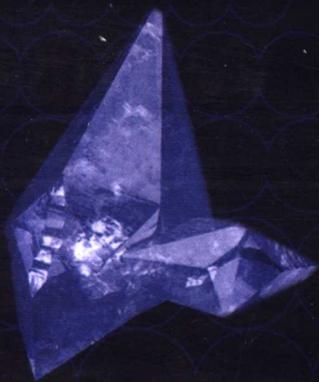


晶体物理学基础

陈纲 廖理几 郝伟◎编著

第二版



科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书从基础理论角度出发,阐明晶体各种宏观物理性质及其与晶体对称性的关系.全书分12章:前3章介绍张量和晶体宏观对称性的基础知识;第4章介绍晶体的介电性质,包括压电、热释电效应;第5章介绍晶体的弹性及弹性波在晶体中的传播;第6章讨论晶体结构相变引起的晶体对称性和物理性质的变化;第7章从热力学角度出发,讨论晶体各种物理性质之间的相互关系;第8~10章着重讨论晶体的光学性质;第11章专门讨论晶体的轴性张量的物理性质,包括旋光和旋声性质;第12章应用群论对张量方法作提高性总结.每章后面有习题和参考文献,书末还附有8个附录.

本书既可作为物理学、材料学、电子科学与技术学科的研究生教材,又可作为物理专业高年级本科生的教材,同时也可作为从事相关科研工作的研究人员的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

晶体物理学基础/陈纲,廖理几,郝伟编著.—2版.—北京:科学出版社,2007

ISBN 978-7-03-020049-5

I. 晶… II. ①陈…②廖…③郝… III. 晶体物理学 IV. O73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 148126 号

责任编辑:昌 盛 吴伶俐 / 责任校对:桂伟利
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1992年7月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2007年10月第 二 版 印张:32 1/4

2007年10月第二次印刷 字数:612 000

印数:1 751—5 250

定价:49.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换(新欣))

第一版序

长期以来，许多学习固体物理（尤其是晶体物理）的大学生和研究生希望有一本从理论上详细、全面阐述晶体物理性质的书，以供学习，从事固体物理（尤其是晶体物理）研究的同志也希望有一本较好的书，以供参考。详细地阅读了陈纲和廖理几编著的《晶体物理学基础》之后，我们可以欣慰地说，这本书正是大家所盼望的。

1984年北京硅酸盐学会为全国晶体学方面的科技工作者举办“晶体物理暑期讲习班”，由陈纲、廖理几教授主讲，受到了好评。讲习班的讲义还被北京工业大学和其他几所大学选为教材，受到了学生和教师们普遍欢迎。该书就是在此讲义基础上进行修改、补充、完善而成的。

陈纲和廖理几两位教授，多年来从事晶体物理的教学和科研工作，有着丰富的教学实践经验和扎实的理论基础，该书是他们多年教学和科研实践的结晶。我们认为，该书是近年来在晶体物理方面较为优秀的著作之一。

吴乾章

目 录

第一版序

第 1 章 张量及其基本运算	1
1.1 晶体物理性质的张量表示法	1
1.1.1 描述物质宏观物理性质的物理量的定义	1
1.1.2 用张量描述晶体的物理性质	2
1.2 张量的变换和定义	4
1.2.1 坐标系的变换	5
1.2.2 张量的变换	12
1.2.3 张量的定义	22
1.2.4 操作矩阵及其变换	23
1.3 张量的基本运算.....	27
1.3.1 零张量	27
1.3.2 张量的加减法	27
1.3.3 张量的数乘	27
1.3.4 张量的收缩	27
1.3.5 张量的乘积	28
1.3.6 张量的微分	29
1.4 张量的对称性质.....	30
1.4.1 各阶各类张量所固有的对称性质	30
1.4.2 张量下标置换的对称性	31
1.5 循环坐标系中的张量.....	32
1.5.1 循环坐标系及其与 Cartesian 直角坐标系的关系	33
1.5.2 在循环坐标系中对张量的操作	34
习题	37
参考文献	38
第 2 章 晶体的对称性	39
2.1 晶体结构和对称性.....	39
2.1.1 理想晶体及其性质	39

