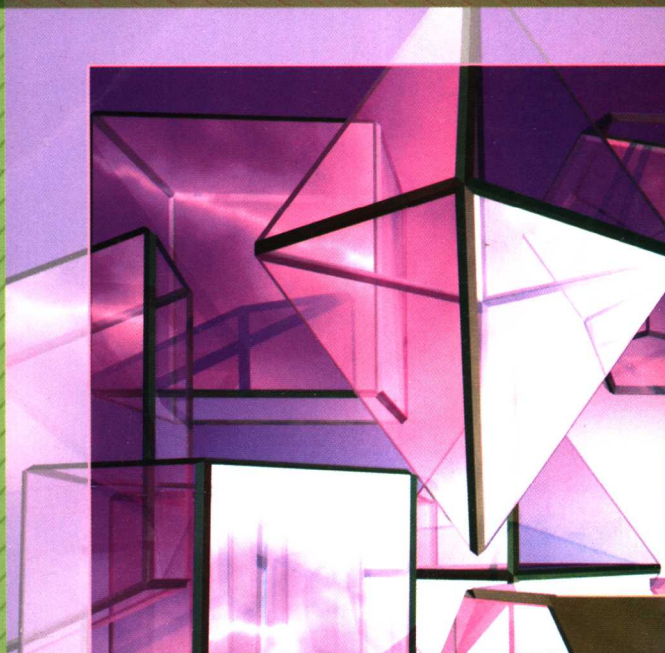


研究生入学考试辅导
本科生过关测试必备
高等院校教材同步辅导

<http://www.phei.com.cn>



理论概要
例题详解
习题自测
考研真题

材料力学

考研辅导

海欣 主编
温正 唐家鹏 编著



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

材料力学考研辅导

海欣 主编
温正 唐家鹏 编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

材料力学是高等院校开设的专业基础课程,同时也是全国高校相关专业的硕士入学考试必考课程。为了帮助广大的考研学生进行系统复习,根据国家教育部颁布的高等工科院校《材料力学课程教学基本要求》编写了本书。

全书共分为 13 章,每一章均由知识要点、本章内容总结、典型题分析、习题四部分组成。本书首先通过知识要点和内容总结对本章内容做了高度概括和叙述。典型例题解析中例题大都选自国内重点高校和科研院所历年考研真题,并做了详细分析和解答。习题均有参考答案,可通过练习以检测学习效果,进一步提高解题能力。本书最后还给出了各大高校的硕士研究生入学考试试题,并给出了部分答案,其余答案可以到 www.haixin.org 上求助。

本书可作为相关专业学生报考硕士学位研究生学习用参考书及复习指导书,也适合于高等院校相关专业的学生自学使用,同时可作为高等院校青年教师的教学参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学考研辅导 / 海欣主编. —北京: 电子工业出版社, 2008.1
ISBN 978-7-121-05175-3

I. 材… II. 海… III. 材料力学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 157262 号

策划编辑: 高 平

责任编辑: 范子瑜 钟永刚 特约编辑: 吕亚增

印 刷: 北京天宇星印刷厂

装 订: 涿州市桃园装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 19.75 字数: 506 千字

印 次: 2008 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 5000 册 定价: 32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为；歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：(010) 88254396；(010) 88258888

传 真：(010) 88254397

E-mail: dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市万寿路 173 信箱

电子工业出版社总编办公室

邮 编：100036

前 言

材料力学是高等院校相关专业开设的技术基础课程,它是所有相关后续专业课程的基础,同时也是全国高校相关专业硕士研究生入学考试课程。为了帮助广大的考研学生学习和提高,特别是进行系统复习,我们根据国家教育部(原国家教委)颁布的高等工科院校《材料力学课程教学基本要求》编写了本书。

由于高校众多,水平不同,要在有限的篇幅内完成对各类专业课程有针对性的指导是相当困难的。为了解决这方面的问题,我们经过反复讨论,并征求了大量一线教师的意见,将一些通用原则和方法的指导放在首位,并结合大量相关实例进行了讲解。

本书共分13章,附录提供了部分高校的近几年真题,并对部分真题进行了较为详细的讲解,其他真题及复习过程遇到的问题可到“海欣考研论坛”(www.haixin.org)进行求助下载。对于全书而言,每章内容包括:

