品位 品质 品牌

丛书主编 王朝银

# 步步高

# 高考总复习

2008 依据最新《考试大纲》编写审定
中国教育网 出版参考 杂志 鼎立支持发行

# 数学 理科

· 学生用书

Mathematics

黑龙江教育出版社

丛书策划：王朝银
责任编辑：宋舒白　安玉滨
装帧设计：金榜苑视觉设计中心
法律顾问：北京万慧达观勤律师事务所　刘蕾　010-68948773

BUBUGAO
MATHEMALICS

ISBN 978-7-5316-4678-5

9 787531 646785 >

ISBN 978-7-5316-4678-5/G·3598
定　价：49.00元

# 步步高

# 高考总复习

2008 依据最新《考试大纲》编写审定
中国教育网 出版参考 杂志 鼎立支持发行

丛书主编 王朝银

# 数学

黑龙江教育出版社

**图书在版编目（CIP）数据**

步步高高考总复习·数学/王朝银主编. -哈尔滨：黑龙江教育出版社，2007

ISBN 978-7-5316-4678-5

Ⅰ.步… Ⅱ.王… Ⅲ.数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第011639号

**丛书主编**：王朝银

**本册主编**：田　雨

**副 主 编**：巩雪萍　刘义锋　殷梦清　赵海良　吴风杰　刘士富　卢永军　孙光涛　崔师隆　张义博　石书相　周兴燕　谌贵轩

# 步步高·高考总复习

# 数　学

| | |
|---|---|
| **责任编辑** | 宋舒白　安玉滨 |
| **责任校对** | 徐博驰 |
| **封面设计** | 金榜苑视觉设计中心 |
| **整体制作** | 金榜苑视觉设计中心 |
| **出　　版** | 黑龙江教育出版社（哈尔滨市南岗区花园街158号） |
| **印　　刷** | 山东汶上新华印刷有限公司（0537-7212327） |
| **发　　行** | 新华书店经销 |
| **开　　本** | 880×1230　1/16 |
| **字　　数** | 1130千字 |
| **版　　次** | 2007年3月第1版 |
| **印　　次** | 2007年3月第1次印刷 |
| **定　　价** | 49.00元 |
| **书　　号** | ISBN 978-7-5316-4678-5/G·3598 |

黑龙江教育出版社网址：www.hljep.com.cn

网址：www.yinhuibook.com

# 前言

PREFACE

## 精心创建复习平台　纵横博览高考春色

**“蜜蜂，是能溶化的作家，从百花里吸出不同的香汁来，酿成它独创的甜蜜。”**

2008年的高考仍是中央和地方的二元命题模式，但地方命题须参照中央命题的精神和模式，二者的区别在于试题难度不同，但知识目标和能力目标仍全部统一在《考试大纲》的要求之下。为此，我们组织全国各地的教学第一线的特高级教师、教研员、教育考试专家编撰完成了《步步高》。他们教育理念先进、教学经验丰富、视野开阔、长于总结、责任心强、实践能力强。教学精英们纵览了全国的高考试题，又横向分析了各省命题趋势，博采众长，潜心研究，反复比较，才有了这套理念先进、设计独特、内容严谨、版式新颖的复习丛书——《步步高》！

《步步高》的作者们始终站在高考的最前沿，十分注重调研工作。他们与国家命题的权威机构以及北京、山东、江苏、武汉、上海、广东、西安等各大省市教研部门保持着密切的合作关系，能够在第一时间获取准确可靠的考改动向。同时，在全国各省市100余所重点中学设立信息站，与千余名一线教师进行网络信息互动，总部信息处理机构据此进行整合提炼，确保信息准确、可靠、超前、实用。

《步步高》丛书以“课前自学、课堂互动、课后作业”三段式的复习法为指导思想，按照“教案”和“学案”一体化的方式进行设计，以“课时”为编写单位，每课时的内容以学生当堂快速完成为准，做到精致高效。“学案”中“课前自学”部分给学生留下充分的动脑思考、动手落实的空间；“课堂互动”部分更给老师讲课留有充分的发挥余地；“课后作业”部分是按试卷形式设计的每课时或每单元测试题。这套丛书旨在为高考路上的莘莘学子提供最权威的指导，引领您把握备考的主旋律，为您带来一份丰厚的收获。

**一册在手，可使你纵阅高考春色！**

亲爱的同学们，选择了这本书，你就选择了一种全新高效的学习方式，选择了一位良师益友，选择了一份爱的关怀。这里面固然有付出的辛苦，但对美好人生的追求就在磨砺中铸就。当代诗人舒婷说：

“不是一切大树，都被暴风折断；不是一切种子，都找不到生根的土壤；不是一切真情，都流失在人心的沙漠里；不是一切梦想，都甘愿被摘掉翅膀。”

“一切的现在都孕育着未来，未来的一切都生长于它的昨天。希望，而且为它斗争，请把这一切放在你的肩上。”

努力吧，让《步步高》作为你进步的阶梯，希望2008年的9月，你在观赏水木清华的荷塘月色，你在领略北大燕园未名湖畔的湖光塔影。

《步步高》丛书编委会

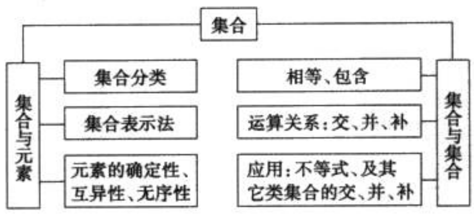
# 目录

CONTENTS

# 第一章　集合与简易逻辑

## 本章概览

【构建网络】




【高考要求】

1. 理解集合、子集、补集、交集、并集的概念. 了解空集和全集的意义. 了解属于、包含、相等关系的意义. 掌握有关的术语和符号，并会用它们正确表示一些简单的集合.

