

曲一线科学备考

中国教育报
2006“好书教师评”
评出的最有价值教辅图书
★★★★★

5.3 金卷 ②

2003-2007

5年高考真题详解

2008 年高考总复习使用

快速服务通道 24小时服务电话 010-63735353 13311185353

5·3全套文科全套定价:77.80元(不含听力)

5·3盒卷理科全套定价:74.80元(不含听力)

5·3 全套文科全套定价: 97.80 元 (含听力)

5·3金卷理科全卷定价:94.80元(含听力)

语文: 13.80元
理数: 16.80元

文数: 14.80元
英语: 16.80元

英语：36.80元
(含听力三盘磁带)

物理: 9.80元
化学: 9.80元

生物: 7.80元
政治: 10.80元

历史: 10.80元
地理: 10.80元

防伪查询办法

1. 刮开书上的全国电话机号标签, 输入10位刮刮卡手机号码, 拨打用户服务热线GZA-266, 输入密码050178, 激活用户服务热线TP, 连接网络即可。

05832525 电脑小说通用户手册超值版 7.95 空楼 陈林 2001 9 960201 等 1 册 1 册 如为正版图书, 赠送曲一联或考网 超白金会员卡 一张 (价值 10 元)

孙书田(改) 邮编: 100070 您能及时得到正规图书并获得意外的惊喜, 如提供有效的打虫驱鼠服务, 有重赏。

3 短信预约查询1元/条, 不含基础通信费

4. 本试卷均能理解并掌握以上第一至所有。

特别提示：“答案全解全析”单独成册，夹在试卷中，不单独出售。

谁选用了5.3, 谁就选择了一条正确的复习道路

✦ 谁选用了5.3,谁就掌握了科学的复习方法

➔ 谁选用了**5.3**,谁就会取得理想的高考成绩

——乔家瑞 北京市特级教师

文数

丛书策划：曲一线

装帧设计: 吉林美术出版社



9 787811 190304 >

定 价: 14.80元(含答案)



首都师范大学出版社

中国教育报

2006年“好书教师评”评出的
最有价值的教辅图书

高考誓言

我宣誓：

我要把今天当作生命的最后一天，

我要忘记昨天的光荣和遗憾。

我要以真理埋葬怀疑，

我要用自信驱赶黑暗。

我要以智慧解开迷雾，

我要以勤奋书写灿烂。

我要让今天成为不朽的纪念日，

我要让心中的梦实现。

宣誓人：_____

中国教育报

2006年“好书教师评”评出的
最有价值的教辅图书

第一部分 2007年全国高考真题

1. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷一）
2. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷二）
3. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）
4. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）
5. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）
6. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）
7. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）
8. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（辽宁卷）
9. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）
10. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）
11. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）
12. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（福建卷）
13. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）
14. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）
15. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（江西卷）
16. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（湖北卷）
17. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）
18. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）
19. 2007年普通高等学校招生全国统一考试（宁夏卷、海南卷）

第二部分 2003—2006年全国高考真题

20. 2006年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷一）
21. 2006年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷二）
22. 2005年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷一）
23. 2005年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷二）
24. 2005年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷三）
25. 2004年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷一）
26. 2004年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷二）
27. 2004年普通高等学校招生全国统一考试（全国卷三）
28. 2003年普通高等学校招生全国统一考试（新课程卷）

第三部分 答案全解全析及评分细则



曲一线书系

曲一线高考命题研究组

曲一线高考网

2008

5·3金卷 ②

5年高考真题详解

文数

- 丛书主编：曲一线
- 本册主编：刘文山
- 副主编：张希艳 张广胜 王彦成 李继新
谢月秋 陈俊华
- 编委：何友益 邓永生 杨亚振 李小明
刘仁波 李自峰 刘 晗



首都师范大学出版社

中国教育报 2006年“好书教师评”评出的最有价值的教辅图书

轻轻地告诉你

朋友，我正看着你呢，你也正看着我。

我不是一幅色彩缤纷，线条优美的画卷。也许不能让你感受生活的美妙，世界的神奇；

我不是一曲余音绕梁，三月不绝的仙乐，也许不能让你领悟高山的浑朴，流水的真率。

我只是一行行前人的足迹，引领你登上书山的峰顶；

我只是一句句殷切的叮咛，提醒你拾起遗漏的点滴。

啊，朋友！

其实，我是一页页久久期待，期待着能与你诵读的文字。

我给予你的，是需要你辛勤劳作的土地。

我爱你，我对所有的学子充满敬意；你越辛苦，因此你也越美丽。

我爱你，你的勤奋、刻苦、拼搏、进取，将成为我永久的记忆。

我想对你说，拥抱明天，需要你学会做人，学会学习，学会生存，也需要你付出百信努力，学会考试！

我想对你说，考试就意味着竞争，考试就意味着较量，考试就意味着选拔，考试就意味着优胜劣汰。考试需要健康的体魄和挺拔的心理，考试更需要有坚韧的毅力和顽强的斗志。

第一部分 2007年全国高考真题

2007年是新课改高考的第一次，新高考的红盖头已经被掀起。新课改虽不彻底，但新课改必将翻天覆地。新高考是一次教育智慧的展示，新高考是一次教育思想的洗礼，新高考将给教育带来无限生机。山东、广东、海南、宁夏四省区率先尝试，新课改已取得骄人成绩。

第一部分是2007年全国高考真题，包括自主命题的全部真题试卷。2007年试卷覆盖面全面，信息准确。2007年高考真题蕴藏着命题人大胆的构思和创意，展示着课程改革的最新信息。2007年高考试题“题繁就简三秋树，领异标新二月花”。是2008年高考总复习必备的实战练习题。

第二部分 2003—2006年全国高考真题

自2004年以来，虽然越来越多的省份实行自主命题，但全国卷仍是高考的风向标和导航仪。练习全国试卷，就会把握高考命题的真谛。

第三部分 答案全解全析及评分细则

答案全解 这是对试题的透彻解析，这是对答案的最新诠释。答案全解将最大限度地贴近命题人的思路，答案全析将充分挖掘命题人的巧妙立意。

评分细则 这是命题人给出的评分细则，步骤分、采分点，也是你总复习时提高主题成册的金钥匙。你要探寻这其中的奥秘。这是评卷时阅卷人的采分依据。

考试背景 分为“励志高考”“策略技巧”“阳光心态”三个板块。这是对人生信念的激励，这是对生命意志的唤起，这是智慧的加油站，这是心灵的栖息地。如果拥有了这个支点，你将会拥有解决所有问题的妙计。

我想轻轻地告诉你，所有的人，都在祝福着你。

你抬头向上看，上面写着，我永远祝福你；你回首向后看，后面写着，我永远祝福你。

这一点毫不怀疑。

朋友，你正看着我呢，我也正看着你。

图书在版编目(CIP)数据

五年高考真题详解·数学·文科·曲一线主编—北京：首都师范大学出版社，2007.6

(5·3金卷)

