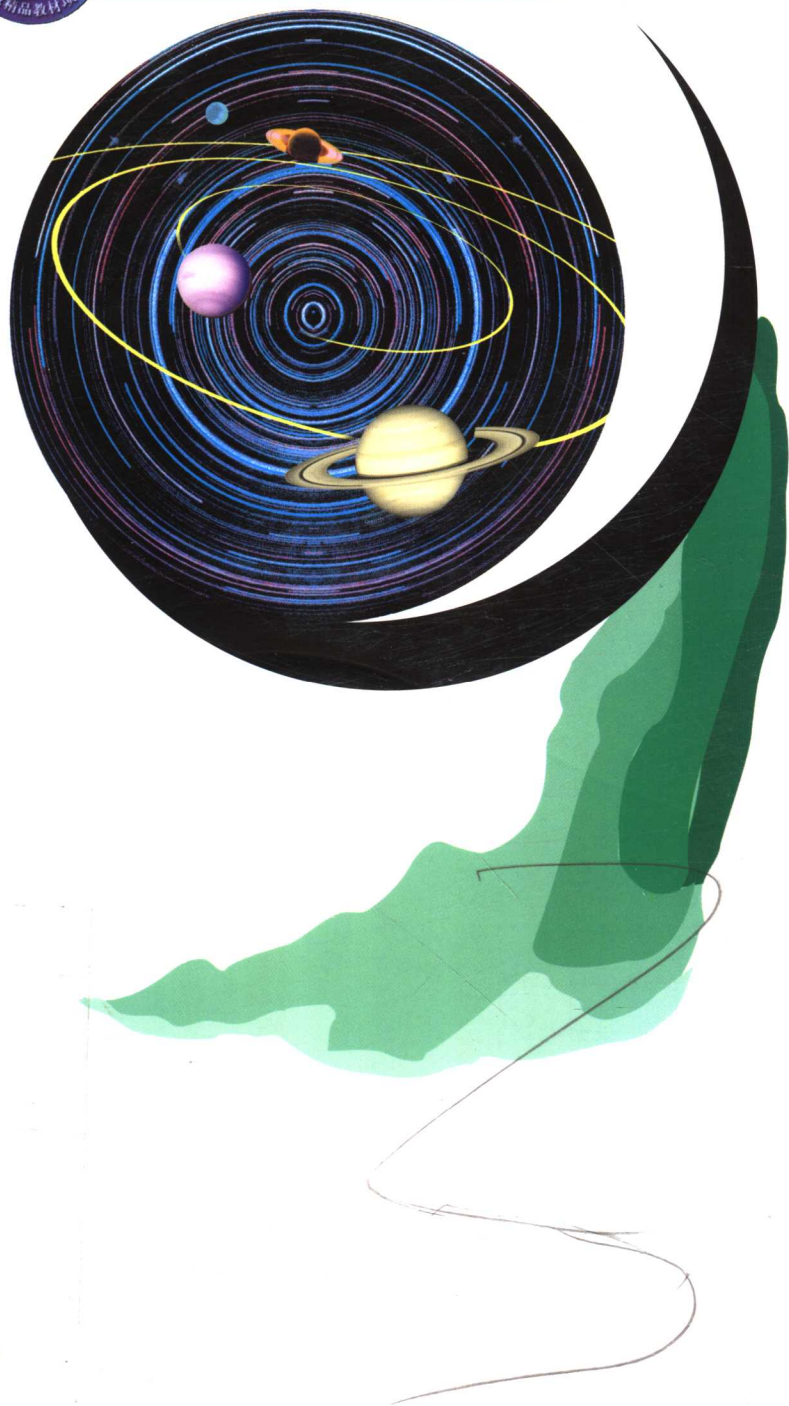




北京市高等教育精品教材立项项目



高等院校素质教育通选课教材

运筹学的思想方法及应用

焦宝聪 陈兰平 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

022/117

2008

焦宝聪
陈兰平
编著

运筹学的思想方法及应用

高等院校素质教育通选课教材



图书在版编目(CIP)数据

运筹学的思想方法及应用/焦宝聪,陈兰平编著. —北京:北京大学出版社, 2008. 2
(高等院校素质教育通选课教材)