2. 理解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义. 理解四种命题及其相互关系. 掌握充要条件的意义.

看一看，本章学什么？考什么？

## §1.1　集合的概念

### 课前自主学案

**轻轻告诉你**　课前十分钟，翻翻课本，动手填填，基础知识的梳理与强化，永远是学习的第一生命！

【要点梳理】

1. 集合元素的三个特征：________、________、________.

2. 元素与集合的关系是________或________关系，用符号____或____表示.

3. 集合的表示法：__________、__________、__________、__________.

4. 常用数集：自然数集________；正整数集______；整数集____；有理数集____；实数集____.

5. 集合的分类：按集合中元素个数划分，集合可以分为________、________、________.

6. 子集、真子集及其性质

对任意的 $x\in A$，都有 $x\in B$，则________（或________）.

若 $A\subseteq B$，且在 $B$ 中至少有一个元素 $x\in B$ 且 $x\notin A$，则________（或 $B$ ________）.

若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$ 则 $A$ ________ $C$；$\varnothing\subseteq A$；$A\subseteq A$.

若 $A$ 中含有 $n$ 个元素，则 $A$ 的子集个数为______. $A$ 的非空子集个数为________，$A$ 的非空真子集个数为________.

7. 集合相等：若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则 $A$ ____ $B$.

【基础自测】

1. (2005·湖北)设 $P$、$Q$ 为两个非空实数集，定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P, b\in Q\}$，若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是　(　　)

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

2. (2007·南通模拟)已知集合 $A=\{x|x^2-x-6>0\}$，集合 $B=\{x||x-a|<3\}$，若 $A\cup B=\mathbf{R}$，则实数 $a$ 的取值范围是　(　　)

A. $[1,2]$　　B. $(0,1)$　　C. $[-1,2]$　　D. $(-2,1)$

3. (2005·天津文,1)集合 $A=\{x|0\leqslant x<3$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是　(　　)

A. 16　　B. 8　　C. 7　　D. 4

4. (2007·重庆重点中学联考)含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a,\dfrac{b}{a},1\right\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2006}+b^{2006}$ 的值为　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. $-1$　　D. $\pm1$

## 课堂对半讲练

**名师的教诲**　听一听，练一练，流畅的思维方法，规范的解题步骤，准确无误的答案，是永恒的学习主旋律。

**例1** 设集合 $A=\{1,x,y\}$，$B=\{x,x^2,xy\}$，且 $A=B$，求实数 $x,y$.

【思维精析】 由集合相等的含义，而判断集合 $B$ 中必有元素是"1"，结合集合 $A$ 可知，只能是 $x^2=1$ 或 $xy=1$，从而分情况列出方程求解即可.

【随堂记录】

**变式训练1** 设集合 $A=\{x,y,x+y\}$，$B=\{0,x^2,xy\}$ 且 $A=B$，求实数 $x,y$ 的值.

**例2** 已知集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=m+\frac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\right\}$，$P=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\right\}$，则 $M$、$N$、$P$ 满足关系　(　　)

A. $M=N\subsetneqq P$　　B. $M\subsetneqq N=P$

C. $M\subsetneqq N\subsetneqq P$　　D. $N\subsetneqq P\subsetneqq M$

【思维精析】 对于用描述法给出的集合，要抓住竖线前的代表元素及它具有的性质，再进行相关的判定与计算.

【随堂记录】

**变式训练2** 如果 $S=\{x\mid x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$T=\{x\mid x=4k\pm1,k\in\mathbf{Z}\}$，那么　(　　)

A. $S\subseteq T$　　B. $T\subseteq S$　　C. $S=T$　　D. $S\neq T$

**例3** 已知集合 $A=\{x\mid ax^2-2x+4=0\}$，若 $A$ 中至多只含一个元素，求实数 $a$ 的取值范围.

【思维精析】 通过讨论所给方程实数解的情况，来确定实数 $a$ 取值.

【随堂记录】

**变式训练3** 例3中，若集合 $A$ 中有两个元素，试求整数 $a$ 的最大值.

**例4** 设集合 $A=\{x|x^2+4x=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 $a$ 的值.

【思维精析】 解决子集有关问题时，切记子集概念即 $B$ 中的元素都在 $A$ 中，另外"空集"是任何集合的子集.

【随堂记录】

**变式训练4** (2007·郑州模拟)若集合 $A=\{x|x^2+x-2=0\}$，$B=\{x|mx+1=0\}$且 $B\subseteq A$，试求 $m$ 的值.

## 课后反思感悟

**状元谈经验** 想一想，悟一悟，本节学习了哪些思考方法？在解题中如何应用？课后反思是提升考能，获取高分的法宝。

【思考方法小结】

在解答有关集合的问题时，首先弄清代表元素，明确元素的特性.

当集合元素含有参数时，时刻注意元素的互异性. 切记"空集"是任何集合的子集.

应特别注意：分类讨论及转化与化归数学思想的应用.