ISBN 978-7-311-119-03-4

I.五... II.曲... III.数学课—高中—解题—升学参考资料
IV.G632.479

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第088463号

五年高考真题详解·文科数学

丛书主编 曲一线

责任编辑 王彦冰 责任校对 姜开红

首都师范大学出版社出版发行

地址 北京西三环北路105号

邮编 100037

电话 68418523(总编室) 6842468(发行部)

网址 www.cnuph.com.cn

E-mail master@cnuph.com.cn

北京通州皇家印刷厂印刷

全国新华书店发行

版次 2007年6月第1版

印次 2007年6月第1次印刷

书号 ISBN 978-7-311-119-03-4

开本 787×1092毫米 1/32

印张 12.5

字数 400千

印数 0 001—10 000册

定价 14.80元

版权所有 违者必究

如有印刷问题 请与010-63721419联系退换

2007 年全国各省市高考文数考试形式、试卷结构及试题评价

全国卷一高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	全国统一命题
时间分值	时间 120 分钟, 分值 150 分。
题型说明	分选择题与非选择题两大部分。
试卷结构	一、选择题部分: 共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分。二、非选择题部分: 填空题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。解答题共 6 个小题。17 题 10 分, 18~22 题各 12 分, 共 70 分。

全国卷二高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	全国统一命题
时间分值	时间 120 分钟, 分值 150 分。
题型说明	分选择题与非选择题两大部分。
试卷结构	一、选择题部分: 共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分。二、非选择题部分: 填空题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。解答题共 6 个小题。17 题 10 分, 18~22 题各 12 分, 共 70 分。

北京市高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间 120 分钟, 分值 150 分。
题型说明	分选择题和非选择题两大部分。
试卷结构	一、选择题部分: 共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分。二、非选择题部分: 填空题: 共 6 个小题, 每小题 5 分, 共 30 分。解答题: 共 6 个。15 题 12 分, 16 题, 18 题各 13 分。17、19、20 题各 14 分, 共 80 分。

天津市高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间 120 分钟, 分值 150 分。
题型说明	分选择题和非选择题两大部分。
试卷结构	一、选择题部分: 共 10 个小题, 每题 5 分, 共 50 分。二、非选择题部分: 填空题: 共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分。解答题 17~20 题各 12 分, 共 48 分。21~22 题各 14 分, 共 28 分。

上海市高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间 120 分钟, 分值 150 分。

题型说明 试卷结构

分填空、选择、解答题三大部分。

一、填空题: 共 11 个小题, 每小题 4 分, 共 44 分。二、选择题: 共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分。三、解答题: 共 6 个小题。16 题 12 分, 17~19 题各 14 分, 20 题 18 分, 21 题 18 分, 共 90 分。

重庆市高考考试形式及试卷结构

考试大纲 考试形式 命题形式 时间分值 题型说明 试卷结构

全国统一考试大纲

单科试卷

自主命题

时间 120 分钟, 分值 150 分。

分选择题、填空题、解答题三大部分。

一、选择题: 共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分。二、填空题: 共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分。三、解答题: 共 6 题, 17、18 题各 13 分。19~22 题各 12 分, 共 74 分。

四川省高考考试形式及试卷结构

考试大纲 考试形式 命题形式 时间分值 题型说明 试卷结构

全国统一考试大纲

单科试卷

自主命题

时间 120 分钟, 分值 150 分。

分选择题、填空题、解答题三大部分。

一、选择题: 共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分。二、填空题: 共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分。三、解答题: 共 6 个小题, 17~21 题各 12 分, 22 题 14 分, 共 74 分。

试题评价

数学试题全面考查了中学数学的基础知识和基本技能, 考查了考生的思维能力、运算能力、空间想象能力、实践能力和创新意识, 同时十分重视对重要数学思想的考查, 重视对考生学习潜能的考查。第一, 突出了“重视基础, 回归教材”。文、理科试题都注重从教材的例题、习题中挖掘素材进行改编, 在考查基础知识的同时注重能力考查, 解题涉及知识和思路、方法都是中学数学学习中常见的重要内容, 有利于规范和稳定中学数学教学。第二, 根据今年四川考生的特点, 适当降低了起点要求, 分段设问, 帮助考生拾级而上, 同时保持了压轴题的难度, 使全卷难度分布更加合理, 能较明显地区分各个层次考生的能力水平。第三, 更加重视文、理科考生差异, 充分考虑文科考生继续学习的需要, 适当降低了对文科考生处理逻辑推理和证明的要求, 有利于对文科数学教学的正确导向。

辽宁省高考考试形式及试卷结构

考试大纲 考试形式 命题形式 时间分值 题型说明 试卷结构

全国统一考试大纲

单科试卷

自主命题

时间 120 分钟, 分值 150 分。

分选择题、非选择题两大部分。

一、选择题部分: 共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分。二、非选择题部分: 填空题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分。解答题共 6 个小题, 17

~20 题, 22 题各 12 分, 21 题 14 分, 共 74 分。

山东省高考考试形式及试卷结构

考试大纲 考试形式 命题形式 时间分值 题型说明 试卷结构

新课标统一考试大纲

单科试卷

自主命题

时间 120 分钟, 分值 150 分。

分选择题、填空题、解答题三大部分。

一、选择题: 共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分。二、填空题: 共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分。三、解答题: 共 6 个小题, 共 74 分。

试题评价

数学试卷包含文、理科试卷各 1 份, 两份试卷都以新的课程标准、全国考试大纲和 2007 年山东省考试说明为依据, 充分考虑对我省各地使用各种不同版本教材的实际, 紧密结合中学数学、综合中学数学在知识、思想方法和能力等方面的要求, 贯彻新课程理念。此外, 这些试题立意朴实但又新颖, 取材高于教材而又高于教材, 两份试卷科学地考查了考生继续学习所应具备的数学素养和潜能, 着重考查了考生对数学本质的理解, 宽角度、多视点、有层次地考查数学理性思维, 特别是通过解题过程对思维能力进行了深入的考查; 试卷结构稳定, 知识覆盖面广, 重点突出, 稳中有新, 稳中见变。尤其是对课程中新增内容和传统内容有机结合, 考查也更加科学、规范和深化。两份试卷难度: 中, 显比例恰当, 均具有较高的信度、效度和有效的区分度。有利于高校选拔优秀学生。有利于中学数学教学改革, 对中学教学发挥了良好的导向作用。达到了考基础、考能力、考素质、考潜能的考试目标。

江苏省高考考试形式及试卷结构

考试大纲 考试形式 命题形式 时间分值 题型说明 试卷结构

全国统一考试大纲

单科试卷

自主命题

时间 120 分钟, 分值 150 分。

分选择题、填空题、解答题三大部分。

一、选择题: 共 10 个小题, 每小题 5 分, 共 50 分。二、填空题: 共 6 个小题, 每小题 5 分, 共 30 分。三、解答题: 共 6 个小题, 共 70 分。