(1) 知识要点。对于每章的重要知识,尤其是在历年真题中经常出现的重要考点做了总结和提示,读者可以根据提示对本章内容在复习时有个侧重点。

(2) 本章内容总结。结合知识要点提示,再对每一章的知识要点进行详细地讲解,使得读者可以快速地把握知识要点,更加快速地提高复习效率。在总结部分还添加了一些解题技巧,更加有利于读者复习。

(3) 典型例题解析。在该部分我们针对典型考研真题分析中提出的相应考点帮助读者筛选出相关真题,结合高校材料力学历年考研真题进行全面地讲解,并在最后给出规律性的总结,更加方便读者去把握考点,更好地应对考研,成为考研必不可少的一本书。

(4) 习题。在每一章节的后面给出了部分自我测试题,并在本书后面附有参考答案,读者可通过练习以检测学习效果,进一步提高解题能力。

(5) 在本书的最后附了部分高校最新材料力学硕士研究生入学考试真题,对于报考硕士研究生的考生来说,这无疑是最宝贵的资源。

材料力学考题的具体类型并不是很多,因此在选择例题和习题的过程中,我们主要针对典型题型和一些具有代表性的真题进行了总结,并选择了一些高等工科院校的最新试题。目的是使读者了解和掌握不同类型题目的解题方法和技巧,以便扩大解题思路,培养分析和解决问题的能力。

本书力求科学性、先进性、指导性,既能促进高等工科类院校学生的材料力学学习,又不脱离大多数一般院校的实际,提供切实可行的参考实例。本书可作为相关专业学生报考硕士学位研究生学习用参考书及复习指导书,也适合于高等院校相关专业的学生自学使用,同时可作为高等院校青年教师的教学参考书。

在收集和整理往年考研真题和笔记的过程中,得到了清华大学、上海交通大学、东南大学、同济大学、西安交通大学、西北工业大学、浙江大学、北京航空航天大学、哈尔滨工业大学、天津大学、中国科学技术大学、华中科技大学、华南理工大学、中科院等高校和科研院所的老师及研究生的热情帮助,在此向他们表示衷心的感谢。

本书由海欣主编,温正、唐家鹏编著,另外魏新、夏金玉、丁金滨、王伟、吴晖、刘志

明、何嘉扬、张杰、刘正华等也参与了部分编写工作。书中错误在所难免，恳请广大读者朋友批评指正。同时在校一线授课老师对该书进行了认真仔细的审阅，并提出了许多极为宝贵的修改意见，对提高本书质量起了很大的作用，对此致以衷心的感谢！

由于作者水平有限，编写时间较短，书中欠妥错误之处在所难免，希望读者和同仁能够及时指出，共同促进本书质量的提高。

用户在使用本书时，出现相关疑问以及碰到难以解答的题目，可到为本书专门提供的“海欣考研论坛”中提问，编者会尽快给予解答，另外该论坛还提供了部分真题及答案，读者可以到相关栏目下载。论坛网址为：www.haixin.org/kybbs。

编 者

2007年6月于北京

目 录

第 1 章 绪论	1
第一节 本章内容总结	1
第二节 典型题分析	3
第三节 习题	4
第 2 章 轴向拉压与剪切	5
第一节 本章内容总结	5
第二节 典型题分析	8
第三节 习题	21
第 3 章 扭转	26
第一节 本章内容总结	26
第二节 典型题分析	29
第三节 习题	38
第 4 章 弯曲内力	40
第一节 本章内容总结	40
第二节 典型题分析	42
第三节 习题	49
第 5 章 弯曲应力	52
第一节 本章内容总结	52
第二节 典型题分析	57
第三节 习题	68
第 6 章 弯曲变形	72
第一节 本章内容总结	72
第二节 典型题分析	74