**高考解题示范——学如何得分**

(2006·山东理,1)定义集合运算：$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$. 设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为　　(　　)

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

**解析**　由题设可知：若从集合 $A$ 中选取元素"0"则 $A\odot B$ 必有元素"0"，若从集合 $A$ 中选取元素"1"，则 $A\odot B$ 必有元素，$1\times2(1+2)=6$，$1\times3(1+3)=12$

故 $A\odot B$ 中所有元素之和为：$0+6+12=18$，故选 D.　　5′

**答案**　D

# §1.2　集合的运算

## 课前自主学案

**轻轻告诉你**　课前十分钟，翻翻课本，动手填填，基础知识的梳理与强化，永远是学习的第一生命！

【要点梳理】

1. 集合的交、并、补概念及运算

并集 $A\cup B=$__________.

交集 $A\cap B=$__________.

补集 $\complement_U A=$__________.

2. 集合的运算性质

$A\cup\varnothing=$____，$A\cup A=$______，$A\cup B=$______，

若 $A\cup B=A$，则 $B$____$A$.

$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap A=$______，$A\cap B=$______，

若 $A\cap B=A$，则______.

$A\cup(\complement_U A)=$______，$A\cap(\complement_U A)=$______，

$\complement_U(\complement_U A)=$____，

$\complement_U(A\cap B)=$__________，

$\complement_U(A\cup B)=$__________.

【基础自测】

1. (2006·陕西理,1)已知集合 $P=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant10\}$，集合 $Q=\{x\in\mathbf{R}|x^2+x-6\leqslant0\}$，则 $P\cap Q$ 等于　　(　　)

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2,3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{2\}$

2. (2006·重庆理,1)已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，则$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$等于　　(　　)

A. $\{1,6\}$　　B. $\{4,5\}$

C. $\{2,3,4,5,7\}$　　D. $\{1,2,3,6,7\}$

3. (2006·江苏,7)若 $A$、$B$、$C$ 为三个集合，$A\cup B=B\cap C$，则一定有(　　)

A. $A\subseteq C$　　B. $C\subseteq A$　　C. $A\neq C$　　D. $A=\varnothing$

4. (2006·四川理,1)已知集合 $A=\{x|x^2-5x+6\leqslant0\}$，集合 $B=\{x||2x-1|>3\}$，则集合 $A\cap B$ 等于　　(　　)

A. $\{x|2\leqslant x\leqslant3\}$　　B. $\{x|2\leqslant x<3\}$

C. $\{x|2<x\leqslant3\}$　　D. $\{x|-1<x<3\}$

# 课堂对半讲练

**名师的教诲**　听一听，练一练，流畅的思维方法，规范的解题步骤，准确无误的答案，是永恒的学习主旋律。

**例1** 若集合 $A=\{x|x^2+2x-8<0\}$，$B=\{x||x+2|>3\}$，$C=\{x|x^2-2mx+m^2-1<0,m\in\mathbf{R}\}$，

(1)若 $A\cap C=\varnothing$，求 $m$ 的集合；

(2)若 $(A\cap B)\subseteq C$，求 $m$ 的集合.

【思维模析】 分别把 A、B、C 三个集合明确表示出来，利用数轴，用数形结合进行分析.

【随堂记录】

**变式训练1** (2007·南京模拟)集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|x^2-ax+a-1=0\}$，$C=\{x|x^2-mx+2=0\}$，若 $A\cup B=A$，$A\cap C=C$，求 $a$，$m$ 的值.

**例2** 设 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant a\}$，$B=\{y|y=2x+3,x\in A\}$，$C=\{z|z=x^2,x\in A\}$，且 $C\subseteq B$. 求实数 $a$ 的取值范围.

【思维模析】 (1)当 $-2\leqslant x\leqslant a$ 时，$z=x^2$ 的范围与 $a$ 的取值的正负以及 $|a|$ 与 2 的大小均有关系. 因而先对 $a$ 进行讨论，求得 $C$ 后，再根据 $C\subseteq B$，求 $a$ 的取值范围. (2)作出函数的图象，数形结合求解.

【随堂记录】

**变式训练2** 若 $B=\{x|x^2-3x+2<0\}$，是否存在实数 $a$，使 $A=\{x|x^2-(a+a^2)x+a^3<0\}$，且 $A\cap B=A$? 请说明你的理由.

**例3** 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+4\leqslant 0\}$，$B=\{x|x^2-2ax+a+2\leqslant 0\}$，若 $A\cap B=B$，求实数 $a$ 的取值范围.

【思维模析】 A、B 均为不等式的解集，又∵$A\cap B=B$，∴$B\subseteq A$，按 $B=\varnothing$ 和 $B\neq\varnothing$ 两种情况分类讨论.

【随堂记录】

**变式训练3** (2007·宁波模拟)已知：$A=\{x\in\mathbf{R}|x^2+2x+P=0\}$ 且 $A\cap\{x\in\mathbf{R}|x>0\}=\varnothing$，求实数 $P$ 的取值范围.

**例4** 函数 $f(x)=\begin{cases}x, & x\in P,\\ -x, & x\in M,\end{cases}$ 其中 P、M 为实数集 $\mathbf{R}$ 的两个非空子集，又规定 $f(P)=\{y|y=f(x),x\in P\}$，$f(M)=\{y|y=f(x),x\in M\}$. 给出下列四个判断，其中正确判断有 (　　)

①若 $P\cap M=\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)=\varnothing$；

②若 $P\cap M\neq\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$；

③若 $P\cup M=\mathbf{R}$，则 $f(P)\cup f(M)=\mathbf{R}$；

④若 $P\cup M\neq\mathbf{R}$，则 $f(P)\cup f(M)\neq\mathbf{R}$

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【随堂记录】

**变式训练4** 设函数 $f(x)=-\frac{x}{1+|x|}(x\in\mathbf{R})$，区间 $M=[a,b]$ $(a<b)$，集合 $N=\{y|y=f(x),x\in M\}$，则使 $M=N$ 成立的实数对 $(a,b)$ 有 (　　)

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 无数多个

## 课后反思感悟

**状元谈经验**　想一想，悟一悟，本节学习了哪些思考方法？在解题中如何应用？课后反思是提升考能，获取高分的法宝。

【思考方法小结】

1. 在集合运算中，要弄清集合的类型：点集、数集或其他集合.

