教学改革，缩减了教学学时，使得教材内容增加而授课学时压缩的现象成为目前教学中突出的矛盾。为更好地适应各学科对工程力学课程教学的需要，本书对传统的工程力学教材进行了调整与补充，更加注重基本概念的理解和实际工程的应用，希望能达到既节省授课学时而又不降低课程的基本要求的目的。

本书分为 2 篇共 12 章。

第 1 篇为刚体静力学，其主要内容为静力学基本概念、力系的简化和力系的平衡（包括摩擦问题）共 3 章，叙述上以平面力系为主，延伸空间力系的概念，兼顾特殊力系的应用。

第 2 篇为材料力学，其主要内容为基本概述、杆件的内力、杆件的应力和杆件的变形。应力状态理论和强度理论、压杆稳定、动载荷和交变应力。弯扭组合变形下的强度计算作为应力状态理论和强度理论的应用。此外本书还单独列出一章专门介绍如何用 Maple 软件解决工程力学问题。

本书在编写过程中，具有如下特点：一是对传统教材的某些内容作了增删，力求达到重点突出、条理清晰、结构紧凑、叙述严谨；二是对所讨论的问题突出了工程实际背景，分析结论突出了在工程实际中的应用；三是为便于学生掌握基本概念、基本理论与基本方法，每章后面安排了“本章小结”和填空题、选择题等思考题和习题。本书注重知识更新，尽可能多地引入国内外与力学教学相关的最新素材、成果和经验，在专业术语和符号上力求规范统一。

本书由梁建术、赵明洁主编。参加编写的人员有河北科技大学梁建术（第 1、2、3、12 章），玉光普（第 8 章），王慧（第 5、10 章），蔡建军（第 11 章）；河北师范大学职业技术师范学院赵明洁（第 4、6、7、9 章）。

本书中的例题、思考题和习题广泛地选自各种版本的书籍与教材，恕不一一列出，在此谨向原书的作者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，欠妥之处在所难免，恳请同行及读者指正。

编　者
2007 年夏

目 录

| | |
|------------------------------|------|
| 第1篇 刚体静力学 | (1) |
| 引言 | (1) |
| 第1章 静力学基本概念 | (2) |
| 1.1 力和力偶 | (2) |
| 1.1.1 力的概念 | (2) |
| 1.1.2 力对点之矩 | (4) |
| 1.1.3 力偶及力偶矩 | (6) |
| 1.1.4 力偶系的合成 | (8) |
| 1.2 静力学基本公理 | (8) |
| 1.3 约束和约束力 | (11) |
| 1.3.1 柔索约束 | (11) |
| 1.3.2 刚性约束 | (12) |
| 1.4 受力分析和受力图 | (14) |
| 本章小结 | (16) |
| 思考题 | (18) |
| 习题 | (19) |
| 第2章 力系的简化 | (23) |
| 2.1 力的平移定理 | (23) |
| 2.2 平面任意力系的简化 | (24) |
| 2.3 简化结果分析·合力矩定理 | (26) |
| 2.4 平行力系的中心·重心 | (27) |
| 2.4.1 平行力系的中心 | (27) |
| 2.4.2 物体的重心、质心和形心 | (29) |
| 本章小结 | (32) |
| 思考题 | (33) |
| 习题 | (35) |
| 第3章 力系的平衡 | (37) |
| 3.1 平面力系的平衡 | (37) |
| 3.1.1 平面任意力系的平衡条件及平衡方程 | (37) |
| 3.1.2 平面特殊力系的平衡方程 | (39) |
| 3.1.3 空间任意力系的平衡方程 | (41) |