第三节 习题	87
第 7 章 应力和应变分析 强度理论	91
第一节 本章内容总结	91
第二节 典型题分析	95
第三节 习题	115
第 8 章 组合变形	119
第一节 本章内容总结	119
第二节 典型题分析	123
第三节 习题	143
第 9 章 能量方法	147
第一节 本章内容总结	147
第二节 典型题分析	151
第三节 习题	166
第 10 章 静不定结构	172
第一节 本章内容总结	172
第二节 典型题分析	175
第三节 习题	192
第 11 章 动荷载	196
第一节 本章内容总结	196
第二节 典型题分析	198
第三节 习题	211
第 12 章 交变应力	216
第一节 本章内容总结	216
第二节 典型题分析	220
第三节 习题	221
第 13 章 压杆稳定	223
第一节 本章内容总结	223
第二节 典型题分析	226
第三节 习题	241
部分院校研究生入学考试试题	
西安交通大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题	245
北京航空航天大学 2006 年研究生入学考试试题	248
北京理工大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题	252

华中科技大学 2006 年招收硕士研究生入学考试试题·····	255
浙江大学 2006 年研究生入学考试试题·····	257
北京科技大学 2006 年硕士学位研究生入学考试试题·····	259
华南理工大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题·····	262
南京航空航天大学 2006 年硕士研究生入学考试试题·····	265
上海交通大学 2006 年硕士研究生入学考试试题·····	268
华南理工大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题·····	270
华南理工大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题·····	274
北京航空航天大学 2007 年硕士研究生入学考试试题·····	276
北京理工大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题·····	279
中国科学院研究生院 2007 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题·····	281
部分院校研究生入学考试试题答案	
西安交通大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题解析·····	284
北京航空航天大学 2006 年研究生入学考试试题解析·····	287
北京理工大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题解析·····	290
华中科技大学 2006 年招收硕士研究生入学考试试题解析·····	292
浙江大学 2006 年研究生入学考试试题解析·····	294
参考答案 ·····	297
参考文献 ·····	306

第 1 章 绪 论

知识要点

材料力学所研究的是构件在外力作用下受力、变形和破坏的规律,为工程结构的合理设计提供有关强度、刚度和稳定性分析的基本理论和方法。

本章主要简单介绍材料力学研究的基本假设及基本概念。

第一节 本章内容总结

1. 基本假设

(1)连续性假设:无空隙,力学量是坐标的连续函数。

(2)均匀性假设:各点具有相同的力学性能。

(3)各向同性假设:沿各方向力学性能相同。

2. 外力与内力

(1)外力:其他物体或构件作用在该物体上的力,包括载荷与约束反力;

(2)内力:由外力作用而引起的物体两部分之间的相互作用力。

(3)截面法:由假想截面将杆件截开,即解除内部约束,相应内力得以显露。内力通常是分布力,内力的合力亦简称内力,即内力常指内力的合力。

3. 正应力与剪应力

应力 $p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$, 类似于压强作用于表面。总应力 p 的法向分量 σ 称为正应力;切向分量 τ 称为剪应力。

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2$$

单位: $1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$, $1\text{MPa} = 10^6\text{N}/\text{m}^2 = 1\text{N}/\text{mm}^2$

4. 剪应力互等定理

剪应力互等定理:在微体的互垂截面上,垂直于截面交线的剪应力数值相等,而方向则指向或离开该交线,即

$$\tau = \tau'$$

5. 应变

正应变: $\epsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta s}$

剪应变: γ (弧度), 小变形时 $\gamma = \tan \gamma$

6. 胡克定律

由杆单向受力试验可知, $\sigma \propto \epsilon$, 引入比例系数 E , 于是得 $\sigma = E\epsilon$ (胡克定律, E : 弹性模量)。

根据纯剪试验可知, $\tau = G\gamma$ (剪切胡克定律, G : 切变模量或剪切弹性模量)。

E, G 单位通常为 GPa , $1\text{GPa} = 10^3\text{MPa} = 10^9\text{Pa}$

7. 截面的几何性质

(1) 静矩与形心

静矩: 平面图形面积对某坐标轴的一次矩。定义静矩为:

$$S_z = \int_A y dA \quad S_y = \int_A z dA$$

形心即几何中心, 对于均质薄板, 均质薄板的重心与平面图形的形心有相同的坐标 z_c 和 y_c , 则薄板重心的坐标为:

$$y_c = \frac{\int_A y dA}{A} = \frac{S_z}{A}, \quad z_c = \frac{\int_A z dA}{A} = \frac{S_y}{A}$$