2. 在集合运算中对于集合的边界点、临界点这些易误点，一般要单独考查.

3. 对于两集合间关系的问题，应优先考虑可否允许一方为空集或都成为空集.

4. 学会运用数形结合、分类讨论的思想和方法解决有关集合的问题.

**高考解题示范——学如何得分**

设全集 $U=\mathbf{R}$，

(1)解关于 $x$ 的不等式 $|x-1|+a-1>0(a\in\mathbf{R})$；

(2)记 $A$ 为(1)中不等式的解集，集合 $B=\left\{x\left|\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)=0\right.\right\}$，若$(\complement_U A)\cap B$ 恰有 3 个元素，求 $a$ 的取值范围.

**分析**　此题涉及集合运算、含绝对值不等式、三角方程等基本知识，考查了学生对知识的综合运算能力、分析能力和运算能力，同时考查了分类讨论的思想.

**解**　(1)由 $|x-1|+a-1>0$ 得 $|x-1|>1-a$.

当 $a>1$ 时，解集是 $\mathbf{R}$；　2′

当 $a\leqslant 1$ 时，解集是 $\{x|x<a$ 或 $x>2-a\}$.　4′

(2)当 $a>1$ 时，$\complement_U A=\varnothing$；

当 $a\leqslant 1$ 时，$\complement_U A=\{x|a\leqslant x\leqslant 2-a\}$.　6′

$\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)$

$=2\left[\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)\cos\frac{\pi}{3}+\cos\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)\sin\frac{\pi}{3}\right]$

$=2\sin\pi x$.　8′

由 $\sin\pi x=0$，得 $\pi x=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即 $x=k\in\mathbf{Z}$，所以 $B=\mathbf{Z}$.　10′

当$(\complement_U A)\cap B$ 恰有 3 个元素时，$a$ 应满足

$\begin{cases}a\leqslant 1,\\ 2\leqslant(2-a)-a<4,\end{cases}$ 解得 $-1<a\leqslant 0$.

$\therefore a$ 的取值范围是 $0<a\leqslant 1$.　12′

# §1.3　逻辑联结词与充要条件

## 课前自主学案

**轻轻告诉你**　课前十分钟，翻翻课本，动手填填，基础知识的梳理与强化，永远是学习的第一生命！

【要点梳理】

1. 可以__________叫命题，命题由______和______两部分构成；数学中的定义、公理、定理、公式等都是______命题.

2. 逻辑联结词有____________，____________的命题叫简单命题，由________和________构成的命题叫复合命题；复合命题的三种构成形式是________________.

3. 判断复合命题真假的方法：________.

| $p$ | 真 | 真 | 假 | 假 |
|---|---|---|---|---|
| $q$ | 真 | 假 | 真 | 假 |
| $p$ 且 $q$ | | | | |

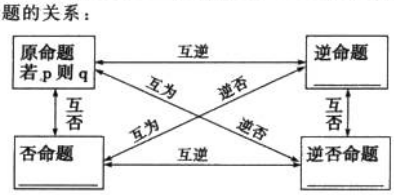
| $p$ | 真 | 真 | 假 | 假 |
|---|---|---|---|---|
| $q$ | 真 | 假 | 真 | 假 |
| $p$ 或 $q$ | | | | |

| $p$ | 真 | 假 |
|---|---|---|
| 非 $p$ | | |

4. (1)命题的四种形式：

原命题：______. 逆命题：______. 否命题：______. 逆否命题：________.

(2)四种命题的关系：




原命题与________，逆命题与______，否命题与________，互为逆否命题. 否命题既否定______又否定________，命题的否定仅否定________.

【基础自测】

1. (2006·湖北理，8)有限集合 $S$ 中元素的个数记作 card$(S)$. 设 $A$、$B$ 都为有限集合，给出下列命题：

①$A\cap B=\varnothing$ 的充要条件是 card$(A\cup B)=$card$(A)+$card$(B)$；

②$A\subseteq B$ 的必要条件是 card$(A)\leqslant$card$(B)$；

③$A\nsubseteq B$ 的充分条件是 card$(A)\leqslant$card$(B)$；

④$A=B$ 的充要条件是 card$(A)=$card$(B)$.

其中真命题的序号是　（　　）

A. ③④　　B. ①②

C. ①④　　D. ②③

2. (2006·湖南理，4)"$a=1$"是"函数 $f(x)=|x-a|$ 在区间$[1,+\infty)$上为增函数"的　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. (2006·山东理，8)设 $p$：$x^2-x-20>0$，$q$：$\frac{1-x^2}{|x|-2}<0$，则 $p$ 是 $q$ 的　（　　）

A. 充分不必要条件

(3)

| 原词语 | = | > | < | 是 | 都是 | 至多有一个 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 否定词语 | | | | | | |

| 至多有 $n$ 个 | 至少有一个 | 任意的 | 任意两个 | $p$ 或 $q$ | 能 | 对所有 $x$ 成立 | 对任给 $x$,不成立 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 某些 | 某个成立 |

注　此处要注意体会"原"与"否定"之间的"互补"关系.