2.1.2 晶格、元胞和基矢	40
2.2 坐标系、晶系和 Miller 指数	42
2.2.1 Miller 指数	42
2.2.2 晶系	43
2.2.3 六方系和三方系的 4 轴指数	44
2.3 对称操作	45
2.3.1 物理学坐标系和对称操作矩阵	47
2.3.2 平移对称性对于对称操作的限制	53
2.4 对称元素	54
2.5 晶体学点群	58
* 2.5.1 晶体学点群的导出	58
* 2.5.2 点群 (第一类) 操作的可能组合	60
2.5.3 第一类点群	62
2.5.4 中心对称点群	63
2.5.5 由中心对称点群导出新群	65
2.5.6 点群的生群元	65
2.5.7 点群的对称操作总表和对称元素图	67
2.5.8 点群的极射赤平投影图	67
2.6 晶体微观结构的对称性	69
2.7 空间群操作	70
2.8 晶体的宏观物理性质和晶体的对称性 Neumann 原理	71
2.8.1 Neumann 原理	71
2.8.2 Neumann 原理的应用	75
习题	80
参考文献	80
第 3 章 二阶张量 应力与应变	82
3.1 二阶张量	82
3.1.1 二阶张量在某给定方向上的值	82
3.1.2 二阶张量的示性面	84
3.1.3 二阶张量的主轴和主值	86
3.1.4 晶体对称性对二阶张量物理性质的影响	88
3.1.5 二阶对称张量的简化下标表示法	89
3.2 应力张量	90

3.2.1 彻体力 and 体力矩	90
3.2.2 应力及其标记法	91
3.2.3 应力是二阶对称极张量	93
3.2.4 应力张量的几例	97
3.3 应变张量	98
3.3.1 对物体形变的一般描述	98
3.3.2 应变张量	104
3.3.3 应变张量数例	110
3.3.4 线性应变张量定义的适用范围	113
3.4 晶体的热膨胀系数	113
习题	114
参考文献	117
第 4 章 介电晶体的电学性质	118
4.1 晶体的介电性质	118
4.1.1 电极化现象	118
4.1.2 晶体的电极化率和介电系数张量	121
4.1.3 极化弛豫与介电损耗	124
4.2 晶体的压电性和电致伸缩现象	127
4.2.1 概述	127
4.2.2 晶体的压电效应、压电模量	128
4.2.3 电致伸缩效应	142
4.3 晶体的热释电效应	144
4.3.1 热释电效应和晶体的自发极化	144
4.3.2 热释电系数及晶体对称性的影响	145
4.3.3 电热效应	149
4.3.4 热释电效应的应用	149
习题	150
参考文献	151
第 5 章 晶体的弹性性质	152
5.1 Hooke 定律	153
5.1.1 各向同性固体中的 Hooke 定律	153
5.1.2 晶体中的 Hooke 定律	153
5.1.3 晶体的弹性系数形成四阶极张量	154

5.1.4	Hooke 定律的矩阵形式	156
5.2	应力的功和静态晶体应变能	157
5.2.1	应力的功	157
5.2.2	晶体的应变能	159
5.3	弹性系数和晶体对称性	161
5.3.1	弹性是所有晶类都具有的性质	161
5.3.2	弹性系数矩阵推算方法示例	161
5.3.3	均质体的弹性系数	164
5.3.4	应变能的正定性对弹性系数附加的限制	165
5.3.5	实用弹性系数的示例	165
5.4	晶体中的弹性波	168
5.4.1	弹性波传播的微分方程	168
5.4.2	慢度曲面	170
5.4.3	声波的能量传播方向	174
5.4.4	弹性波的群速	177
5.4.5	慢度曲面和能量速度	179
5.4.6	石英中的弹性波	179
5.4.7	纯模轴	183
5.5	压电器件中的机械振动及其应用	184
5.5.1	压电振子举例	184
5.5.2	压电换能器举例	186
5.5.3	压电器件的应用	187
	习题	187
	参考文献	188
第 6 章	晶体的对称性和相变	190
6.1	铁电相变和铁电体	190
6.1.1	概述	190
6.1.2	铁电体的宏观特征	191
6.1.3	相变点附近物理性质的变化	194
6.1.4	铁电畴	195
6.2	晶体的结构相变	198
6.3	反铁电相变和反铁电体	198
6.4	铁电体和反铁电体的软模	200