ISBN 978-7-301-12903-6

I. 运… II. ①焦… ②陈… III. 运筹学-高等学校-教材 IV. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 166740 号

书 名: 运筹学的思想方法及应用

著作责任者: 焦宝聪 陈兰平 编著

责任编辑: 曾琬婷 刘 勇

封面设计: 林胜利

标准书号: ISBN 978-7-301-12903-6/O · 0738

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子邮箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 理科编辑部 62752021 出版部 62754962

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787mm×960mm 16 开本 15 印张 320 千字

2008 年 2 月第 1 版 2008 年 2 月第 1 次印刷

印 数: 0001—4000 册

定 价: 25.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

内 容 简 介

运筹学是一门解决实际问题的新兴学科,它在国民经济和科学技术的各个领域有着广泛的应用,特别是在企业经营管理、产品营销、资源分配、财政金融、优化服务等方面产生了巨大的经济效益,从而也极大地促进了学科的发展.为了适应经济发展和科学技术的需要,高等院校纷纷开设了运筹学的相关课程.本书是作者在多年讲授运筹学的思想方法及应用课程的基础上,精心编写的教材.

全书共分八章,主要内容包括:运筹学简介、线性规划及其应用、动态规划、决策分析及其应用、博弈论的思想方法及其应用、试验最优化方法、灰色预测模型及其应用、马尔可夫预测方法等内容.本书侧重介绍运筹学解决实际问题的思想方法,在讲清楚概念的基础上,注意介绍每种模型的建模方法、使用条件、求解手段.用较多的例题介绍了运筹学在经济、管理、教育、军事等领域的应用.每章设计有适量的练习题,以便于读者选用.本书还详细地介绍了 WinQSB 软件及 GM 软件的具体应用,以方便读者学习使用.

本书可作为高等院校各专业大学生数学文化素质教育类课程的教材,也可作为从事规划、投资、决策、管理等领域工作的各级行政管理干部和公司企业管理者的培训教材或参考书.

为方便教师进行多媒体教学,作者为采用本书作为教材的任课教师提供配套的电子教案,如需要请通过电子邮件与作者联系,邮箱地址: jiaobc3093@126.com.

作者简介

焦宝聪 首都师范大学数学科学学院教授,1976年毕业于首都师范大学(原北京师范学院)数学系。曾任首都师范大学数学系副主任,现任首都师范大学管理与决策研究中心主任;兼任教育部高等学校数学基础课程教学指导委员会委员,中国运筹学会理事和北京运筹学会常务理事。

焦宝聪教授长期从事运筹学、教育技术学的教学和科研工作。出版专著《决策与优化》、《教育信息化管理与决策方法》和大学教材《常微分方程》、《大学文科数学》、《复变函数》、《微积分》等8部。2001年获北京市普通高等学校教学成果一等奖。主持和参加多项国家和省部级科研项目,在国内外重要刊物上发表有关非线性最优化理论与应用、教育技术学方面的学术论文50多篇。

陈兰平 首都师范大学数学科学学院教授,1977年毕业于首都师范大学(原北京师范学院)数学系。1988年至1989年在美国麻省大学学习。

陈兰平教授长期从事最优化理论与算法的教学和科研工作。主持和参加多项国家和省部级科研项目,在国内外重要刊物上发表有关非线性最优化理论与算法方面的学术论文40多篇,出版大学教材《数值分析》(合著)。