(4)反证法与证命题的逆否命题:反证法首先__________,即假定结论________.由此出发直至推出________________;证命题的逆否命题,即由________的否定推出________的否定.

5.充分必要条件:______________的充分不必要条件;________的必要不充分条件;若 $p\Leftrightarrow q$,则 $p$ 是 $q$ 的________条件,$q$ 是 $p$ 的______条件;若________________的既不充分又不必要的条件.若所有满足 $p$ 的结果构成集合 $A$,所有满足 $q$ 的结果构成集合 $B$.那么,若 $A\subseteq B$,则 $p$ 是 $q$ 的______条件,$q$ 是 $p$ 的______条件;若 $A=B$,则 $p$ 是 $q$ 的__________.

________为充分性,________为必要性.

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

4.(2006·陕西理,6)"等式 $\sin(\alpha+\gamma)=\sin2\beta$ 成立"是"$\alpha,\beta,\gamma$ 成等差数列"的　(　　)

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充分必要条件

D.既不充分又不必要条件

## 课堂对半讲练

**名师的教诲**　听一听,练一练,流畅的思维方法,规范的解题步骤,准确无误的答案,是永恒的学习主旋律.

**例1** 分别写出由下列各组命题构成的"$p$ 或 $q$"、"$p$ 且 $q$"、"非 $p$"形式的复合命题,并判断其真假.

(1)$p$:3 是 9 的约数,$q$:3 是 18 的约数.

(2)$p$:菱形的对角线相等,$q$:菱形的对角线互相垂直.

(3)$p$:$a\in\{a,b,c\}$,$q$:$\{a\}\subsetneqq\{a,b,c\}$.

(4)$p$:不等式 $x^2+2x+2>1$ 的解集是 $\mathbf{R}$,$q$:不等式 $x^2+2x+2\leqslant1$ 的解集为 $\varnothing$.

**【思维精析】** 复合命题是由简单命题和逻辑联结词构成的,因此判断其真假的方法是:先判断各简单命题的真假,然后由真值表判断出最后结果.

**【随堂记录】**

**变式训练1** (1)指出下列复合命题的形式及其构成,并判断复合命题的真假:

①$10\leqslant10$;②方程 $x^2-6x+1=0$ 没有实数根;③有两个角为 $45°$ 的三角形是等腰直角三角形.

(2)是否存在同时满足下列三个条件的命题 $p$ 和命题 $q$?若存在,试构造出这样的一组命题;若不存在,说明理由.

①"$p$ 或 $q$"为真;②"$p$ 且 $q$"为假;③"非 $p$"为假.

**例2** 给出下列四组命题:

(1)$p$:$x-2=0$;$q$:$(x-2)(x-3)=0$.

(2)$p$:两个三角形相似;$q$:两个三角形全等.

(3)$p$:$m<-2$;$q$:方程 $x^2-x-m=0$ 无实根.

(4)$p$:一个四边形是矩形;$q$:四边形的对角线相等.

试分别指出 $p$ 是 $q$ 的什么条件.

**【思维精析】** 首先分清条件和结论,然后搞清楚是前者推后者,还是后者推前者.

**【随堂记录】**

**变式训练2** 如果 $A$ 是 $B$ 的充分条件,$A$ 是 $E$ 的必要条件,$B$ 是 $C$ 的充要条件,$B$ 是 $D$ 的必要条件,$D$ 是 $C$ 的必要条件,$D$ 是 $E$ 的必要条件.

那么,$A$ 是 $D$ 的什么条件?$C$ 是 $D$ 的什么条件?$C$ 是 $E$ 的什么条件?

**例3** 已知 $p:\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$，$q:x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件，求实数 $m$ 的取值范围.

【思维精析】 用集合的观点考虑问题，先确定两不等式的解集，写出 $\neg p$ 和 $\neg q$，然后由 $\neg q\Rightarrow\neg p$，但 $\neg p\nRightarrow\neg q$，求得参数 $m$ 的取值范围，还可以利用逆否命题的关系解决.

【随堂记录】

**变式训练3** 已知 $c>0$，设 $p$：函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上递减；$q$：不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$，如果"$p$ 或 $q$"为真，且"$p$ 且 $q$"为假，求 $c$ 的范围.

**例4** (2005·北京)已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数，$a,b\in\mathbf{R}$，对命题"若 $a+b\geqslant 0$，则 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$".

(1)写出逆命题，判断其真假，并证明你的结论；

(2)写出其逆否命题，并证明你的结论.

【思维精析】 写出原函数的逆命题、逆否命题后运用函数单调性定义，对于 $x_1>x_2$ 时，比较 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 的大小.

【随堂记录】

**变式训练4** (2007·长沙模拟)若 $x、y\in\mathbf{R}^+$ 且 $x+y>2$，求证：$\frac{1+x}{y}<2$ 和 $\frac{1+y}{x}<2$ 中至少有一个成立.

## 课后反思感悟

**状元谈经验** 想一想，悟一悟，本节学习了哪些思考方法？在解题中如何应用？课后反思是提升考能，获取高分的法宝。

【思考方法小结】

1. 复合命题真假的判断，首先要判断组成复合命题的简单命题的真假，然后再依据真值表判断.