6.5 铁弹相变和铁弹体	201
6.6 铁电相变的 Landau 理论	204
6.7 Curie 原理在结构相变中的应用	209
6.7.1 Curie 原理在铁电相变中的应用	209
6.7.2 Curie 原理在(共线性)反铁电相变中的应用	212
6.8 铁弹相变及声学软模的对称性	215
习题	219
参考文献	220
第 7 章 晶体平衡性质的热力学	221
7.1 晶体状态参量之间的相互关系	221
7.1.1 状态参量之间关系的图示法	221
7.1.2 主效应	222
7.1.3 交叉效应	223
7.2 晶体平衡性质的热力学关系	225
7.3 在不同条件下测得的系数之间的关系	228
7.3.1 限定物理条件的含义	229
7.3.2 不同条件下主效应系数之间的关系	230
7.3.3 不同条件下交叉效应系数之间的关系	233
7.3.4 数量级的比较	236
习题	237
参考文献	237
第 8 章 晶体的线性光学性质	238
8.1 各向同性介质中光的传播	238
8.1.1 宏观 Maxwell 方程组	239
8.1.2 波动方程及其单色平面波特解	239
8.1.3 光波的能量密度矢量 S	244
8.2 光在晶体中传播的 Fresnel 公式	245
8.2.1 晶体各向异性对光传播的影响	245
8.2.2 晶体中光波的 Fresnel 公式	247
8.2.3 光线的 Fresnel 公式	250
8.2.4 描述光在晶体中传播的两种方法之间的相互联系	251
8.3 描述晶体光学性质的几何方法	252
8.3.1 光率体	252

8.3.2	折射率面	258
8.3.3	其他的几何方法	258
8.4	不同晶类晶体的光学性质	259
8.4.1	晶体的光学分类	259
8.4.2	单轴晶体的光学性质	261
8.4.3	双轴晶体的光学性质	267
	习题	276
	参考文献	277
第9章	晶体的非线性光学性质	278
9.1	晶体的非线性光学极化	278
9.1.1	典型非线性光学的几个实验示例	279
9.1.2	非线性光学极化的物理起源	281
9.1.3	非线性光学极化率是各光场频率的函数	287
9.2	晶体的二级非线性光学极化	288
9.2.1	二级非线性光学极化率张量	288
9.2.2	二级非线性光学效应的电磁理论——耦合波方程	292
9.2.3	相位匹配问题	295
9.3	光的二倍频效应	297
9.3.1	光的二次谐波产生	297
9.3.2	怎样实现相位匹配	300
9.3.3	有效倍频系数	304
9.3.4	限制倍频光强的因素和 90° 相位匹配	310
	习题	312
	参考文献	313
第10章	外界作用对晶体光学性质的影响	314
10.1	晶体的热光效应	314
10.2	线性电光效应	316
10.2.1	线性电光效应的机理	317
10.2.2	线性电光系数	318
10.2.3	线性电光效应引起晶体光学性质的变化	320
10.2.4	晶体电光效应的应用中有关的概念	324
10.3	二次电光效应	327
10.3.1	二次电光效应的机理	328