| | |
|-------------------------|------|
| 3.2 物体系统的平衡·静定与静不定 | (43) |
| 3.2.1 物体系统的平衡问题 | (43) |
| 3.2.2 静定与静不定的概念 | (46) |
| 3.3 考虑摩擦的平衡问题 | (47) |
| 3.3.1 滑动摩擦 | (47) |
| 3.3.2 摩擦角与自锁现象 | (49) |
| 3.3.3 考虑摩擦的平衡问题 | (50) |
| 本章小结 | (53) |
| 思考题 | (54) |
| 习题 | (56) |
| 第2篇 材料力学 | (59) |
| 引言 | (59) |
| 第4章 材料力学的基本概述 | (60) |
| 4.1 变形固体的基本假设 | (60) |
| 4.1.1 均匀连续性假设 | (60) |
| 4.1.2 各向同性假设 | (60) |
| 4.2 外力及其分类 | (60) |
| 4.3 内力及其截面法 | (61) |
| 4.3.1 内力 | (61) |
| 4.3.2 截面法 | (61) |
| 4.4 应力与应变 | (62) |
| 4.4.1 应力的概念 | (62) |
| 4.4.2 应变的概念 | (62) |
| 4.5 材料力学的研究对象·杆件变形的基本形式 | (63) |
| 4.5.1 轴向拉伸或压缩变形 | (63) |
| 4.5.2 剪切变形 | (64) |
| 4.5.3 扭转变形 | (64) |
| 4.5.4 弯曲变形 | (64) |
| 4.5.5 组合变形 | (65) |
| 第5章 杆件的内力 | (66) |
| 5.1 杆件轴向拉伸(压缩)时的内力·轴力图 | (66) |
| 5.1.1 受力特点 | (66) |
| 5.1.2 内力·轴力 | (66) |
| 5.1.3 轴力图 | (67) |
| 5.2 杆件扭转时的内力·扭矩图 | (68) |
| 5.2.1 杆件扭转变形的受力特点 | (68) |
| 5.2.2 内力·扭矩 | (68) |
| 5.3 杆件弯曲时的内力·切力图和弯矩图 | (70) |

| | |
|-------------------------------|-------------|
| 5.3.1 杆件弯曲变形的受力特点 | (70) |
| 5.3.2 内力・切力和弯矩 | (71) |
| 5.3.3 切力图和弯矩图 | (72) |
| 5.4 切力、弯矩和载荷集度之间的微分关系 | (76) |
| 5.4.1 切力、弯矩和载荷集度之间的微分关系 | (76) |
| 5.4.2 利用微分关系画切力图及弯矩图 | (77) |
| 本章小结 | (79) |
| 思考题 | (80) |
| 习题 | (81) |
| 第6章 杆件的应力分析・强度设计 | (84) |
| 6.1 轴向拉伸(压缩)杆的正应力 | (84) |
| 6.1.1 拉(压)杆横截面上的正应力 | (84) |
| 6.1.2 拉(压)杆斜截面上的应力 | (85) |
| 6.2 材料在轴向拉伸或压缩时的力学性能 | (86) |
| 6.2.1 低碳钢的拉伸试验 | (86) |
| 6.2.2 其他塑性材料在拉伸时的力学性能 | (89) |
| 6.2.3 金属材料在压缩时的力学性能 | (89) |
| 6.2.4 安全系数和许用应力 | (90) |
| 6.3 拉(压)杆的强度设计 | (91) |
| 6.4 连接件的强度问题 | (93) |
| 6.4.1 剪切的实用计算 | (93) |
| 6.4.2 挤压的实用计算 | (94) |
| 6.5 受扭圆轴横截面上的切应力 | (96) |
| 6.5.1 切应力的计算 | (96) |
| 6.5.2 极惯性矩和抗扭截面系数的计算 | (99) |
| 6.6 圆轴扭转时的强度设计 | (100) |
| 6.7 梁弯曲变形时横截面上的应力 | (102) |
| 6.7.1 纯弯曲时的正应力 | (103) |
| 6.7.2 惯性矩 | (105) |
| 6.8 弯曲变形的强度设计 | (109) |
| 6.9 弯曲时的切应力 | (112) |
| 6.9.1 矩形截面梁的切应力 | (112) |
| 6.9.2 圆形截面梁的切应力 | (113) |
| 6.9.3 切应力强度条件 | (113) |
| 本章小结 | (113) |
| 思考题 | (115) |
| 习题 | (117) |