所以形心坐标为: $z_c = \frac{S_y}{A}, y_c = \frac{S_z}{A}$

(2) 极惯性矩

$I_p = \int_A \rho^2 dA$, 表示平面图形对某坐标轴的二次矩。

(3) 轴惯性矩

$I_z = \int_A y^2 dA, I_y = \int_A z^2 dA$, 分别称为对 z 轴与 y 轴的惯性矩

(4) 惯性积

定义 $I_{yz} = \int_A yz dA$ 为图形对一对正交轴 y, z 轴的惯性积。若 y, z 轴中有一根为对称轴则其惯性积为零。

(5) 惯性矩的平行轴定理:

$$I_z = I_{z_0} + Aa^2$$

即截面对于任一轴 z 的惯性矩, 等于对其平行形心轴 z_0 的惯性矩加上截面面积与两轴间距离平方之乘积。

同理有 $I_y = I_{y_0} + Ab^2$, 式中, y_0 轴为形心轴, y 轴与 y_0 轴平行, 相距为 b 。

第二节 典型题分析

【例 1】 在边长为 $2a$ 的正方形图形中挖去一个边长为 a 的正方形,如图 1-1 所示。试求该图形对 z 轴和 z_1 轴的惯性矩 I_z 、 I_{z_1} 以及对 y 、 z_1 轴的惯性积 I_{yz_1} 。(东南大学,1998 年)

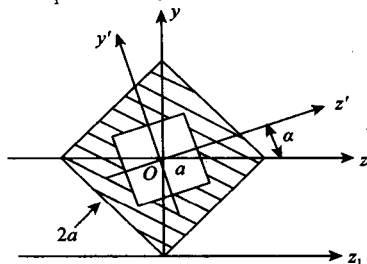


图 1-1

解 首先求大正方形对 z 轴和 y 轴的惯性矩。正方形对过形心平行于边的直线的惯性矩都为: $I = (2a)^4/12 = 4a^4/3$

由于大正方形对 y 轴和 z 轴的惯性矩相等,于是,对 y 轴和 z 轴的惯性矩为

$$I_y^{(2a)} = I_z^{(2a)} = \frac{4}{3}a^4$$

由于大正方形关于 y 轴和 z 轴对称,惯性积 $I_{yz} = 0$;小正方形对 y' 轴和 z' 轴的惯性矩为: $I_y = I_z = a^4/12$

惯性积: $I_{y'z'} = 0$

由转轴公式得小正方形对 y 轴和 z 轴的惯性矩与惯性积分别为:

$$I_y^{(a)} = I_z^{(a)} = a^4/12, I_{yz}^{(a)} = 0$$

由转轴公式可知,当惯性积为零,且对两轴的惯性矩相等时,过这点的任意两条相互垂直的轴,都是主惯性轴。

因此,所求图形对 z 轴的惯性矩 I_z 和对 yz 轴的惯性积 I_{yz} 分别为:

$$I_z = I_z^{(2a)} - I_z^{(a)} = \frac{4a^4}{3} - \frac{a^4}{12} = \frac{5}{4}a^4, I_{yz} = 0$$

所求图形面积 $A = (2a)^2 - a^2 = 3a^2$,则由轴平移关系得所求图形对 z_1 轴的惯性矩 I_{z_1} 和对 yz_1 轴的惯性积 I_{yz_1} 分别为:

$$I_{z_1} = I_z + (\sqrt{2}a)^2 \cdot 3a^2 = \dots, I_{yz_1} = 0$$

【例 2】 在矩形面中挖去一个直径为 a 的圆形(图 1-2),则该图形对 z 轴的惯性矩 $I_z =$ _____。(东南大学,1999 年)