10.3.2	二次电光系数	328
10.3.3	二次电光效应引起介质光学性质的变化	330
10.4	晶体的弹光效应	332
10.4.1	弹光效应的机理	333
10.4.2	弹光系数(压光系数)	333
10.4.3	弹光效应对晶体光学性质的影响	334
10.5	晶体的声光效应	337
10.5.1	声光效应的基本概念	338
10.5.2	声光衍射的类型	340
10.5.3	声光器件的品质因素	344
10.6	光折变效应	345
10.6.1	基本现象	345
10.6.2	光折变效应的机制	347
10.6.3	光折变效应的可能应用前景	348
10.7	外界对晶体光学性质影响的综合讨论	349
10.7.1	外界作用影响晶体光学性质的对称性	349
10.7.2	电光效应和弹光效应的相互关系	350
10.7.3	热力学的讨论	352
10.7.4	外界作用下晶体其他效应与光学性质变化的相似性	353
	习题	354
	参考文献	355
第 11 章	晶体的回旋张量性质	356
11.1	晶体的旋光性质	356
11.1.1	旋光现象及其初步理论	356
11.1.2	介电张量的空间色散及旋光张量 g	360
11.1.3	旋光晶体中的光学基本方程	364
11.1.4	旋光晶体中折射率和电矢量的修正解	366
11.2	晶体的旋声性质	370
11.2.1	晶体的旋声现象	370
11.2.2	弹性张量系数张量的空间色散	371
11.2.3	旋声张量及其对称性	372
11.2.4	旋声性与空间色散的关系	373
	习题	375

参考文献	375
第 12 章 确定晶体物理性质张量独立分量的群论方法	377
12.1 晶体点群的张量表示	377
12.1.1 一阶张量-矢量的操作矩阵构成晶体点群的表示	377
12.1.2 二阶张量表示	379
12.1.3 高阶张量表示	380
12.2 晶体物理性质张量的非零独立分量的数目的计算	381
12.2.1 晶体点群的张量表示的约化	381
12.2.2 张量不变量和恒等表示	383
12.2.3 晶体物理性质张量的非零独立分量数目等于张量表示中所包含恒等表示的数目	385
12.2.4 晶体物理性质张量的非零独立分量数目的计算	386
12.3 张量的非零独立分量的确定	391
12.3.1 晶体点群作用下的不变式	391
12.3.2 求晶体点群作用下不变式的方法	394
习题	400
参考文献	400
附录 I 球面三角形余弦定理的推导	401
附录 II 晶体物理性质张量的操作矩阵	402
II.1 矢量性质的操作矩阵	402
II.2 二阶对称张量性质的操作矩阵	402
II.2.1 应力型二阶张量的操作矩阵	404
II.2.2 应变型二阶对称张量的操作矩阵	405
II.3 对三阶张量的操作	405
II.3.1 三阶张量与二阶张量的内积等于一个矢量	406
II.3.2 三阶张量与矢量的内积等于一个二阶张量	407
II.4 对四阶张量的操作	408
II.4.1 弹性劲度系数和应变弹光系数	409
II.4.2 应力弹光系数和二次电光系数	409
II.4.3 弹性顺服系数和电致伸缩系数	410
习题	411
参考文献	411
附录 III 晶体点群表示理论概要	412

III. 1 晶体点群特征标	412
III. 1.1 对称操作对张量元的作用	412
III. 1.2 张量变换和点群的对称性质, 不可约表示	413
III. 2 广义矢量空间及其约化	418
III. 3 点群表示理论	425
III. 4 矩阵的直积和点群的张量表示	428
III. 4.1 矩阵的直积	428
III. 4.2 点群的张量表示	428
III. 5 对称操作对函数的作用	433
III. 6 晶体点群的特征标表	436
III. 7 不变量(式)	442
参考文献	444
附录 IV 平面声波的性质	445
IV. 1 各向同性固体和各向异性固体的 Christoffel 方程	445
IV. 1.1 各向同性体和立方晶系	445
IV. 1.2 六方晶系	445
IV. 1.3 三方晶系	446
IV. 1.4 四方晶系	446
IV. 1.5 正交晶系	446
IV. 1.6 单斜晶系	447
IV. 1.7 三斜晶系	447
IV. 2 各向同性固体和各向异性固体的慢度曲面	447
IV. 2.1 各向同性材料	447
IV. 2.2 立方晶系	448
IV. 2.3 六方晶系	450
IV. 2.4 三方晶系	452
IV. 2.5 四方晶系	455
IV. 2.6 正交晶系	458
参考文献	463
附录 V 晶体物理性质矩阵表	464
V. 1 晶体的一阶张量性质(热释电系数)	464
V. 2 晶体的二阶对称极张量性质(线性电极化率, 介电和逆介电系数 ϵ 和 β , 热膨胀系数)	464