| | | |
|-------------------------|-------|-------|
| 第7章 杆件的变形分析·刚度设计 | | (121) |
| 7.1 轴向拉伸(压缩)杆的变形 | | (121) |
| 7.1.1 拉(压)杆的变形和应变 | | (121) |
| 7.1.2 胡克定律 | | (122) |
| 7.2 受扭圆轴的变形与刚度设计 | | (123) |
| 7.2.1 圆轴扭转时的变形 | | (123) |
| 7.2.2 刚度设计 | | (124) |
| 7.3 弯曲变形梁的变形与刚度设计 | | (125) |
| 7.3.1 挠度和转角 | | (126) |
| 7.3.2 挠曲线近似微分方程 | | (126) |
| 7.3.3 积分法求梁的变形 | | (127) |
| 7.3.4 叠加法求梁的变形 | | (129) |
| 7.3.5 梁的刚度设计 | | (132) |
| 7.4 提高梁弯曲强度和刚度的一些措施 | | (133) |
| 7.4.1 合理安排梁的载荷 | | (133) |
| 7.4.2 合理布置支座、减小跨度 | | (134) |
| 7.4.3 合理选择截面的形状 | | (134) |
| 7.4.4 采用等强度梁 | | (135) |
| 本章小结 | | (136) |
| 思考题 | | (137) |
| 习题 | | (138) |
| 第8章 应力状态和强度理论 | | (141) |
| 8.1 应力状态的概念 | | (141) |
| 8.1.1 一点应力状态的概念 | | (141) |
| 8.1.2 研究一点应力状态的目的 | | (141) |
| 8.1.3 研究方法 | | (142) |
| 8.1.4 主单元体、主平面和主应力 | | (142) |
| 8.1.5 应力状态的分类 | | (142) |
| 8.2 二向应力状态分析的解析法 | | (143) |
| 8.2.1 斜截面上的应力 | | (143) |
| 8.2.2 主应力与主平面 | | (144) |
| 8.2.3 极值切应力 | | (145) |
| 8.3 二向应力状态分析的图解法 | | (146) |
| 8.3.1 应力圆 | | (146) |
| 8.3.2 应力圆的一般画法 | | (147) |
| 8.3.3 用应力圆求斜截面上的应力 | | (147) |
| 8.3.4 用应力圆求主应力大小和主平面位置 | | (148) |
| 8.4 三向应力状态分析简介 | | (149) |

| | |
|--------------------------------|--------------|
| 8.5 广义胡克定律 | (150) |
| 8.6 工程设计中常用的强度理论 | (151) |
| 8.6.1 最大拉应力理论（第一强度理论） | (151) |
| 8.6.2 最大拉应变理论（第二强度理论） | (152) |
| 8.6.3 最大切应力理论（第三强度理论） | (152) |
| 8.6.4 形状改变比能理论（第四强度理论） | (153) |
| 本章小结 | (155) |
| 思考题 | (156) |
| 习题 | (157) |
| 第 9 章 组合变形的强度设计 | (159) |
| 9.1 拉伸（压缩）与弯曲的组合变形 | (159) |
| 9.2 扭转与弯曲的组合变形 | (161) |
| 本章小结 | (163) |
| 思考题 | (164) |
| 习题 | (165) |
| 第 10 章 压杆稳定 | (167) |
| 10.1 压杆稳定性的概念 | (167) |
| 10.2 细长压杆的临界载荷·欧拉公式 | (168) |
| 10.2.1 两端饺支细长压杆的临界载荷 | (168) |
| 10.2.2 其他约束情况下细长压杆的临界载荷 | (170) |
| 10.3 临界应力·临界应力总图 | (171) |
| 10.3.1 临界应力 | (171) |
| 10.3.2 临界应力总图 | (173) |
| 10.4 压杆稳定性的计算·提高压杆稳定性的措施 | (175) |
| 10.4.1 压杆稳定性的计算 | (175) |
| 10.4.2 提高压杆稳定性的措施 | (176) |
| 本章小结 | (176) |
| 思考题 | (177) |
| 习题 | (178) |
| 第 11 章 动载荷·交变应力 | (181) |
| 11.1 动载荷概述 | (181) |
| 11.2 构件作变速运动时的应力 | (181) |
| 11.2.1 构件在等加速直线运动时的动应力计算 | (181) |
| 11.2.2 构件匀速转动时的动应力计算 | (183) |
| 11.3 杆件受冲击时的应力和变形 | (184) |
| 11.3.1 动荷因数的确定 | (184) |
| 11.3.2 提高杆件抗冲击能力的措施 | (187) |
| 11.4 交变应力简介 | (188) |

| | |
|-------------------------------------|--------------|
| 11.4.1 交变应力的概念..... | (188) |
| 11.4.2 交变应力作用下的疲劳破坏..... | (188) |
| 11.4.3 交变应力的循环特征..... | (189) |
| 11.4.4 材料的持久极限..... | (189) |
| 11.4.5 疲劳强度条件..... | (190) |
| 本章小结 | (190) |
| 思考题 | (191) |
| 习题 | (192) |
| 第 12 章 Maple 在工程力学中的应用 | (194) |
| 12.1 Maple 系统简介 | (194) |
| 12.2 算例 | (194) |
| 附录 A 型钢规格表 | (201) |
| 附录 B 习题部分答案 | (212) |
| 参考文献 | (216) |

第1篇 刚体静力学

引言

静力学是研究作用于物体上力系平衡规律的科学。所谓力系，是指作用于物体上的一群力。平衡是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动的状态。