试题评价

2007 年高考数学试题从学科知识、思想方法和学习潜能出发, 多层次地考查了学生的数学素养和理性思维。试卷继承以往命题的成功经验, 体现出“调整结构, 立足基础, 强化能力, 注重创新”的命题特色。难度符合考纲要求。

调整结构适应发展 从题型结构角度看, 近几年高考试卷中选择题、填空题、解答题三种题型得分分别为“10+4+6”, 今年调整为“10+4+5”, 即选择题 10 小题, 共 50 分; 填空题 4 小题, 共 20 分, 较以往增加 12 分, 解答题 5 小题, 共 72 分, 较以往减少 12 分。

覆盖面广重点突出 前几年, 高考试题十分注重知识覆盖面, 讲究知识主线, 知识面宽, 但今年则强化了能力主线, 形成了知识、方法、能力的立体框架结构。强调了对知识主干和重要数学思想方法的考查, 如函数、三角、不等式、数列、立几、解几及函数与方程、数形结合、分类讨论

2007年全国各省市高考文科数学考试形式、试卷结构及试题评价

等方面考查新。今年在继续重视知识覆盖面前提下,突出主干知识,相应增加了正态分布等统计内容。

题目设计不落窠臼 在保持常规题型时,别具匠心设计了如理科第4题、第8题、第16题、第21题、第22题等一纸考查背景公平、数学内涵丰富、设问角度新颖、解答技巧多样的创新试题。这些试题数学形式化程度高,需要较强的数学阅读与审题能力,可以全面考查学生的基础水平与综合数学素养,得到了优秀学生的认可。多年未见的应用题在选择题中也有所体现。

总体稳定重点分散 延续了去年分散重点的做法,进一步体现了多题把关的命题特点,易、中、难题比例符合考试说明中的要求。选择、填空、解答各有把关题,尤其是填空题中硬点分明,解答中数列题和压轴题表述新颖,能力要求高,区分度好。

试题简洁清爽明快 试题叙述继续保持去年干脆利落风格,更加注重了数学本质,适度追求形式化以及数学和推、演调数学本质。

通览答卷,感觉试卷内容非常丰富而生动,数学味浓厚而强烈,创新意识鲜明,在能力立意命题方向上呈现出了一大步。它要求中学数学教学跳出题海,回归课本,更加关注数学本质与意义,着力提高学生的数学素养和非智力因素,使数学知识能达“鹰击长空,鱼翔浅底”的境界。(《金陵报、南、可、模、肇庆评价》)

浙江省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共10个小题,每小题5分,共50分。二、填空题:共7个小题,每小题4分,共28分。三、解答题:共5个小题,18~20题各14分,21~22题各15分,共72分。

福建省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共12个小题,每小题5分,共60分。二、填空题:共4个小题,每小题4分,共16分。三、解答题:共6个小题,共74分。

试题评价 2007年数学文史类出题题比较常规,不偏不怪,比较适合文科学生。在内容上,首先很好地体现了高中阶段的基础知识和基本技能的考查;其次是注重高中新教材对能力的要求,该改精神比较明显;各方面内容考得也比较充分;再次,有几道题还是出得有创新性的,比如第16题,对学生的能力要求就比较高;另外,试卷对中学高中阶段重点知识体现得比较充分,着重考查了一些重点知识。

总体上,数学(文史类)试卷难度比较适中,但有一点,今年的考试说明要求数学文史类区分度也要部分达到理科的要求,而今年的题目在这

点上有所体现,16题、22题等几个题目都距理科的要求比较靠近。所以,今年试卷可能出现的一个情况是学生要考好比较容易,但要得到高分就不那么容易了,估计120分的会相对容易,但要140分以上就难了。(《黎明晚报》)

广东省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	新颁布统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共10个小题,每小题5分,共50分。二、填空题:共5个小题,每小题5分,共25分。三、解答题:共6个小题,满分共80分。

安徽省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共11个小题,每小题5分,共55分。二、填空题:共4个小题,每小题4分,共16分。三、解答题:共6个小题,16~18题各10分,19、20、21题各14分,22题15分,共79分。

试题评价 1.深入全面考查数学基本能力。
如文科第17题二视图问题,考生需将文字语言转化为图形语言,再运用符号语言算出结论,考查符合文科学生实际。

2.注重对数据处理能力考查。

数据处理能力是实施课程标准后新增的一种数学基本能力。文科第7题将统计图和表格图结合在一起,考查了算法思想、读图识图能力和推理论证能力。文科第18题以生产中节能降耗为情景,倡导绿色价值观,考查考生对统计中最小二乘法知识的掌握和运用。侧重考查方法,控制计算量。

3.注重考查应用意识和创新意识,多角度、多层次检测数学能力和素质。创设背景符合考生心理成长和现实生活实际,有一定时代气息、反映正确价值取向、科学严谨的试题。如文科第7题和第18题都创设了应用的情景。

体现了对考生应用意识的考查还有文科第3题和文科第10题,文科第5题是速度与路程的问题,重点考查了考生对函数概念的理解和读图识图能力。文科第10题的物流配送问题,实质是函数的最值问题,可通过对图形的探究,运用合情推理和进行简单运算去解答。

4.重视探究全面考查数学思想和方法。新课程中大力倡导数学探究,试卷对数学探究的考查主要通过创设适度开放需进行探索讨论的试题实现,如文科第10、21题都有讨论探究的要求,以及文科第19题探讨解析几何中的存在问题问题。

江西省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共12个小题,每小题5分,共60分。二、填空题:共4个小题,每小题4分,共16分。三、解答题:共6个小题,共74分。

湖北省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共10个小题,每小题5分,共50分。二、填空题:共5个小题,每小题5分,共25分。三、解答题:共6个小题,16~19题各13分,20题13分,21题14分,共75分。

湖南省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共10个小题,每小题5分,共50分。二、填空题:共5个小题,每小题5分,共25分。三、解答题:共6个小题,共75分。

陕西省高考考试形式及试卷结构

考试大纲	全国统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题三大部分。
试卷结构	一、选择题:共12个小题,每小题5分,共60分。二、填空题:共4个小题,每小题4分,共16分。三、解答题:共6个小题,17~21题各12分,22题14分,共74分。

宁夏、海南高考考试形式及试卷结构

考试大纲	新颁布统一—考试大纲
考试形式	单科试卷
命题形式	自主命题
时间分值	时间120分钟,分值150分。
题型说明	分选择题、填空题、解答题,还有选考题四大部分。
试卷结构	一、选择题:共12个小题,每小题5分,共60分。二、填空题:共4个小题,每小题5分,共20分。三、解答题:共5个小题,每小题12分,共60分。四、选考题:共20分,分A、B两题,每小题10分。

试题难度 较易

难度系数 0.58

友情提示 易错题:6,9

较难题:9,15

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分。全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