V.3	晶体的二阶对称轴张量性质 (旋光张量)	465
V.4	晶体的三阶极张量性质 (压电模量 d , 二级非线性极化率 χ^2 , 线性电光系数 γ)	466
V.5	具有 Kleinman 全对称性的晶体的二级非线性极化率张量	469
V.6	晶体的四阶极张量性质	471
V.7	晶体的弹性劲度系数和弹性顺服系数	474
	参考文献	476
附录 VI 二阶张量的主轴化		477
VI.1	二阶张量主轴化的解析方法	477
VI.2	矩阵与数值解法	480
VI.2.1	用矩阵方法由实验数据求解 $[a_{ij}]$ 各独立分量	480
VI.2.2	利用逐步逼近法求主轴和主系数	483
	参考文献	485
附录 VII 压电振子计算		486
	参考文献	491
附录 VIII 不变式方法的程序化		492
VIII.1	Clebsch-Gordan 系数	492
VIII.1.1	C-G 级数与 C-G 系数	492
VIII.1.2	C-G 系数的计算	493
VIII.2	不变式方法的程序化	494
VIII.2.1	普通基函数的计算	494
VIII.2.2	对称化基函数的计算	495
VIII.2.3	部分对称基函数的计算	495
VIII.2.4	张量元的读取	496
	参考文献	496
后记 (第一版)		497
后记 (第二版)		499

第 1 章 张量及其基本运算^[1~5]

本章主要介绍晶体的宏观物理性质是如何用张量来描述的,同时通过物理量在不同坐标系之间的变换来对张量作出准确定义,并区分极性和轴性张量.此外,还要介绍张量的一些基本运算方法,并讨论张量的对称性问题.

1.1 晶体物理性质的张量表示法

1.1.1 描述物质宏观物理性质的物理量的定义

描述物质宏观物理性质的物理量是由宏观的可测量的物理量之间的关系来定义.例如,物质的密度 ρ 是由质量 m 和体积 V 之间的关系

$$\rho = m/V$$

或

$$m = \rho V$$

来定义.又如电极化率 χ 则由施加于材料上的电场强度 E 和由此感生的电极化强度 P 之间的关系(本书采用有理化实用单位制)

$$P = \epsilon_0 \chi E$$

来定义.上述的 m , V , P , E 等都是可测物理量.

一般而言,若可测物理量之间的关系为线性时,则可采用如

$$B = CA \tag{1.1}$$

这样的公式来表示,其中 A 称为作用物理量,代表所施于材料的各种类型的作用,如上述的电场强度; B 称为感生物理量或效果物理量,是在该材料中对 A 的响应而产生的物理量,如受电场作用而产生的电极化强度. A 和 B 只描述对材料施加的作用及由此所产生的响应,都是可测的量,但它们并不表示材料本身所具有的任何性质,故一般称之为场量; C 则代表 A 与 B 之间的关系,不同的材料,虽受到相同的 A 的作用,但会得到不同的效果量 B ,这是由于不同材料有不同的 C 值而造成的.因此, C 表示了材料本身所具有的特性,即材料的物理性质,也称为物质量.通常, C 用物质系数来表示,如电极化率、介电系数,等等.确定它们的数值都是通过测量 A 值和 B 值,然后再由式(1.1)得到.