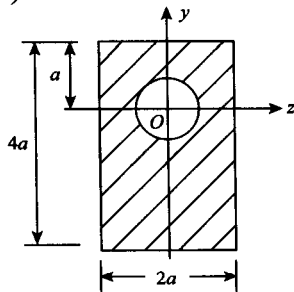


图 1-2

解 采用组合面积方法求惯性矩,计算流程如图 1-3 所示。

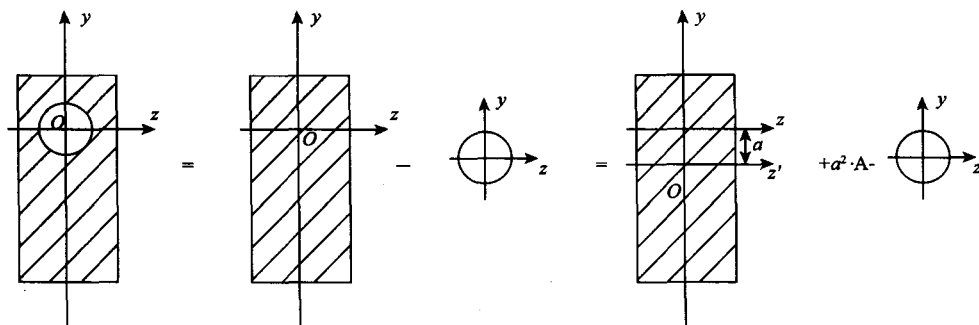


图 1-3

首先,分解成矩形和圆形,然后矩形进行平移,计算时,从后往前。矩形和圆形对形心惯性轴的惯性矩分别为:

$$I_{\text{矩}} = \frac{bh^3}{12} = \frac{2a(4a)^3}{12} = \frac{32a^4}{3}$$

$$I_{\text{圆}} = \frac{\pi a^4}{64}$$

将矩形的形心向上移动 a ,其对 z 轴的惯性矩为:

$$I_z = I_{\text{矩}} + a^2 \cdot 2a \cdot 4a = 18 \frac{2}{3} a^4$$

再将平移后的矩形挖去圆形面积所产生的惯性矩,得该图形对 z 轴的惯性矩:

$$I_z = I - I_{\text{圆}} = 18 \frac{2}{3} a^4 - \frac{\pi}{64} a^4 = \left(\frac{56}{3} - \frac{\pi}{64} \right) a^4$$

第三节 习 题

一、简答题

1. “材料力学”课程主要研究什么? (长安大学, 2001 年)

二、填空题

1. 材料力学中,对变形固体做了____、____、____的三个基本假设____。
(国防科技大学, 2004 年)

2. 材料在使用过程中提出三个方面的性能要求,即____、____、____。

三、选择题

- 在下列各工程材料中,____不可应用各向同性假设。(北京航空航天大学, 2003 年)
 - 铸铁
 - 玻璃
 - 松木
 - 铸铜
- 根据小变形条件,可以认为____。
 - 构件不变形
 - 构件变形
 - 构件仅发生弹性变形
 - 构件的变形远小于其原始尺寸

第 2 章 轴向拉压与剪切

知识要点

本章主要介绍了轴向拉压杆的应力与变形的相关知识,是历年考研必考之内容。主要内容包括:

- (1) 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力;
- (2) 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力;
- (3) 材料在拉伸时的力学性能以及材料在压缩时的力学性能;
- (4) 温度和时间对材料力学性能的影响;
- (5) 失效、安全系数和强度计算;
- (6) 轴向拉伸或压缩时的变形及变形能;
- (7) 拉伸、压缩静不定问题;
- (8) 温度应力和装配应力;
- (9) 剪切和挤压的实用计算。

第一节 本章内容总结

1. 轴向拉压杆的内力

直杆所受外力或其合力与杆轴线重合,沿轴线方向将发生伸长或缩短变形,称这种变形为轴向拉伸或压缩,简称轴向拉压。正的轴力力矢背向截面,使杆件拉伸;负的轴力力矢指向截面,使杆件压缩。

2. 轴向拉压杆的应力

内力:在轴向载荷 P 作用下,杆件横截面上的唯一内力分量为轴力 N ,它们在该截面的两部分的大小相等、方向相反。规定拉力为正,压力为负。

正应力在截面上均匀分布,即: $\sigma_x = N/A$

其中 N 为轴力, A 为杆的横截面积,轴力 N 为正值时, σ_x 为正值,是拉应力;反之为压应力。

轴力图:轴力沿杆轴变化的图。采用设正法画法。(即将未知扭矩假定为正向)