参考公式:

如果事件 A, B 互斥, 那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

如果事件 A, B 相互独立, 那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p , 那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0, 1, 2, \dots, n)$

球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$ 其中 R 表示球的半径

球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ 其中 R 表示球的半径

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $S = \{x | 2x+1 > 0\}$, $T = \{x | 3x-5 < 0\}$, 则 $S \cap T =$ ()

A. $\emptyset$

B. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$

C. $\left\{x \mid x > \frac{5}{3}\right\}$

D. $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{5}{3}\right\}$

2. α 是第四象限角, $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, 则 $\sin \alpha =$ ()

A. $\frac{5}{13}$

B. $-\frac{5}{13}$

C. $\frac{5}{12}$

D. $-\frac{5}{12}$

3. 已知向量 $a = \{-5, 6\}$, $b = \{6, 5\}$, 则 a 与 b ()

A. 垂直

B. 不垂直也不平行

C. 平行且同向

D. 平行且反向

4. 已知双曲线的离心率为 2, 焦点是 $(-4, 0)$, $(4, 0)$, 则双曲线方程为 ()

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{6} = 1$

D. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{10} = 1$

5. 甲、乙、丙 3 位同学选修课程, 从 4 门课程中, 甲选修 2 门, 乙、丙各选修 3 门, 则不同的选修方案共有 ()

A. 36 种

B. 48 种

C. 96 种

D. 192 种

6. 下面给出的四个点中, 位于 $\begin{cases} x+y-1 < 0 \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$ 表示的平面区域内的点是 ()

A. $(0, 2)$

B. $(-2, 0)$

C. $(0, -2)$

D. $(2, 0)$

7. 如图, 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB$, 则异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的余弦值为 ()

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

8. 设 $a > 1$, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值与最小值之差为 $\frac{1}{2}$, 则 $a =$ ()

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. 4

9. $f(x)$, $g(x)$ 是定义在 R 上的函数, $h(x) = f(x) + g(x)$, 则“ $f(x)$, $g(x)$ 均为偶函数”是“ $h(x)$ 为偶函数”的 ()

A. 充要条件

B. 充分而不必要的条件

C. 必要而不充分的条件

D. 既不充分也不必要的条件

10. 函数 $y = 2\cos^2 x$ 的一个单调增区间是 ()

A. $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$

B. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$

D. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

11. 曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 + x$ 在点 $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ 处的切线与坐标轴围成的三角形面积为 ()

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

12. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 经过 F 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与抛物线在 x 轴上方的部分相交于点 A , $AK \perp l$, 垂足为 K , 则 $\triangle AKF$ 的面积是 ()

A. 4

B. $3\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}$

D. 8

第 II 卷

[本卷共 10 题, 共 90 分]

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。把答案填在横线上。

13. 从某自动包装机包装的食盐中, 随机抽取 20 袋, 测得各袋的质量分别为 (单位: g):

492 496 494 495 498 497 501 502 504 496

497 503 506 508 507 492 496 500 501 499

根据频率分布估计总体分布的原理, 该自动包装机包装的袋装食盐质量在

497.5 g ~ 501.5 g 之间的概率约为 _____

14. 函数 $y = f(x)$ 的图象与函数 $y = \log_3 x (x > 0)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则 $f(x) =$ _____

15. 正四棱锥 $S-ABCD$ 的底面边长和各侧棱长均为 $\sqrt{2}$, 点 S, A, B, C, D 都在同一个球面上, 则该球的体积为 _____

16. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_1, 2S_2, S_3$ 成等差数列, 则 $\{a_n\}$ 的公比为 _____

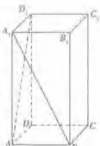
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

设锐角三角形 ABC 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = 2b \sin A$.

(I) 求 B 的大小;

(II) 若 $a = 3, \sqrt{3}c = 5$, 求 b .



18. (本小题满分 12 分)

某商场经销某商品, 顾客可采用一次性付款或分期付款购买。根据以往资料统计, 顾客采用一次性付款的概率是 0.6。现销一件该商品, 若顾客采用一次性付款, 商场获得利润 200 元; 若顾客采用分期付款, 商场获得利润 250 元。

(I) 求 3 位购买该商品的顾客中至少有 1 位采用一次性付款的概率;

(II) 求 3 位顾客每人购买 1 件该商品, 商场获得利润不超过 650 元的概率。

19. (本小题满分 12 分)

四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, 侧面 $SBC \perp$ 底面 $ABCD$ 。已知 $\angle ABC = 45^\circ$, $AB = 2$, $BC = 2\sqrt{2}$, $SA = SB = \sqrt{5}$ 。

(I) 证明: $SA \perp BC$;



(II) 求直线 SD 与平面 SBC 所成角的大小。

20. (本小题满分12分)

设函数 $f(x) = 2x^3 + 3ax^2 + 3bx + 8c$ 在 $x=1$ 及 $x=2$ 时取得极值.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 若对于任意的 $x \in [0, 3]$, 都有 $f(x) < c^2$ 成立, 求 c 的取值范围.

21. (本小题满分12分)

设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是各项都为正数的等比数列, 且 $a_1 = b_1 = 1, a_5 + b_5 = 21, a_5 + b_3 = 13$.

(I) 求 $|a_n|, |b_n|$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (本小题满分12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 过 F_1 的直线交椭圆于 B, D 两点, 过 F_2 的直线交椭圆于 A, C 两点, 且 $AC \perp BD$, 垂足为 P .

(I) 设 P 点的坐标为 (x_0, y_0) , 证明: $\frac{x_0^2}{3} + \frac{y_0^2}{2} < 1$;

(II) 求四边形 $ABCD$ 的面积的最小值.



2007 年普通高等学校招生
全国统一考试(全国卷二)

文科数学(必修+选修 I)

2A

·试题难度·适中

·难度系数·0.55

·友情提示·易错题:7,10,16 较难题:7,10,12

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,总分 150 分,考试时间 120 分钟。

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (k=0,1,2,\dots,n)$$

n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (k=0,1,2,\dots,n)$$

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. $\cos 330^\circ =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{3\}$ C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{1, 4\}$

3. 函数 $y = \sin x$ 的一个单调增区间是 ()

- A. $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ C. $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ D. $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

4. 下列四个数中最大的是 ()

- A. $(\ln 2)^2$ B. $\ln(\ln 2)$ C. $\ln \sqrt{2}$ D. $\ln 2$

5. 不等式 $\frac{x-2}{x+3} > 0$ 的解集是 ()

- A. $(-3, 2)$ B. $(2, +\infty)$
C. $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

6. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 D 是 AB 边上一点,若 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \lambda\overrightarrow{CB}$, 则 $\lambda =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