1.1.2 用张量描述晶体的物理性质

1. 场量和物质质量都是张量

从上面所举各量可知,有些物理量(如质量、体积、密度等),其数值与测量的方向无关,这样的量没有方向性,称为各向同性量,也称为标量.由于材料不均匀,密度可能会在不同点有不同的数值,即密度为点坐标 (x_1, x_2, x_3) 的函数,但各点的数值仍然是与方向无关的.有些量(如电场强度 E 、电极化强度 P 等),其值不仅有一定大小,而且还具有一定的方向性.这些有方向性的物理量,在直角坐标系中可用三个分量(如 E_1, E_2, E_3 和 P_1, P_2, P_3 等)数值的大小来表示出其方向性,其中每个分量仍是点坐标的函数,这类量被称为矢量.如果某种材料受到不均匀电场的作用,材料本身又不均匀,则各点的电场强度和电极化强度可能既有不同的方向,也有不同的数值.除矢量外,还有些物理量,如作用于材料上的应力和由之感生的应变,它们既具有一定量值,又具有一定的方向性,在直角坐标系中,它们已不能只由三个分量而必须由九个分量的组合才能描述,每个分量具有两个下标.这样的物理量称为二阶张量,如应力可以写成

$$[\mathbf{T}_{ij}] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

的形式.与此类似,晶体中的电极化率 χ 也是一个二阶张量.由于晶体的各向异性,在某点的电极化强度 P 并不与该点的电场强度 E 有相同的方向,如图1.1所示,它们之间的关系可写成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \epsilon_0 (\chi_{11} E_1 + \chi_{12} E_2 + \chi_{13} E_3) \\ P_2 &= \epsilon_0 (\chi_{21} E_1 + \chi_{22} E_2 + \chi_{23} E_3) \\ P_3 &= \epsilon_0 (\chi_{31} E_1 + \chi_{32} E_2 + \chi_{33} E_3) \end{aligned} \right\} \quad (1.3a)$$

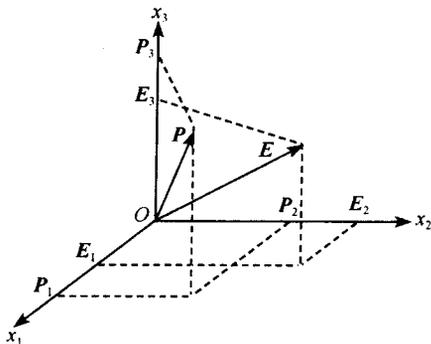


图 1.1 晶体中 P 与 E 方向不同

若用矩阵表示, 则写成

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (1.3b)$$

因此, 有

$$[\chi_{ij}] = \begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

还可以举出许多既有一定量值、又有方向性的物理量, 由于它们在直角坐标系中具有的分量及分量下标的数目都不同, 故而被称为不同阶的张量. 下面我们列表的形式将张量的表示法及阶数和在直角坐标系 (除非特殊声明外, 今后都使用这种坐标系) 中的分量数目列于表 1.1 中.

表 1.1 张量的表示法及示例的物理量

张量表示式和名称	阶数 m	分量数 3^m	物理量示例
$[T]$ 标量	0	$3^0=1$	质量、温度、密度
$[T_i]$ 一阶张量 (矢量)	1	$3^1=3$	电场强度、电极化强度、热释电系数
$[T_{ij}]$ 二阶张量	2	$3^2=9$	介电系数、电极化率、应力、应变
$[T_{ijk}]$ 三阶张量	3	$3^3=27$	压电模量、线性电光系数、二级非线性极化率
$[T_{ijkl}]$ 四阶张量	4	$3^4=81$	弹性系数、光弹系数、二次电光系数、电致伸缩系数

一般而言, 一个三维空间的张量是 3^m 个数 (此处的数可以是具体数值, 也可以是空间和时间的函数) 有序集合的总称, m 为该张量的阶数. 从表 1.1 中可看出, 张量的阶数和张量分量的下标数目是相等的. 表中所列出的张量形式是其符号式, 要把全部张量分量都列出, 对于高阶张量来说是很复杂的. 当我们了解某些张量的对称性而能将其分量下标简化时就可以写出其相应的矩阵式. 为了区别张量和矩阵, 通常对前者使用方括号 (如表 1.1 及式 (1.2) 和式 (1.4) 所示), 而对矩阵则用圆括号. 在一般情况下, 用黑体字表示张量的总体.