2. 四种命题之间的真假关系

(1)原命题为真时，其逆命题和否命题不一定为真，只有其逆否命题为真；

(2)原命题的逆命题和否命题互为逆否，它们同真同假.

3. 用反证法证明命题的步骤

(1)假设命题的结论不成立；

(2)从这个假设出发，经过推理论证，得出矛盾；

(3)由矛盾判定假设不正确，从而肯定命题的结论正确.

反证法是一种重要的间接证法，一般在命题的结论涉及"无限"的形式，"否定"的形式或"至多"、"至少"的形式时；可以考虑运用反证法.

4. 判断充分条件和必要条件的方法：

(1)定义法；

(2)传递法；

(3)集合法：运用集合思想来判断充分条件和必要条件是一种行之有效的方法.

若 $p$ 以集合 $A$ 的形式出现，$q$ 以集合 $B$ 的形式出现，即 $A=\{x|p(x)\}$，$B=\{x|q(x)\}$，则

①若 $A\subseteq B$，则 $p$ 是 $q$ 的充分条件；

②若 $B\subseteq A$，则 $p$ 是 $q$ 的必要条件；

③若 $A=B$，则 $p$ 是 $q$ 的充要条件；

(4)等价命题法：利用原命题和逆否命题是等价的这个结论，有时可以准确快捷地得出结果.

5. 充要条件的证明

要理解"$p$ 的充要条件是 $q$"意思是"$q$ 是 $p$ 的充要条件". 在证"$p$ 的充要条件是 $q$"时，若 $q\Rightarrow p$，则充分条件即充分性成立. 若 $p\Rightarrow q$，则必要条件即必要性成立.

### 高考解题示范——学如何得分

(2006·福建理,12)对于直角坐标平面内的任意两点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，定义它们之间的一种"距离"：

$\|AB\|=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$

给出下列三个命题：

①若点 $C$ 在线段 $AB$ 上，则 $\|AC\|+\|CB\|=\|AB\|$；

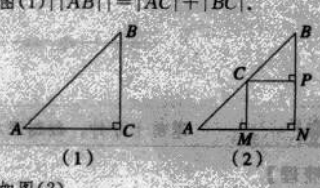
②在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=90°$，则 $\|AC\|^2+\|CB\|^2=\|AB\|^2$；

③在 $\triangle ABC$ 中，$\|AC\|+\|CB\|>\|AB\|$.

其中真命题的个数为　　（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

**解析** 如图(1) $\|AB\|=|AC|+|BC|$.　　①




∴在①中如图(2)，

$\|AC\|+\|CB\|=|AM|+|MC|+|CP|+|PB|=|AN|+|BN|$.

∴①正确.

在②中如图(1)所示，$\|AC\|^2=|AC|^2$，

$\|AB\|^2=(|AC|+|BC|)^2$，$\|BC\|^2=|BC|^2$，

∴②不正确.

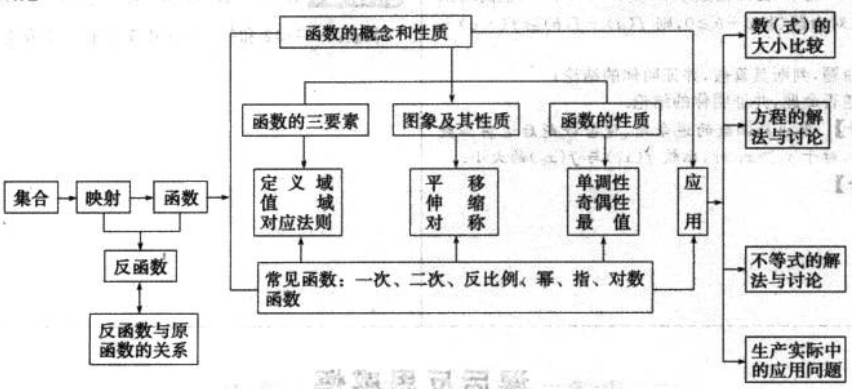
③中如图(1) $\|AC\|+\|CB\|$，在 $\triangle ABC$ 为直角三角形且 $C$ 为直角时其值等于 $\|AB\|$，故">"错.　　5′

**答案** B

# 第二章 函数

## 本章概览

**【构建网络】**




**【高考要求】**

1. 了解映射的概念，理解函数的概念.
2. 了解函数的单调性的概念，掌握判断一些简单函数的单调性的方法.
3. 了解反函数的概念以及互为反函数的函数图象间的关系，会求一些简单函数的反函数.
4. 理解分数指数幂的概念，掌握有理指数幂的运算性质，掌握指数函数的概念、图象和性质.
5. 理解对数的概念，掌握对数的运算性质，掌握对数函数的概念、图象和性质.
6. 能够运用函数的性质、指数函数和对数函数的性质解决某些简单的实际问题.

看一看，本章学什么？考什么？

## §2.1 映射、函数、反函数

### 课前自主学案

**轻轻告诉你** 课前十分钟，翻翻课本，动手填填，基础知识的梳理与强化，永远是学习的第一生命！

**【要点梳理】**

1. 映射与函数

(1)对应、映射、函数三个概念既有共性又有区别. 在了解映射概念的基础上，深刻理解函数是一种特殊的________，而________又是一种特殊的对应.