7. 已知正三棱锥的侧棱长是底面边长的 2 倍,则侧棱与底面所成角的余弦值等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 已知曲线 $y = \frac{x^2}{4}$ 的一条切线的斜率为 $\frac{1}{2}$,则切点的横坐标为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 把函数 $y = \cos x$ 的图象按向量 $a = (2, 0)$ 平移,得到 $y = f(x)$ 的图象,则 $f(x) =$ ()

- A. $\cos^2 x$ B. $\cos^2 x - 2$ C. $\cos^2 x - 2$ D. $\cos^2 x + 2$

10. 5 位同学报名参加两个课外活动小组,每位同学限报其中的一个小组,则不同的报

名方法共有

- A. 10 种 B. 20 种 C. 25 种 D. 32 种

11. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的长轴长是短轴长的 2 倍,则椭圆的离心率等于 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$ 的左、右焦点,若点 P 在双曲线上,且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$,则 $|\overrightarrow{PF_1}| + |\overrightarrow{PF_2}| =$ ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。把答案填在题中横线上。

13. 一个总体含有 100 个个体,以简单随机抽样方式从该总体中抽取一个容量为 5 的样本,则指定的某个个体被抽到的概率为 _____。

14. 已知数列的通项 $a_n = -5n + 2$,则其前 n 项和 $S_n =$ _____。

15. 一个正四棱柱的各个顶点在一个直径为 2 cm 的球面上。如果正四棱柱的底面边长为 1 cm,那么该棱柱的表面积为 _____ cm^2 。

16. $(1+2x^2)(1+\frac{1}{x})^8$ 的展开式中常数项为 _____。(用数字作答)

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q < 1$,前 n 项和为 S_n 。已知 $a_3 = 2, S_4 = 5S_2$,求 $\{a_n\}$ 的通项公式。

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,已知内角 $A = \frac{\pi}{3}$,边 $BC = 2\sqrt{3}$ 。设内角 $B = x$,周长为 y 。

(1)求函数 $y = f(x)$ 的解析式和定义域。

(II)求 y 的最大值。

19. (本小题满分 12 分)

从某批产品中,有放回地抽取产品二次,每次随机抽取 1 件。假设事件 A_i :“取出的 2 件产品中至多有 1 件是二等品”的概率 $P(A_i) = 0.96$ 。

(1)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(2)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(3)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(4)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(5)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(6)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(7)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(8)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(9)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(10)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(11)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(12)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(13)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(14)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(15)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(16)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(17)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(18)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(19)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(20)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(21)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(22)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(23)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(24)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(25)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(26)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(27)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(28)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(29)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(30)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(31)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(32)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

(33)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

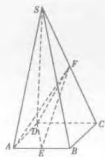
(34)求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率 p 。

20. (本小题满分12分)

如图,在四棱锥 $S-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为正方形,侧棱 $SD \perp$ 底面 $ABCD$, E, F 分别为 AB, SC 的中点.

(I) 证明: $EF \parallel$ 平面 SAD ;

(II) 设 $SD=2DC$, 求二面角 $A-EF-D$ 的大小.



21. (本小题满分12分)

在直角坐标系 xOy 中,以 O 为圆心的圆与直线 $x-\sqrt{3}y=4$ 相切.

(I) 求圆 O 的方程;

(II) 圆 O 与 x 轴相交于 A, B 两点,圆内的动点 P 使 $|PA|, |PO|, |PB|$ 成等比数列,求 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ 的取值范围.

22. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 - bx^2 + (2-b)x + 1$ 在 $x=x_1$ 处取得极大值,在 $x=x_2$ 处取得极小值,且 $0 < x_1 < 1 < x_2 < 2$.

(I) 证明: $a > 0$;

(II) 求 $z=a+2b$ 的取值范围.



2007 年普通高等学校招生全国 统一考试(北京卷)

文科数学

3A

• 试题难度 适中 •

• 难度系数 0.56 •

• 友情提示 易错题: 7, 8, 14

较难题: 20

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。共150分,考试时间120分钟。

第I卷(选择题 共40分)

一、选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

1. 已知 $\cos \theta + \tan \theta < 0$, 那么 θ 是 ()

- A. 第一或第二象限角
- B. 第二或第三象限角
- C. 第三或第四象限角
- D. 第一或第四象限角

2. 函数 $f(x) = 3^x (0 < x \leq 2)$ 的反函数的定义域为 ()

- A. $(0, +\infty)$
- B. $[1, 9]$
- C. $(0, 1)$
- D. $[9, +\infty)$

3. 函数 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ 的最小正周期是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$
- B. π
- C. 2π
- D. 4π

4. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点为 F_1, F_2 , 两条准线与 x 轴的交点分别为 M, N 。若 $|MN| \leq 2|F_1F_2|$, 则该椭圆离心率的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{2}]$
- B. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$
- C. $[\frac{1}{2}, 1)$
- D. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

5. 某城市的汽车牌照号码由2个英文字母后接4个数字组成, 其中4个数字互不相同的牌照号码共有 ()

- A. $(C_{26}^2)^2 A_{10}^4$ 个
- B. $A_{26}^2 A_{10}^4$ 个
- C. $(C_{26}^2)^2 10^4$ 个
- D. $A_{26}^2 10^4$ 个

6. 若不等式组 $\begin{cases} x-y+5 \geq 0, \\ y \geq a, \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 表示的平面区域是一个三角形, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 5$
- B. $a \geq 7$
- C. $5 < a < 7$
- D. $a < 5$ 或 $a \geq 7$

7. 平面 $\alpha \parallel$ 平面 β 的一个充分条件是 ()

- A. 存在一条直线 $a, a \parallel \alpha, a \parallel \beta$
- B. 存在一条直线 $a, a \subset \alpha, a \parallel \beta$
- C. 存在两条平行直线 $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$
- D. 存在两条异面直线 $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$

8. 对于函数① $f(x) = 1x + 21$, ② $f(x) = (x-2)^2$, ③ $f(x) = \cos(x-2)$, 判断如下两个命题的真假:

- 命题甲: $f(x+2)$ 是偶函数;
- 命题乙: $f(x)$ 在 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 在 $(2, +\infty)$ 上是增函数;
- 能使命题甲、乙均为真的所有函数的序号是 ()

- A. ①②
- B. ①③
- C. ②
- D. ③

第II卷(非选择题 共110分)

二、填空题:本大题共6小题,每小题5分,共30分。把答案填在题中横线上。

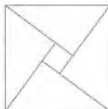
9. $f'(x)$ 是 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x + 1$ 的导函数, 则 $f'(-1)$ 的值是 _____。

10. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n (n = 1, 2, 3, \dots)$, 则此数列的通项公式为 _____。

11. 已知向量 $a = (2, 4), b = (1, 1)$, 若向量 $b \perp (a + \lambda b)$, 则实数 λ 的值是 _____。

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\tan A = \frac{1}{3}, C = 150^\circ, BC = 1$, 则 $AB =$ _____。