2. 用张量描述晶体的物理性质

根据式 (1.1), 材料的物理性质用物质质量 C 表示. 由上面的讨论可知, 不论场量和物质质量, 它们都是张量. 因此在一般情况下, 材料的物理性质显然可用张量来描述. 考虑到场量 A 和 B 可以是阶数不同的张量, 所以用张量形式来表示式 (1.1) 时应该写成下列形式:

$$B_{ijk\dots} = C_{ijk\dots lmn\dots} A_{lmn\dots} \quad (1.5)$$

其中设 $[A_{lmn\dots}]$ 为 p 阶作用张量, $A_{lmn\dots}$ 为其某一分量; $[B_{ijk\dots}]$ 为 q 阶感生张

量, $B_{ijk\dots}$ 为其某一分量, 则根据下面即将讨论的张量运算规则, $[C_{ijk\dots lmn\dots}]$ 为 $(p+q)$ 阶物理性质张量, $C_{ijk\dots lmn\dots}$ 为其某一分量. 式 (1.5) 应理解为一个对 l, m, n, \dots 各下标的求和式, 即按 Einstein 求和惯例, 对重复下标进行求和, 以后遇到类似情况, 就按此惯例求和.

从式 (1.5) 中可看出, 我们必须使用张量来描述材料的物理性质, 因为张量既能反映该性质的数量特征, 也可以表示出其方向特性来. 晶体具有各向异性, 与各向同性的材料相比较, 晶体的相当数量的物理性质与方向有关这一特点就更为明显了. 虽然有些性质 (如密度), 不论对晶体还是非晶体都是标量, 但如果考查像电极化率这样的物理性质, 就显示出晶体与非晶体的区别了. 对于各向同性的介质, 当外加电场 \mathbf{E} 不论取何方向时, 在其内部感生的电极化强度 \mathbf{P} 都与 \mathbf{E} 平行取向, 从而使电极化率 χ 表现出与方向无关的性质, 也就是说, 各向同性介质的 χ 是一个标量. 对于晶体则不然, 由于其各向异性, 即使均匀的晶体, 受到外电场 \mathbf{E} 作用所感生的电极化强度 \mathbf{P} 的方向一般地也将和 \mathbf{E} 有不同的取向, 如图 1.1 所示. 当 \mathbf{E} 取不同方向时, \mathbf{P} 相对于 \mathbf{E} 的取向也将有所不同. 因此正如式 (1.3) 所示, 电极化率将是一个二阶张量, 由式 (1.4) 表示. 将式 (1.3) 改写为如式 (1.5) 的形式, 可得

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.6)$$

它说明晶体的电极化率是一个二阶张量, 是各向异性的.

材料的某一种物理性质是各向同性的, 而它的另一种物理性质却可能是各向异性的. 例如, 立方晶系晶体的介电系数 (和光折射率) 表现出各向同性的特点, 这在过去曾经引起误解, 以为立方晶系晶体的所有物理性质都是各向同性的. 实际上, 因为立方晶系晶体的对称性较高, 故有些物理性质表现出各向同性. 而另一些物理性质 (如弹性系数、光弹系数等) 又确实表现出显著的各向异性的性质. 对各向同性的材料, 并非其所有物理性质都只需一个数值就能确定的, 如均质体的弹性系数、光弹系数等就由多于一个的数值来共同确定. 因此, 对于具体材料的具体物理性质就应该根据式 (1.5) 作具体的讨论 (式 (1.5) 中的 C 并不必须都是物质张量, 如第 3 章中讨论的应力就是场张量). 特别对晶体材料, 由于其结构上的各向异性, 我们必须根据式 (1.5) 利用张量, 并根据晶体的对称性来讨论其某种物理性质究竟具有何种特点, 从而了解其所适用的条件.

1.2 张量的变换和定义

用张量描述的各宏观可测物理量 (不论是场量或物质量) 都是客观的, 不应