静力学中所指的物体都是刚体，故静力学又称为刚体静力学。所谓刚体是指在力作用下不变形的物体。实际上，任何物体受力后或多或少都会发生变形，但是许多物体（如工程结构构件，机器零件）的变形十分微小，对静力学所研究的问题而言，略去变形不会对研究的结果产生显著的影响，且简化了问题的复杂程度。因此，可以将实际物体抽象为刚体，这不仅是合理的，也是必要的。

在静力学中，主要研究以下三个问题。

1. 物体的受力分析

分析某个物体共受几个力，以及每个力的作用位置和方向。

2. 力系的简化

将作用在物体上的一个力系用另一个与之等效的力系来代替，这两个力系互为等效力系。如果用一个简单力系等效地替换一个复杂力系，则称为力系的简化。如果一个力与一个力系等效，则称该力为力系的合力。

3. 建立各种力系的平衡条件

物体平衡时作用在物体上的力系所满足的条件，称为力系的平衡条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。力系平衡条件是工程结构设计、机械零部件设计的基础。

第1章 静力学基本概念

本章将介绍静力学的一些基本概念和刚体静力学基本公理，以及工程中常见的约束和约束力。最后，介绍物体受力分析的基本方法。

1.1 力和力偶

1.1.1 力的概念

1. 力的定义

力是人们在长期的日常生活和生产实践中，从感性到理性逐步抽象而得到的一个科学概念：力是物体间相互的机械作用。这种作用使物体的机械运动状态发生变化，同时使物体的形状发生改变。前者称为运动效应（或外效应），后者称为变形效应（或内效应）。

实践表明，力对物体的作用效应取决于三个要素：大小、方向和作用点。力的三要素中的任何一个若有改变，则力对物体的作用效应也将随之改变。

力的三要素可用一个矢量来表示，如图 1.1 所示。矢量长度按一定的比例表示力的大小；矢量方向为力的作用线；矢量的起始端（或末端）表示力的作用点。本书用黑斜体字母表示矢量。例如 \mathbf{F} 表示力矢量，而用普通字母 F 表示力的大小。在国际单位制中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）。

2. 力在平面直角坐标轴上的投影与力的解析表达式

设力 \mathbf{F} 作用于 A 点，如图 1.2 所示。在力 \mathbf{F} 作用线所在平面内任取直角坐标系 Oxy 。从力 \mathbf{F} 的两端 A 、 B 向坐标 x 轴作垂线，在 x 轴上所截得的线段 ab 并加上适当的正、负号称为 \mathbf{F} 在 x 轴上的投影，用 X 表示。并且规定：当从力的始端的投影 a 到末端的投影 b 的方向与 x 轴的方向一致时，力的投影取正值，反之，取负值。因此，力的投影是代数量。力 \mathbf{F} 在 y 轴上的投影用 Y 表示。

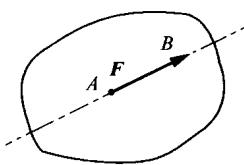


图 1.1

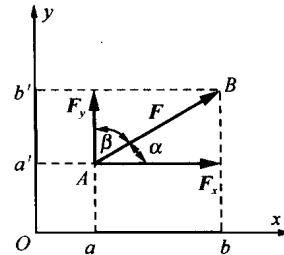


图 1.2



若已知力 \mathbf{F} 与 x 、 y 轴的夹角为 α 、 β ，则 \mathbf{F} 在 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \cos \beta = F \sin \alpha \end{aligned} \quad (1.1)$$

即力在某轴上的投影，等于力的大小乘以力与投影轴正向间夹角的余弦。

反之，若已知力 \mathbf{F} 在坐标轴上的投影 X 、 Y ，则该力的大小与方向余弦为

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \cos \alpha &= \frac{X}{F}, \quad \cos \beta = \frac{Y}{F} \end{aligned} \quad (1.2)$$

由图 1.2 可知，力 \mathbf{F} 沿正交轴 Ox 、 Oy 可分解为两个分力 \mathbf{F}_x 和 \mathbf{F}_y 。分力与投影之间有下列关系

$$\mathbf{F}_x = X\mathbf{i}, \quad \mathbf{F}_y = Y\mathbf{j}$$

由此，力的解析表达式为

$$\mathbf{F} = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} \quad (1.3)$$