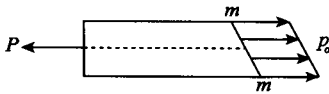
3. 圣维南原理应力集中

由于在杆端外力作用的方式不同,将会对杆端附近处各截面的应力分布产生影响(应力非均匀分布),而对远离杆端的各个截面,影响甚小或根本没有影响。这一规律称为圣维南(Saint-Venant)原理。

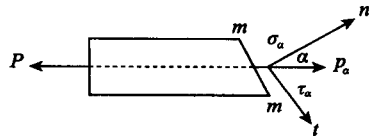
工程实际中,由于结构或功能上的需要,构件常制成阶梯形状、带有圆孔或切槽等,使构件截面尺寸或形状发生突变。较精确的理论分析和实验表明,在外力作用下,弹性体形状或截面尺寸发生突变的局部区域应力急剧增大,这种现象称为应力集中。

4. 拉压杆斜截面上的应力

利用截面法分析拉压杆横截面上的应力,如图 2-1(a)所示,沿任一斜截面 $m-m$ 将杆切开,其横截面上的应力均匀分布。



(a) 应力分布图



(b) 应力沿截面法向与切向分解

图 2-1

如图 2-1(b)所示,由于 $p_\alpha \cdot \frac{A}{\cos\alpha} - P = 0$, 故而:

$$p_\alpha = \frac{P_\alpha \cos\alpha}{A} = \sigma \cos\alpha$$

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos\alpha = \sigma \cos^2\alpha; \tau_\alpha = p_\alpha \sin\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha$$

$$\sigma_{\max} = \sigma (\alpha = 0^\circ), \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} (\alpha = 45^\circ)$$

方位角 α : 逆时针方向为正; 剪应力 $\tau_{\max}$: 使研究对象有顺时针转动趋势为正。

5. 轴向拉压杆的变形与胡克定律

由 $\sigma = \frac{N}{A}$, $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$ 以及胡克定律 $\sigma = E\epsilon$ 得:

$$\frac{N}{EA} = \frac{\Delta l}{l} \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA}, \text{ 该式仍称为胡克定律}$$

式中 EA : 截面抗拉压刚度, 简称为拉压刚度; Δl 拉为正, 压为负。

由简单胡克定律得轴向线应变: $\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{N}{EA}$

$$\text{轴向拉压杆的轴向变形公式: } \Delta l = \int_0^l d\Delta l = \int_0^l \frac{N}{EA} dx$$

对于各向同性材料, 横向变形为: $\epsilon_y = \epsilon_z = -\mu \epsilon_x = -\frac{\mu}{E} \sigma_x$

6. 拉压杆的横向变形与泊松比

$\epsilon' = \Delta d / d$ (横向应变, 负值)

$$\text{泊松比: } \mu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| = -\frac{\epsilon'}{\epsilon}, \epsilon' = -\mu \epsilon = -\mu \frac{\sigma}{E}$$

对于各向同性材料, 弹性模量 E , 泊松比 μ 与切变模量 G 之间存在如下关系, 即只有两个独立弹性常数: $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

7. 轴向拉压应变能

准静态加载(逐渐缓慢加载,可忽略动能与热能的变化),此时应变能=外力功,即 $U=W$ 。

$$W = \int_0^{\Delta} P d\delta, \text{ 对于线弹性材料: } P = k\delta$$

$$W = \frac{1}{2} k \Delta^2 = \frac{1}{2} P \Delta, \text{ 拉压杆(等截面,应力为常数)}$$

$$P = N, \Delta = \Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

$$U = W = \frac{N^2 l}{2EA}$$

8. 拉压与形状应变比能

应变比能:单位体积的应变能 $u = \frac{dU}{dV}$, 单元体 $dV = dx dy dz$ 。

(1) 轴向拉压

$$dU = \frac{dP \cdot d\Delta}{2} = \frac{\sigma dx dz \cdot \epsilon dy}{2} = \frac{\sigma}{2} \cdot dx dy dz \quad \therefore u = \frac{\sigma}{2} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