13. 2002 年在北京召开的国际数学家大会, 会标是以我国古代数学家赵爽的弦图为基础设计的。弦图是由四个全等直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形(如图)。如果小正方形的面积为1, 大正方形的面积为25, 直角三角形中较小的锐角为 θ , 那么 $\cos 2\theta$ 的值等于 _____。



14. 已知函数 $f(x), g(x)$ 分别由下表给出

x	1	2	3
$f(x)$	2	1	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值为 _____;

当 $g[f(x)] = 2$ 时, $x =$ _____。

三、解答题:本大题共6小题,共80分。解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程。

15. (本小题共12分)

记关于 x 的不等式 $\frac{x-b}{a+1} < 0$ 的解集为 P , 不等式 $|x-1| \leq 1$ 的解集为 Q 。

(I) 若 $a=3$, 求 P ;

(II) 若 $Q \subset P$, 求正数 a 的取值范围。

16. (本小题共13分)

数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + \cos \frac{n\pi}{2} (n = 1, 2, 3, \dots)$, 且 a_1, a_2, a_3 成公比不为1的等比数列。

(I) 求 c 的值;

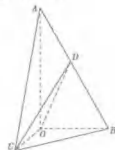
(II) 求 $|a_n|$ 的通项公式。

17. (本小题共14分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$, 斜边 $AB = 4$ 。把 $\triangle AOC$ 以直线 AO 为轴旋转得到, 且二面角 $B-AO-C$ 是直二面角。 D 是 AB 的中点。

(I) 求证: 平面 $COD \perp$ 平面 AOB ;

(II) 求异面直线 AO 与 CD 所成角的大小。



18. (本小题共 13 分)

某条公共汽车线路沿线共有 11 个车站(包括起点站和终点站).在起点站开出一辆公共汽车上有 6 位乘客,假设每位乘客在起点站之外的各个车站下车是等可能的,求:

(I)这 6 位乘客在互不相同的车站下车的概率;

(II)这 6 位乘客中恰有 3 人在终点站下车的概率.

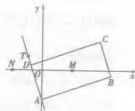
19. (本小题共 14 分)

如图,矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 $M(2,0)$, AB 边所在直线的方程为 $x - 3y - 6 = 0$,点 $T(-1,1)$ 在 AD 边所在直线上.

(I)求 AD 边所在直线的方程;

(II)求矩形 $ABCD$ 外接圆的方程;

(III)若动圆 P 过点 $N(-2,0)$,且与矩形 $ABCD$ 的外接圆外切,求动圆 P 的圆心的轨迹方程.



20. (本小题共 14 分)

已知函数 $y = kx$ 与 $y = x^2 + 2(x \geq 0)$ 的图象相交于不同两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$. l_1, l_2 分别是 $y = x^2 + 2(x \geq 0)$ 的图象在 A, B 两点的切线, M, N 分别是 l_1, l_2 与 x 轴的交点.

(I)求 k 的取值范围;

(II)设 t 为点 M 的横坐标,当 $x_1 < x_2$ 时,写出 t 以 x_1 为自变量的函数式,并求其定义域和值域;

(III)试比较 $|OM|$ 与 $|ON|$ 的大小,并说明理由(O 是坐标原点).

●试题难度 适中

●难度系数 0.55

●友情提示 易错题:6,16

较难题:22

(满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第 I 卷

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$.

如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径.

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题列出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $S = \{x \in \mathbf{R} | x+1 \geq 2\}$, $T = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $S \cap T =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq -1, \\ x+y \leq 4, \\ y \geq 2, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x + 4y$ 的最大值为 ()

- A. 10 B. 12 C. 13 D. 14

3. “ $a=2$ ”是“直线 $ax+2y=0$ 平行于直线 $x+y=1$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $a = \log_3 3$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.3}$, $c = 2^{\frac{1}{4}}$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$
C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

5. 函数 $y = \log_2(x+4)$ ($x > 0$) 的反函数是 ()

- A. $y = 2^x + 4$ ($x > 2$) B. $y = 2^x + 4$ ($x > 0$)
C. $y = 2^x - 4$ ($x > 2$) D. $y = 2^x - 4$ ($x > 0$)

6. 设 a, b 为两条直线, α, β 为两个平面. 下列四个命题中, 正确的命题是 ()

- A. 若 a, b 与 α 所成的角相等, 则 $a \parallel b$
B. 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $a \parallel b$
C. 若 $a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $a \parallel b$
D. 若 $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $a \perp b$

7. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{5}$, 且它的一条准线与抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线重合, 则此双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{24} = 1$ B. $\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{96} = 1$
C. $\frac{x^2}{3} - \frac{2y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$

8. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 不为 0, $a_1 = 9d$. 若 a_1 是 a_1 与 a_{2k} 的等比中项, 则 $k =$ ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

9. 设函数 $f(x) = \left| \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \right|$ ($x \in \mathbf{R}$), 则 $f(x)$ ()

A. 在区间 $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}\right]$ 上是增函数 B. 在区间 $\left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right]$ 上是减函数

C. 在区间 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上是增函数 D. 在区间 $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上是减函数

10. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x \geq 0$ 时, $\sqrt{f(x)} = x^2$. 若对任意的 $x \in [t, t+2]$, 不等式 $f(x+t) \geq 2f(x)$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围是 ()

- A. $[\sqrt{2}, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$
C. $[0, 2]$ D. $[-\sqrt{2}, -1] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

第 II 卷

二、填空题:本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分.把答案填在题中横线上.

11. 从一堆苹果中任取了 20 只,并得到它们的质量(单位:克)数据分布表如下:

分组	[90,100)	[100,110)	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
频数	1	2	3	10	3	1

则这堆苹果中,质量不小于 120 克的苹果数约占苹果总数的 %.

12. $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^9$ 的二项展开式中常数项是 (用数字作答).

13. 一个长方体的各顶点均在同一球的球面上,且一个顶点上的三条棱的长分别为 1, 2, 3, 则此球的表面积为 .

14. 已知两圆 $x^2 + y^2 = 10$ 和 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$ 相交于 A, B 两点, 则直线 AB 的方程是 .

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, AC = 3, D$ 是边 BC 的中点, 则 $\vec{AD} \cdot \vec{BC} =$.

16. 如图,用 6 种不同的颜色给图中的 4 个格子涂色,每个格子涂一种颜色. 要求相邻的两个格子颜色不同,且两端的格子的颜色也不同,则不同的涂色方法共有 种 (用数字作答).



三、解答题:本大题共 6 小题,共 76 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分).

在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC = 2, BC = 3, \cos A = -\frac{4}{5}$.

(I) 求 $\sin B$ 的值;

(II) 求 $\sin(2B + \frac{\pi}{6})$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

已知甲盒内有大小相同的 3 个红球和 4 个黑球,乙盒内有大小相同的 5 个红球和 4 个黑球. 现从甲、乙两个盒内各任取 2 个球.

(I) 求取出的 4 个球均为红球的概率;

(II) 求取出的 4 个球中恰有 1 个红球的概率.