(2)掌握构成函数的三要素——________________________________，其中对应法则是核心，定义域是函数的灵魂.

(3)掌握函数的三种表示方法——________________________________，若函数在其定义域的不同子集上，因对应法则分别不同或用几个不同式子来表示，这种表示形式的函数叫做________

**【基础自测】**

1. 下列从集合 $A$ 到集合 $B$ 的对应中为映射的是 ( )

A. $A=B=\mathbf{N}^*$，对应法则 $f:x\to y=|x-3|$

B. $A=\mathbf{R}$，$B=\{0,1\}$，对应法则 $f:x\to y=\begin{cases}1 & (x\geqslant 0)\\ 0 & (x<0)\end{cases}$

C. $A=B=\mathbf{R}$，对应法则 $f:x\to y=\pm\sqrt{x}$

D. $A=\mathbf{R}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x>0\}$，对应法则 $f:x\to y=\log_2(1+x^2)$

2. 下列四个命题：

①函数是定义域到值域的映射；

______.

(4)如果 $y=f(u)$，$u=g(x)$，那么 $y=f[g(x)]$，叫做 $f$ 和 $g$ 的复合函数，其中 $g(x)$为__________，$f(u)$为__________.

2. 反函数

(1)函数与它的反函数的关系是：定义域、值域__________，对应关系________.

(2)对于任何一个函数 $f(x)$，不一定存在反函数，只有定义域中不同的 $x$ 值对应________ $y$ 值的函数才具有反函数.

(3)求函数 $y=f(x)$的反函数的一般步骤是：①由 $y=f(x)$中解出 $x=f^{-1}(y)$，判断 $x$ 是 $y$ 的函数；②互换 $x,y$ 得表达式____________；③写出 $y=f^{-1}(x)$的________(即 $y=f(x)$的值域).

(4)由互为反函数的图象关于________对称可知：①若点 $(a,b)$在 $y=f(x)$的图象上，则$(b,a)$必在____________的图象上；②若 $y=f(x)$为奇函数，则 $y=f^{-1}(x)$也为________.

(5)与反函数有关的问题通常有三类：一是求反函数；二是已知反函数，求原函数的表达式中的参数值，或用反函数研究原函数；三是函数与其反函数的图象间的关系.

②$f(x)=\sqrt{x-3}+\sqrt{2-x}$是函数；

③函数 $y=2x(x\in \mathbf{N})$的图象是一条直线；

④函数 $y=\begin{cases}x^2, & (x\geqslant 0)\\ -x^2, & (x<0)\end{cases}$的图象是抛物线.

其中正确的个数是　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 下列各组函数中表示同一函数的是　(　　)

A. $f(x)=x$ 与 $g(x)=(\sqrt{x})^2$

B. $f(x)=|x|$与 $g(x)=\sqrt[3]{x^3}$

C. $f(x)=x|x|$与 $g(x)=\begin{cases}x^2 & (x>0)\\ -x^2 & (x<0)\end{cases}$

D. $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$与 $g(t)=t+1(t\neq 1)$

4. 求下列函数的反函数：

(1)$y=x^2+2x-1(x\in[1,2])$；

(2)$y=-\sqrt{x^2-1}(x\geqslant 1)$；

(3)$y=\log_2(1-x)(0\leqslant x<1)$.

## 课堂对半讲练

**名师的教诲**　听一听，练一练，流畅的思维方法，规范的解题步骤，准确无误的答案，是永恒的学习主旋律。

**例1** 已知映射 $f:A\to B$，其中，集合 $A=\{-3,-2,-1,1,2,3,4\}$，集合 $B$ 中的元素都是 $A$ 中元素在映射 $f$ 下的象，且对任意的 $a\in A$，在 $B$ 中和它对应的元素是$|a|$，则集合 $B$ 中元素的个数是　(　　)

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

**【思维精析】** 本题是考察映射的概念.

**【随堂记录】**

**变式训练1** 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，集合 $B=\{4,5,6\}$，映射 $f:A\to B$ 且满足 1 的象是 4，则从 $A$ 到 $B$ 的映射的个数是：__________.

**例2** 表示相同函数的一组函数是　(　　)

A. $f(x)=\ln x^2$，$g(x)=2\ln x$

B. $f(x)=a^{\log_a x}(a>0,a\neq 1)$，$g(x)=x$

C. $f(x)=\sqrt{1-x^2}$，$g(x)=1-|x|$，$x\in[-1,1]$

D. $f(x)=\log_a a^x(a>0,a\neq 1)$，$g(x)=\sqrt[3]{x^3}$

**【思维精析】** 本题主要是考查函数的概念，深刻理解函数的三个要素，即定义域、对应法则和值域，同时考察相同函数的概念，即定义域相同并且对应法则也相同的函数.

**【随堂记录】**

**变式训练2** 已知函数 $y=f(x)$，集合 $A=\{(x,y)|y=f(x)\}$，$B=\{(x,y)|x=a,y\in\mathbf{R}\}$，其中 $a$ 为常数，则集合 $A\cap B$ 的元素有　(　　)

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 至多 1 个　　D. 至少 1 个

**例3** 《中华人民共和国所得税法》规定，公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税，超过 800 元的部分为全月应纳税所得额. 此项税款按下表分段累进计算：
某人一月份应交纳此项税款 26.78 元，则他的当月工资、薪金所得介于 ( )

| 全月应纳税所得额 | 税率 |
|---|---|
| 不超过 500 元的部分 | 5% |
| 超过 500 元至 2 000 元的部分 | 10% |
| 超过 2 000 元至 5 000 元的部分 | 15% |
| …… | … |

A. 800—900 元　　B. 900—1 200 元
C. 1 200—1 500 元　　D. 1 500—2 800 元

【随堂记录】

**变式训练3** $A$、$B$ 两地相距 150 公里，某汽车以每小时 50 公里的速度从 $A$ 地到 $B$ 地，在 $B$ 地停留 2 小时以后，又以每小时 60 公里的速度返回 $A$ 地，写出该车离开 $A$ 地的距离 $S$(公里)关于时间($t$)小时的函数关系.