(2) 纯剪

$$dU = \frac{\tau dx dz \cdot \gamma dy}{2} = \frac{\tau \gamma}{2} \cdot dx dy dz \quad \therefore u = \frac{\tau \gamma}{2} = \frac{\tau^2}{2G}$$

9. 轴向拉压静不定问题以及温度应力、装配应力的概念

(1) 静不定问题

单凭静力学平衡方程不能解出全部未知力的问题,称为静不定问题。静不定问题的特点是未知力的数目多于静力平衡方程式的数目,所以求解静不定问题的关键是建立关于未知力的补充方程。

由于多余约束的存在,杆系的变形受到了限制,因此,补充方程可由杆件各部分间或杆系中各杆间变形是协调的这一条件,即从变形的几何关系方面入手得到。

建立了与静不定次数相等的补充方程后,静不定问题迎刃而解。一般超静定问题的解法为:

①解除“多余”约束,使超静定结构变为静定结构(此相应静定结构称静定基),建立静力平衡方程。

②根据“多余”约束性质,建立变形协调方程。

③建立物理方程(如胡克定律,热膨胀规律等)。

④联立解静力平衡方程以及②和③所建立的补充方程,求出未知力(约束力或内力)。

变形协调条件应使静定基变形与原超静定结构相一致。

(2) 温度应力

温度变化要引起物体的膨胀或收缩。对于静定结构,杆件可以自由变形,当温度均匀变化时,在构件内不会引起应力;但对于静不定结构,由于构件变形受到部分或全部约束,温度变化时就要引起应力。这种由温度变化所引起的应力,称为温度应力。

在求解此类问题时,除了需要建立静力方程外,还需补充一个变形协调方程:

$$\Delta l_R = \Delta l_T$$

Δl_R 是杆件因 R 作用而产生的缩短； Δl_T 是温度上升 ΔT 时的伸长。

以及增加物理方程： $\Delta l_T = \alpha \Delta T \cdot l$ ， $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$

(3) 装配应力

构件的加工误差是难以避免的。对静定结构，加工误差只是引起结构几何形状的微小变化，而不会在构件内引起应力。但对静不定结构，加工误差就要在构件内引起应力。这种由于装配而引起的应力称为装配应力。

10. 应力集中的概念

实际工程构件中，有些零件常存在切口、切槽、油孔、螺纹等，致使这些部位上的截面尺寸发生突然变化。

例如开有圆孔和带有切口的板条，当其受轴向拉伸时，在圆孔和切口附近的局部区域内，应力的数值剧烈增加，而在离开这一区域稍远的地方，应力迅速降低而趋于均匀。这种现象，称为应力集中。

截面尺寸变化越急剧，孔越小，角越尖，应力集中的程度就越严重，局部出现的最大应力 $\sigma_{\max}$ 就越大。鉴于应力集中往往会削弱杆件的强度，因此在设计中应尽可能避免或降低应力集中的影响。

为了表示应力集中的强弱程度，定义理论应力集中系数： $k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0}$

k 值可查阅有关设计手册。当 $b \gg d$ ，则 $k=3$ 。其中 $\sigma_{\max}$ 为削弱面上轴向正应力的峰值； σ_0 为削弱面上名义应力。如对厚度为 t 的矩形截面板条：

$$\sigma_0 = \frac{p}{t(b-d)}$$

其中 b 为板条原宽度， d 为孔径或切口宽度。

必须指出，材料的良好塑性变形能力可以缓和应力集中峰值，因而对低碳钢之类的塑性材料应力集中对强度的削弱作用不很明显，而对脆性材料，特别对铸铁之类内含大量显微缺陷、组织不均匀的材料将造成严重影响。

第二节 典型题分析

重要考点提示：

- (1) 阶梯形杆的变形计算；
- (2) 静不定问题的计算。包括：从力学方面建立静力平衡方程式，从变形方面建立变形协调方程式，从物理方面，建立变形与力之间的关系式；
- (3) 结构装配应力的计算。关键在于正确建立补充方程；
- (4) 构件受惯性力作用时的应力计算。对作加速运动的质点系，如果假想地在每一质点上加上惯性力，则质点系上的原力系与惯性力系组成平衡力系。这样，就可把动力学问题在形式上作为静力学问题来处理，即动静法。