序

案头放着的焦宝聪、陈兰平编著的《运筹学的思想方法及应用》，既是一部教材，又不仅仅是一部教材。说它是一部教材，因为它的确可以作为大学生数学文化素质教育课程的教材，并且在实践上已经在首都师范大学用过多次；还在北京市“中学数学教师继续教育”课程中使用多次。说它又不仅仅是一部教材，因为它同时也是从事规划、投资、决策、管理等领域工作的行政管理干部和公司企业管理者的一部得当的参考书；还可以在各类相关的培训班中使用；对于希望了解运筹学知识的科技工作者或大学生，它是很好的运筹学普及读物；作为“闲书”翻阅，也是开卷有益，会很有兴味，很有收获的。

该书“名副其实”，书名为《运筹学的思想方法及应用》，讲运筹学的内容，也确实比较偏重于思想，比较偏重于文化，比较偏重于方法，比较偏重于应用；而不是过于追求严格的数学推导。这些，也可以看做该书的特色。

运筹学的产生，源于军事学、管理学和经济学，是一门实践背景很强且应用广泛的学科。它是现代化管理的有力工具之一，在生产管理、工程技术、军事作战、科学实验、财政经济以及社会科学中，都得到卓有成效的应用。

学习运筹学，最重要的是掌握其思想方法，学会应用，将运筹学的思维模式变成自己思考问题的模式之一。遇到问题，首先想到解决该问题需要哪些资源，从哪里可以获得这些资源；其次要考虑在获得资源后，如何使这些资源得到最合理的利用，使其产生最大效益。如果若干年后，你即使将学过的公式忘得一干二净，最后头脑中剩下来的还是运筹学的这种思维模式，则表明你抓住了运筹学的精髓。

运筹学强调以对客观事物性状的量化为基础，必然要用大量的数学，需要建立数学模型，所以运筹学是数学的一个重要分支。而该书从思想方法的角度去探讨运筹学，就可以看做是数学文化的一个部分。我与该书第一作者焦宝聪教授的相识，正是缘于数学文化课的教学交流。我想，这可能也是焦宝聪教授找我为该书作序的一个原因。

数学文化课是在大学生文化素质教育的浪潮中应运而生的，运筹学的思想方法及应用作为高校的一门公共选修课，是数学文化课的姊妹篇。21世纪的大学生，无论是哪个专业的，都需要了解运筹学的思想方法，学会使用运筹学知识解决实际问题的本领，善于合理利用资源，统筹规划工作，科学优化决策。该书的读者只需要具有高中以上的文化基础，所以各专业的大学生都能看懂。

该书虽然带有普及读物的性质，内容却相当丰富，无论是具有目标函数的优化问题，还是没有目标函数的优化问题；无论是有限方案的决策，还是无穷多方案的决策；无论是博弈

型决策,还是非博弈型决策,都有相应介绍。

一方面,作者注意从文化的角度审视运筹学的思想方法,旁征博引,帮助读者体会运筹学思想方法作为数学文化的含义。另一方面,为使非数学专业的大学生读起来不太困难,作者尽量避免从概念出发,注重通过实例引入概念;对书中介绍的各种运筹学模型,注意说明其使用背景及应用范围,并在给出一般算法的同时,介绍相应的计算机软件求解方法,以方便读者对实际问题的求解。这一特点对非数学专业的大学生以及从事规划、投资、决策、管理等领域工作的行政管理干部和公司企业管理者来说,是非常重要的。所以,该书处处凝聚着作者多年来讲授运筹学的思想方法及应用课程的心得体会,是一部经过多次教学实践检验的,深受学生欢迎的,相对成熟的运筹学书籍。

总之,该书注重理论与实践的结合,突出思想方法,内容丰富,深入浅出,可读性强,很有创意,是一部数学文化素质教育的好书。我相信,读者可以从该书中了解到运筹学的优秀思想方法,了解到运筹学对人类文明的贡献,达到开阔视野、启发心智、提高工作效率的目的。该书的出版,必将充实我国的运筹学书库,对我国数学文化素质教育的开展和运筹学思想方法的普及,都会产生积极的影响。

