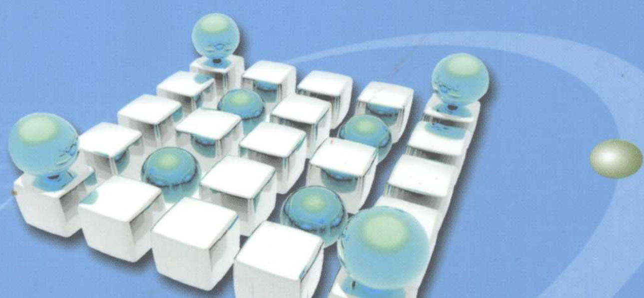
应用型本科理工类基础课程规划教材

概率论、随机过程与数理统计

北京邮电大学世纪学院基础教学部 组编
王玉孝 姜炳麟 汪彩云 编



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

应用型本科理工类基础课程规划教材

概率论、随机过程与数理统计

北京邮电大学世纪学院基础教学部 组编

王玉孝 姜炳麟 汪彩云 编

北京邮电大学出版社

·北京·

内容简介

本书共分三篇．第一篇为概率论，共 4 章，内容有概率论的基本概念、随机变量及其分布、随机变量的数字特征等；第二篇为随机过程，共 3 章，内容有随机过程的概念及其统计特性、马尔可夫链及平稳过程；第三篇为数理统计，共 3 章，内容有数理统计的基本概念与采样分布、参数估计及假设检验．每一章附有简单小结．每一节都附有习题，每一章最后还附有综合练习题．综合练习题有选择题、填空题、计算题和证明题三类题型，书末附有习题答案．

本书适合一些需要一种比较简明的概率论、随机过程与数理统计方面的教材的学校或专业选用，也可供准备考研究生的学生作参考．

图书在版编目(CIP)数据

概率论、随机过程与数理统计 /王玉孝，姜炳麟，汪彩云编．—北京：北京邮电大学出版社，2008.3

ISBN 978-7-5635-1506-6

Ⅰ．概…　Ⅱ．①王…②姜…③汪…　Ⅲ．①概率论—高等学校—教材②随机过程—高等学校—教材③数理统计—高等学校—教材　Ⅳ．O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 010265 号

书　　名：概率论、随机过程与数理统计

作　　者：王玉孝　姜炳麟　汪彩云

责任编辑：黄建清

出版发行：北京邮电大学出版社

社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号(邮编：100876)

发 行 部：电话：010-62282185　传真：010-62283578

E-mail：publish@bupt.edu.cn

经　　销：各地新华书店

印　　刷：北京源海印刷有限责任公司

开　　本：787 mm×960 mm　1/16

印　　张：19.5

字　　数：423 千字

印　　数：1—3 000 册

版　　次：2008 年 3 月第 1 版　2008 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-1506-6　　定　价：29.50 元

应用型本科理工类基础课程规划教材

编审委员会

前　言

当前有些学校或专业需要一种比较简明的概率论、随机过程与数理统计方面的教材，本书就是在这样的背景下编写成的.

本书在四个部分加强了讲述，以便使学生能够学到概率论、随机过程与数理统计的最基本的知识.这四个部分是：事件及其概率的概念和性质、随机变量的引进、随机过程的定义以及数理统计的基本思想.而对其他内容做了“删繁就简”的处理，具体做了下面几件事情.一是淡化了某些内容，如条件分布、大数定律、平稳过程的各态历经性等；部分内容加*号，根据实际情况，可讲可不讲；由二维随机变量推广到多维随机变量的有关内容，可由讲课老师在适当的时候补充讲解.二是删去了部分理论证明，有些容易的证明可由讲课老师在讲课时灵活掌握.三是例题和习题主要选那些基本类型的题目.在每一章附有的综合练习题按常规考试的要求，分为选择题、填空题、计算题和证明题三种题型.在每一节的习题和综合练习题之间、在综合练习题的三类习题之间，部分题目有重复，以使学生经过反复练习掌握这些基本类型习题的求解方法.为了能够对部分准备考研或准备进一步提高的学生提供一些帮助，我们从历年的考研题中精选了部分题目，在综合练习题中也加了一些稍难的题目.