**例4** 函数 $y=\frac{2x}{1+x}(x\in(-1,+\infty))$ 的图象与其反函数图象的交点坐标为________.

【思维精析】 本题主要是考察函数与其反函数的图象间的对称关系. 其交点必在直线 $y=x$ 上，而不必求反函数的解析式.（指、对数函数除外）.

【随堂记录】

**变式训练4** 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}(ax+b)$，当 $a,b$ 为何值时，$f(x)=f^{-1}(x)$.

## 课后反思感悟

**状元谈经验** 想一想，悟一悟，本节学习了哪些思考方法？在解题中如何应用？课后反思是提升考能，获取高分的法宝。

【思考方法小结】

1. 对应、映射、函数三个概念既有共性又有区别，在了解映射概念的基础上，深刻理解函数是一种特殊的映射，而映射又是一种特殊的对应。会用统一的思想看问题.

2. 研究函数必须按照“定义域优先”的原则. 求定义域时会利用转化的思想，把问题转化解不等式或不等式组.

3. 解决含有字母的问题时，一定要使用分类讨论的思想.

4. 运用函数与方程的思想进行求值，求反函数.

### 高考解题示范——学如何得分

(2006·浙江理,10)函数 $f:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\}$ 满足 $f(f(x))=f(x)$，则这样的函数个数共有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 8 个　　D. 10 个

**解析** 当 $f(x)=1$, $f(x)=2$, $f(x)=3$, $f(x)=x$ 时有 4 个.
根据元素地位的对等性，
不妨设当 $f(1)=1$, $f(2)=1$,
则必有 $f(3)=3$，假若 $f(3)=2$,
则 $f(f(3))=f(2)=1\neq3$，这样的情况共有 $C_3^1C_2^1C_1^1=6$ 种.
故共有 10 种. 5′

**答案** D

# §2.2 函数的定义域与解析式

## 课前自主学案

**轻轻告诉你** 课前十分钟，翻翻课本，动手填填，基础知识的梳理与强化，永远是学习的第一生命！

**【要点梳理】**

1. 求解析式的常用方法

(1)已知 $f[g(x)]$ 的解析式，求 $f(x)$ 的解析式，一般有两种方法：________、________；

(2)已知函数 $f(x)$ 的类型，求 $f(x)$ 的解析式，一般利用________________；

(3)已知 $f(x)$ 与 $f(-x)$ 或 $f(x)$ 与 $f\left(\frac{1}{x}\right)$ 之间的关系式，求 $f(x)$ 的解析式，一般用____________.

2. 求函数定义域一般有三类问题

第一类是给出函数的解析式，这时函数的定义域是使解析式有意义的__________的取值集合；

第二类是实际问题或几何问题，此时除要考虑解析式有意义外，还应考虑使________________________有意义；

第三类是不给出函数的解析式，而由 $f(x)$ 的__________确定函数 $f[g(x)]$ 的定义域或由 $f[g(x)]$ 的定义域确定函数 $f(x)$ 的__________.

其中，熟练掌握基本初等函数(尤其是分式函数、无理函数、对数函数、三角函数)的定义域是求函数定义域的关键.

3. 求函数的定义域，主要涉及以下几个方面：

①分式的________不为零；②对数函数的________都必须大于零，底数必须大于零且不为1；③偶次方根的__________非负；④零次幂的________不为零等.

**【基础自测】**

1. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ 的定义域为________.

2. 已知 $f(x^2-3)=\lg\frac{x^2}{x^2-6}$，则 $f(x)$ 的定义域是________.

3. 已知函数 $f(x)=2x-1$，$g(x)=\begin{cases}x^2, & x\geqslant 0,\\ -1, & x<0,\end{cases}$ 求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$ 的解析式.

4. (2007·泉州模拟)已知 $f(x)=3x-1$，$h(x)$ 为一次函数，$f[h(x)]=g(x)=2x+3$，求 $h(x)$.

## 课堂对半讲练

**名师的教诲** 听一听，练一练，流畅的思维方法，规范的解题步骤，准确无误的答案，是永恒的学习主旋律。

**例1** 若函数 $y=\lg(x^2+ax+1)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，求实数 $a$ 的取值范围.

**【思维剖析】** 由函数 $y=\lg(x^2+ax+1)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ 知：$x^2+ax+1>0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，而 $f(x)=x^2+ax+1$ 为二次函数，函数值恒正，故可利用 $\Delta$ 法求解.

**【随堂记录】**

**变式训练1** 已知函数 $f(x)=\frac{\sqrt[3]{3x-1}}{ax^2+ax-3}$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，则实数 $a$ 的取值范围是 ( )

A. $a>\frac{1}{3}$　　B. $-12<a<0$

C. $-12<a\leqslant 0$　　D. $a\leqslant\frac{1}{3}$