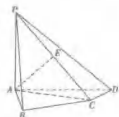
19. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \perp AD$, $AC \perp CD$, $\angle ABC = 60^\circ$, $PA = AB = BC$, E 是 PC 的中点.

(I) 求 PB 和平面 PAD 所成的角的大小;

(II) 证明: $AE \perp$ 平面 PCD ;

(III) 求二面角 $A-PD-C$ 的大小.



20. (本小题满分12分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+1} = 4a_n - 3n + 1, n \in \mathbb{N}^*$.

(I) 证明: 数列 $\{a_n - n\}$ 是等比数列;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(III) 证明: 不等式 $S_{n+1} \leq 4S_n$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 皆成立.

21. (本小题满分14分)

设函数 $f(x) = -x(x-a)^2 (x \in \mathbb{R})$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程;

(II) 当 $a \neq 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极大值和极小值;

(III) 当 $a > 3$ 时, 证明存在 $k \in [-1, 0]$, 使得不等式 $f(k - \cos x) \geq f(k^2 - \cos^2 x)$ 对任意的 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立.

22. (本小题满分14分)

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , A 是椭圆上的一点, $AF_2 \perp F_1F_2$, 原点 O 到直线 AF_1 的距离为 $\frac{1}{3} |OF_1|$.

(I) 证明: $a = \sqrt{2}b$;

(II) 求 $t \in (0, b)$ 使得下述命题成立: 设圆 $x^2 + y^2 = t^2$ 上任意点 $M(x_0, y_0)$ 处的切线交椭圆于 Q_1, Q_2 两点, 则 $OQ_1 \perp OQ_2$.



2007 年普通高等学校招生全国
统一考试(上海卷)

文科数学

5A

● 试题难度 适中

● 难度系数 0.55

● 友情提示 易错题:2,3

较难题:8,10,11,15

本试卷共有 21 道试题,满分 150 分,考试时间 120 分钟

一、填空题(本大题满分 44 分)本大题共有 11 题,只要求直接填写结果,每个空格填对得 4 分,否则一律得零分.

1. 方程式 $3^{x-1} = \frac{1}{9}$ 的解是 _____.

2. 函数 $f(x) = \frac{1}{x-1}$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.

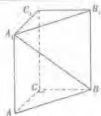
3. 直线 $4x + y - 1 = 0$ 的倾斜角 $\theta =$ _____.

4. 函数 $y = \sin x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期 $T =$ _____.

5. 以双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的中心为顶点,且以该双曲线的右焦点为焦点的抛物线方程是 _____.

6. 若向量 a, b 的夹角为 60° , $|a| = |b| = 1$, 则 $a \cdot (a - b) =$ _____.

7. 如图,在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACH = 90^\circ$, $AA_1 = 2$, $AC = BC = 1$, 则异面直线 A_1B 与 AC 所成角的大小是 _____ (结果用反三角函数值表示).



8. 某工程由 A, B, C, D 四道工序组成,完成它们需用时间依次为 2,5,4,4 天.四道工序的先后顺序及相互关系是: A, B 可以同时开工; A 完成后, C 可以开工; B, C 完成后, D 可以开工.若该工程总时数为 9 天,则完成工序 C 需要的天数 x 最大是 _____.

9. 在五个数字 1,2,3,4,5 中,若随机取出三个数字,则剩下两个数字都是奇数的概率是 _____ (结果用数值表示).

10. 对于非零实数 a, b ,以下四个命题都成立:

① $a + \frac{1}{a} \neq 0$;

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

③ 若 $|a| = |b|$, 则 $a = \pm b$;

④ 若 $a^2 = ab$, 则 $a = b$.

那么,对于非零实数 a, b ,仍然成立的命题的所有序号是 _____.

11. 如图, A, B 是直线 l 上的两点,且 $AB = 2$.两个半径相等的动圆分别与 l 相切于 A, B 点, C 是这两个圆的公共点,则圆弧 AC, CB 与线段 AB 围成图形面积 S 的取值范围是 _____.



二、选择题(本大题满分 16 分)本大题共有 4 题,每题都给出代号 A, B, C, D 的四个结论,其中有且只有一个结论是正确的,必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内,选对得 4 分,不选、选错或者选出的代号超过一个(不论是否都写在圆括号内),一律得零分.

12. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $2 + ai, b + 3i$ (i 是虚数单位) 是一个实系数一元二次方程的两个根,那么 a, b 的值分别是 _____.

A. $a = -3, b = 2$

B. $a = 3, b = -2$

C. $a = -3, b = -2$

D. $a = 3, b = 2$

13. 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ 关于直线 $2x - y + 3 = 0$ 对称的圆的方程是 _____.

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{2}$

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{2}$

C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$

14. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n^2}, & 1 \leq n \leq 1000, \\ \frac{n^2}{n^2 - 2n}, & n \geq 1001, \end{cases}$ 则数列 $\{a_n\}$ 的极限值 _____.

A. 等于 0

B. 等于 1

C. 等于 0 或 1

D. 不存在

15. 设 $f(x)$ 是定义在正整数集上的函数,且 $f(x)$ 满足:“当 $f(k) \geq k^2$ 成立时,总可推出 $f(k+1) \geq (k+1)^2$ 成立”.那么,下列命题总成立的是 _____.

A. 若 $f(1) < 1$ 成立,则 $f(10) < 100$ 成立.

B. 若 $f(2) < 4$ 成立,则 $f(1) \geq 1$ 成立.

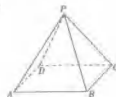
C. 若 $f(3) \geq 9$ 成立,则当 $k \geq 1$ 时,均有 $f(k) \geq k^2$ 成立.

D. 若 $f(4) \geq 25$ 成立,则当 $k \geq 4$ 时,均有 $f(k) \geq k^2$ 成立.

三、解答题(本大题满分 90 分)本大题共有 6 题,解答下列各题必须写出必要的步骤.

16. (本题满分 12 分)

在正四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PA = 2$, 直线 PA 与平面 $ABCD$ 所成的角为 60° , 求正四棱锥 $P - ABCD$ 的体积 V .



17. (本题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是三个内角 A, B, C 的对边. 若 $a = 2, C = \frac{\pi}{4}, \cos \frac{B}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$,

求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

19. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第1小题满分7分, 第2小题满分7分.

已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ($x \neq 0$, 常数 $a \in \mathbb{R}$).

(I) 当 $a=2$ 时, 解不等式 $f(x) - f(x-1) > 2x-4$.

(II) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

(I) 设 $\{c_n\}$ 是49项的“对称数列”, 其中 $c_{25}, c_{26}, \dots, c_{49}$ 是首项为1, 公比为2的等比数列, 求 $\{c_n\}$ 各项的和 S ;

(II) 设 $\{d_n\}$ 是100项的“对称数列”, 其中 $d_{51}, d_{52}, \dots, d_{100}$ 是首项为2, 公差为3的等差数列, 求 $\{d_n\}$ 前 n 项的和 S_n ($n=1, 2, \dots, 100$).