在编写过程中，我们感到“删繁就简”的尺度很难把握，希望从事这门课程教学的老师多提宝贵意见和建议.

在本书编写过程中，得到了北京邮电大学世纪学院领导的关心、北京邮电大学出版社领导和编辑的支持以及北京邮电大学世纪学院基础部老师的帮助，我们表示诚挚的谢意.

虽然在编写过程中，想尽量做到把错误减到最少，但很难做到没有错误，望读者指正.

编　者

目 录

第一篇 概率论

第1章 概率论的基本概念

第 4 章 随机变量的数字特征

第二篇 随机过程

第5章 随机过程的概念及其统计特性

第6章 马尔可夫链

第 9 章 参数估计

第 10 章 假设检验

第一篇

概 率 论

第 1 章　概率论的基本概念

本章是概念论最基础的部分.这一章的重点内容是事件及其运算、事件的概率及其运算法则、条件概率及与条件概率有关的三个重要公式、事件的独立性.

1.1　随机试验、随机事件和样本空间

在自然界和社会中有两类不同的现象:确定性现象和随机现象.

确定性现象:在一定的条件下,完全可以预言什么结果一定出现,什么结果一定不出现,称此类现象为确定性现象.

例如,同性的电互相排斥;在标准大气压下,纯水加热到 100 ℃一定沸腾;2035 年 9 月 2 日北京出现日全蚀等.

随机现象:在一定的条件下,可能出现这样的结果,也可能出现那样的结果,预先无法断言,但经过大量的重复观察,可发现其结果的出现具有统计规律性,称此类现象为随机现象.

例如,抛一枚硬币,观察出现正面还是反面;记录某地一月份的最高温高和最低温度等.

概率论(包括随机过程和数理统计)是研究随机现象的统计(数量)规律性的一门数学学科.

1.1.1　随机试验

人们是通过随机试验来研究随机现象的统计规律性的.随机试验有如下特点:

(1) 可重复性——在相同的条件下可重复进行;

(2) 一次试验结果的随机性——在一次试验中可能出现这一结果,也可能出现那一结果,预先无法断定;

(3) 所有结果的确定性——所有可能的试验结果是预先可知的.

以后把随机试验记作 E(可以有下标),并简称为试验 E.

下列都是随机试验：

E_1：抛一枚硬币，观察正面（H）或反面（T）出现的情况；

E_2：将一枚硬币抛3次，观察正面（H）或反面（T）出现的情况；

E_3：将一枚硬币抛3次，观察出现正面的次数；

E_4：掷一颗骰子，观察出现的点数；

E_5：记录某无线通信公司在午间1：00～2：00间接到的寻呼次数；

E_6：从一批电脑中任取一台，观察无故障运行的时间；

E_7：向一平面区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 10\}$ 随机投掷一点，观察落点的坐标；

E_8：在区间 $[0,3]$ 上任取一点，记录它的坐标.

要点 对一随机试验，重要的是弄清什么是它的一次试验（比较 E_1，E_2），观察的对象是什么（比较 E_2 和 E_3）.

1.1.2 样本点和样本空间

一试验 E 的每一个可能的结果，称为 E 的样本点，记作 e（可以有下标）.

一试验 E 的所有样本点的集合，称为 E 的样本空间，记作 S（可以有下标）.

上面 E_1～E_8 的样本空间如下.

E_1：$S_1=\{H,T\}$；

E_2：$S_2=\{HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT\}$；

E_3：$S_3=\{0,1,2,3\}$；

E_4：$S_4=\{1,2,3,4,5,6\}$；

E_5：$S_5=\{0,1,2,\cdots\}$；

E_6：$S_6=\{t\mid t\geqslant 0\}$；

E_7：$S_7=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 10\}$；

E_8：$S_8=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}=[0,3]$.