式中， \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 分别为 x 、 y 轴的单位矢量。

3. 力在空间直角坐标轴上的投影

若已知力 \mathbf{F} 与 x 轴、 y 轴和 z 轴正向的夹角，如图 1.3 所示，并依次记为 α 、 β 和 γ 。根据力在轴上投影的概念，不难写出力 \mathbf{F} 在空间直角坐标轴上投影的计算公式为

$$\begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \cos \beta \\ Z &= F \cos \gamma \end{aligned} \quad (1.4)$$

这种求力在坐标轴上投影的方法称为直接投影法，或一次投影法。

若已知 γ 和 φ 如图 1.4 所示，则先将 \mathbf{F} 投影在平面 xy 和 z 轴上，然后将平面 xy 上的投影 \mathbf{F}_{xy} 再投影到 x 、 y 轴上，即

$$\begin{aligned} X &= F \sin \gamma \cos \varphi \\ Y &= F \sin \gamma \sin \varphi \\ Z &= F \cos \gamma \end{aligned} \quad (1.5)$$

上式的投影方法称为二次投影法。

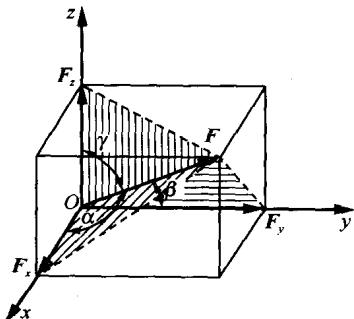


图 1.3

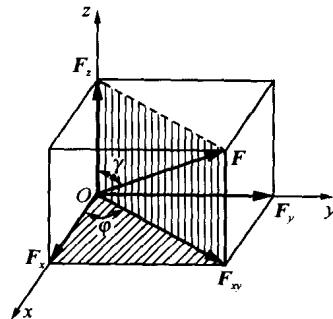


图 1.4



利用力在坐标轴上的投影可写出其解析表达式为

$$\mathbf{F} = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k} \quad (1.6)$$

式中, \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 分别为 x 、 y 和 z 轴的单位矢量。

力 \mathbf{F} 的大小与方向余弦为

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \\ \cos \alpha &= \frac{X}{F}, \quad \cos \beta = \frac{Y}{F}, \quad \cos \gamma = \frac{Z}{F} \end{aligned} \quad (1.7)$$

1.1.2 力对点之矩

力对刚体的作用效果使刚体的运动状态发生改变(包括移动和转动), 其中力对刚体的移动效应可用力矢来度量; 而力对刚体的转动效应可用力对点的矩(简称力矩)来度量, 即力矩是度量力对刚体转动效应的物理量。

如图 1.5 所示, 在力 \mathbf{F} 作用平面内任取一点 O , 点 O 称为矩心, 点 O 到力 \mathbf{F} 的作用线的垂直距离 d 称为力臂。力矩对物体的转动效应, 不仅与力的大小有关, 而且与力臂及转向有关, 因此力对作用平面内任一点的力矩定义如下。

力对点之矩是一个代数量, 它的大小等于力的大小与力臂的乘积。它的正负按以下方法确定: 力使物体绕矩心逆时针转动为正, 反之为负。

用 $M_O(\mathbf{F})$ 表示力 \mathbf{F} 对 O 点之矩, 记为

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm Fd \quad (1.8)$$

力矩的单位是牛顿·米(N·m)或千牛顿·米(kN·m)。

对于空间的力对点之矩有如下定义, 力的作用点 A 相对于 O 点的矢径 \mathbf{r} 和力矢 \mathbf{F} 的叉积定义为力对点 O (矩心)的力矩, 用 $M_O(\mathbf{F})$ 表示, 如图 1.6 所示, 即

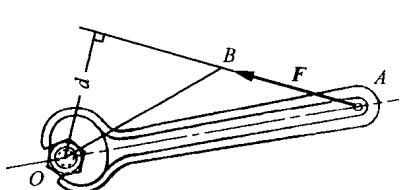


图 1.5

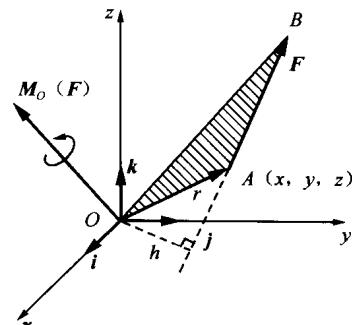


图 1.6

$$\begin{aligned} M_O(\mathbf{F}) &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ X & Y & Z \end{vmatrix} \\ &= (YZ - ZX)\mathbf{i} + (ZX - XY)\mathbf{j} + (XY - YX)\mathbf{k} \end{aligned} \quad (1.9)$$