20. (本题满分18分) 本题共有3个小题, 第1小题满分3分, 第2小题满分6分, 第3小题满分9分.

如果有穷数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ (m 为正整数) 满足条件 $a_1 = a_m, a_2 = a_{m-1}, \dots, a_m = a_1$, 即 $a_i = a_{m-i+1}$ ($i=1, 2, \dots, m$), 我们称其为“对称数列”.

例如, 数列1, 2, 5, 2, 1 与数列8, 4, 2, 2, 4, 8 都是“对称数列”.

(I) 设 $\{b_n\}$ 是7项的“对称数列”, 其中 b_1, b_2, b_3, b_4 是等差数列, 且 $b_1=2, b_4=11$. 依次写出 $\{b_n\}$ 的每一项;

21. (本题满分18分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分5分, 第3小题满分9分.

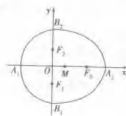
我们把由半椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($x \geq 0$) 与半椭圆 $\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{c^2} = 1$ ($x \leq 0$) 合成的曲线称作“果圆”, 其中 $a^2 = b^2 + c^2, a > 0, b > c > 0$.

如图, 设点 F_0, F_1, F_2 是相应椭圆的焦点, A_1, A_2 和 B_1, B_2 是“果圆”与 x, y 轴的交点, M 是线段 A_1A_2 的中点.

(I) 若 $\triangle F_0F_1F_2$ 是边长为1的等边三角形, 求该“果圆”的方程;

(II) 设 P 是“果圆”的半椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($x \geq 0$) 上任意一点. 求证: 当 $|PM|$ 取得最小值时, P 在点 B_1, B_2 或 A_1 处;

(III) 若 P 是“果圆”上任意一点, 求 $|PM|$ 取得最小值时点 P 的横坐标.



满分 150 分,考试时间 120 分钟。

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$ 。

如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ 。

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ 。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个备选选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 8, a_4 = 64$, 则公比 q 为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
- 设全集 $U = \{a, b, c, d\}$, $A = \{a, c\}$, $B = \{b\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
A. $\emptyset$ B. $\{a\}$ C. $\{c\}$ D. $\{a, c\}$
- 垂直于同一平面的两条直线 ()
A. 平行 B. 垂直 C. 相交 D. 异面
- $(2x+1)^6$ 展开式中 x^2 的系数为 ()
A. 15 B. 60 C. 120 D. 240
- “ $-1 < x < 1$ ”是“ $x^2 < 1$ ”的 ()
A. 充分必要条件 B. 充分但不必要条件
C. 必要但不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列各式中,值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的是 ()
A. $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ B. $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$
C. $2\sin^2 15^\circ - 1$ D. $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ$
- 从 5 张 100 元,3 张 200 元,2 张 300 元的奥运预赛门票中任取 3 张,则所取 3 张中至少有 2 张价格相同的概率为 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{79}{120}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{23}{24}$
- 若直线 $y = kx + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交于 P, Q 两点,且 $\angle POQ = 120^\circ$ (其中 O 为原点),则 k 的值为 ()
A. $-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
- 已知向量 $\vec{OA} = (4, 6)$, $\vec{OB} = (3, 5)$, 且 $\vec{OC} \perp \vec{OA}$, $\vec{AC} \parallel \vec{OB}$, 则向量 $\vec{OC} =$ ()
A. $(-\frac{3}{7}, \frac{2}{7})$ B. $(-\frac{2}{7}, \frac{4}{21})$
C. $(\frac{3}{7}, -\frac{2}{7})$ D. $(\frac{2}{7}, -\frac{4}{21})$
- 设 $P(3, 1)$ 为二次函数 $f(x) = ax^2 - 2ax + b (a \geq 1)$ 的图象与其反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象的一个交点,则 ()
A. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$ B. $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{5}{2}$
C. $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$ D. $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{5}{2}$

11. 设 $2b$ 是 $1-a$ 和 $1+b$ 的等比中项,则 $a+5b$ 的最大值为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 已知以 $F_1(-2, 0), F_2(2, 0)$ 为焦点的椭圆与直线 $x + \sqrt{3}y + 4 = 0$ 有且仅有一个交点,则椭圆的长轴长为 ()

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{2}$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分。把答案填写在题中横线上。

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1, BC = 2, B = 60^\circ$, 则 $AC =$ 。

14. 已知 $\begin{cases} 2x + 3y \leq 6, \\ x - y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + y$ 的最大值为 。

15. 要排出某班一天中语文、数学、政治、英语、体育、艺术 6 门课各一节的课程表,要求数学课排在前三节,英语课不排在第六节,则不同的排法种数为 。(以数字作答)

16. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}$ 的最小值为 。

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分。)

设甲、乙两人每次射击命中目标的概率分别为 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}$, 且各次射击相互独立。

(I) 若甲、乙各射击一次,求甲命中但乙未命中目标的概率;

(II) 若甲、乙各射击两次,求两人命中目标的次数相等的概率。

18. (本小题满分 13 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 9 分。)

已知函数 $f(x) = \frac{1 + \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{2})}$ 。

(I) 求 $f(x)$ 的定义域;

(II) 若角 α 在第一象限且 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 求 $f(\alpha)$ 。

19. (本小题满分 12 分, (I) 小问 6 分, (II) 小问 6 分。)

如图 (19) 图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$,

$AB = 1, BC = \frac{3}{2}, AA_1 = 2$; 点 D 在棱 BB_1 上, $BD = \frac{1}{3}BB_1$,

$B_1E \perp A_1D$, 垂足为 E 。求:

(I) 异面直线 A_1D 与 B_1C_1 的距离;

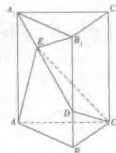


图 (19)

20. (本小题满分 12 分)

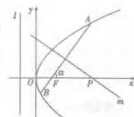
用长为 18 m 的钢条围成一个长方体形状的框架,要求长方体的长与宽之比为 2:1. 问该长方体的长、宽、高各为多少时,其体积最大? 最大体积是多少?

21. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分.)

如图(21)图,倾斜角为 α 的直线经过抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点 F , 且与抛物线交于 A, B 两点.

(I) 求抛物线的焦点 F 的坐标及准线 l 的方程;

(II) 若 α 为锐角, 作线段 AB 的垂直平分线 m 交 x 轴于点 P , 证明 $|FP| - |FP| \cos 2\alpha$ 为定值, 并求此定值.



题(21)图

22. (本小题满分 12 分, 其中 (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分.)

已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_1 > 1$, 且 $6S_n = (a_n + 1)(a_n + 2), n \in \mathbb{N}_+$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n(2^{b_n} - 1) = 1$, 并记 T_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $3T_n + 1 > \log_2(a_n + 3), n \in \mathbb{N}_+$.