1.1.3 随机事件、基本事件、必然事件和不可能事件

对一试验 E，在一次试验中可能出现也可能不出现的事情，称为 E 的随机事件，记作 $A,B,C,\cdots$.

例如，在 E_4 中，若令 A 表示“掷出奇数点”，这就意味着掷一次骰子，无论掷得1点，还是掷得3点，还是掷得5点，都称 A 在这一次试验中发生（出现）了，因此也可将 A 记作 $\{1,3,5\}$ 或 $A=\{1,3,5\}$. 在 E_5 中，若令 B 表示“记录的呼唤次数大于10”，这就是说无论记录的次数是11，还是12，…，还是100，…，都称 B 在这一次试验中发生了，因此也将 B 记作 $\{11,12,\cdots\}$ 或 $B=\{11,12,\cdots\}$. E_7 中，若令 C 表示“任意投掷一点，落点到原点的距离小于1/2”，这就表示无论该点的坐标是(0,0)，还是(0.25,0.01)，…，只要它的两个坐

标 x,y 满足 $x^2+y^2<\frac{1}{4}$，都称 C 在这一次试验中发生了，因此也将 C 表示为 $\{(x,y)\mid x^2+y^2<\frac{1}{4}\}$ 或 $C=\{(x,y)\mid x^2+y^2<\frac{1}{4}\}$.

要点 由上面的例子可见，随机试验 E 的随机事件可以用 E 的一些样本点组成的集合表示，在一次试验中当且仅当它所包含的任一样本点出现，都称该事件在这一次试验中发生了.

只含一个样本点的事件，称为该试验的基本事件. 例如，在 E_4 中 $\{3\}$ 表示“掷出 3 点”这一基本事件.

在任何一次试验中都不可能出现的事件，称为该试验的不可能事件. 例如，在 E_4 中，“掷出的点数大于 6”就是它的不可能事件，若用样本点的集合表示，就应是 $\varnothing$. 一试验的不可能事件记作 $\varnothing$.

在任何一次试验中都必然发生的事件，称为该试验的必然事件. 例如，在 E_4 中，“掷出的点数不超过 8”就是它的必然事件，若用样本点的集合表示，就应是它的样本空间 S. 一试验的必然事件记作 S.

1.1.4 事件的关系和运算

以下在讨论事件的关系和运算时，假定所涉及到的事件是同一随机试验的事件.

1. 包含关系

设 A,B 为二事件. 若 A 发生必有 B 发生，称 A 包含在 B 中或 B 包含 A，记作 $A\subset B$.

$$A\subset B \Leftrightarrow \text{任意 } e\in A，\text{则 } e\in B.$$

包含关系的几何表示如图 1.1 所示.

例 1.1.1 在 E_4 中，令 A 表示“掷得的点数不超过 2”，则 $A=\{1,2\}$；B 表示“掷得的点数不超过 4”，则 $B=\{1,2,3,4\}$. 显然，有 $A\subset B$.

例 1.1.2 一批产品中有合格品 100 件，次品 5 件，又在合格品中有 10% 是一级品. 今从这批产品中任取一件产品，令 A 表示“取得一级品”，B 表示“取得合格品”，则 $A\subset B$.

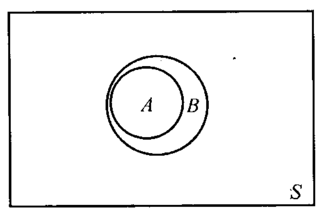


图 1.1

本例可以先写出试验的样本空间，然后把 A,B 分别表示成样本点的集合，最后判定 $A\subset B$. 例如，可把 105 件产品编为 1～105 号，其中 5 件次品为 1～5 号，10 件一级品为 6～15号，其余的合格品为 16～105 号，样本点为任取一件产品的编号，那么 $S=\{1,2,\cdots,105\}$，$A=\{6,7,\cdots,15\}$，$B=\{6,7,\cdots,15,16,\cdots,105\}$，则 $A\subset B$.

以后，如无特别需要，可以不必写出样本空间，也可以不必把事件表示成样本点的集