顾沛

2007年9月10日于南开大学

注 “序”作者顾沛,系南开大学数学科学学院教授,教育部高等学校“数学与统计学教学指导委员会”副主任。

前 言

由于数学自身的特点和人类社会的进步,数学在现代文化中已经扮演着中心角色.数学的思想与方法不仅在自然科学和工程技术领域中起着重要的作用,而且正在以越来越快的速度渗透到社会科学的各个领域,显示出巨大的启发作用和推动作用.在许多场合,数学不仅是一种强有力的研究工具,而且是解决许多重大问题的关键性的思想与方法.运筹学是数学的一个重要分支,是研究又好又快地解决实际问题的一门学问.运筹学的思想方法在帮助管理者科学决策方面有广泛而深入的应用.

运筹学是在第二次世界大战中为进行作战研究而发展起来的一门应用学科,其中的理论和方法在战后被广泛应用于各种民用领域,成为一门主要运用数学并以计算机为工具为决策优化提供理论与方法的学科.

随着计算机科学的快速发展和广泛应用,新一代大学生应该学会运筹学的思想方法,掌握使用运筹学知识解决实际问题的能力,善于优化、充分利用资源.从2001年起,笔者每年在首都师范大学为各专业的大学生开设校公共选修课——运筹学的思想方法及应用,深受学生们的欢迎;同时也为北京市的中学数学教师继续教育开设该课程.经过数年的教学实践,几经修改才完成本书的定稿工作.从本书的书名《运筹学的思想方法及应用》可知,这不是专为数学专业学生编写的教材.它的读者对象是想了解运筹学的文理科各专业大学生以及具有高中以上文化基础的大众.

编写本书有两个目的:其一是向读者介绍运筹学的优秀思想、方法以及应用;其二是使读者了解运筹学对当代人类文明的贡献,以达到开阔视野、启发灵性、提高工作效率的效果.本书既可作为高等院校大学生数学文化素质教育类课程的教材,供各专业学生公共选修课使用,也是从事规划、投资、决策、管理等领域工作的各级行政管理干部和公司企业管理者的一部很好的参考书,同时也可供各类培训班选用.

笔者在多年从事运筹学课程教学的实践中发现,许多大学生以及从事规划、投资、决策、管理等领域工作的各级行政管理干部和公司企业管理者,对运筹学既爱又怕,他们很多人从千古名句“夫运筹策帷帐之中,决胜于千里之外”知道运筹学的名称,喜爱运筹学的巧妙思路,希望自己具有运筹帷幄、决胜千里的能力,但又畏惧运筹学复杂的数学计算,这导致他们无缘接受运筹学的学习.为了帮助读者掌握好运筹学的思想和方法,提高分析、解决实际问题的能力,本书力求做到:以运筹学的思想、方法为主,尽量从几何直观入手,表述通俗易懂,讲清方法思路,使读者理解、掌握运筹学的思想、方法的实质.为此,突出两个方面:一是如何将一个实际问题提炼成一个运筹学问题;二是如何借助软件求解,最后落实到一个“用”

字上,注意启迪学生的创新思维,注重各种方法之间的联系.本书内容由浅入深,在讲清概念的基础上,注意启发式教学,加强基本训练;力求做到理论与实际相结合,注重实际问题的建模过程,发挥优秀的 WinQSB 软件、GM 预测软件及层次分析法软件功能,解决小型的数学模型求解问题.为了便于读者学习与使用,我们对这两个软件的具体运用作了详细的介绍.

本书共分八章,主要内容包括:运筹学简介,线性规划及其应用,动态规划,决策分析及其应用,博弈论的思想方法及其应用,试验最优化方法,灰色预测模型及其应用,马尔可夫预测方法等.其中个别涉及较深高等数学内容的章节,我们尽可能采取化难为易的递进式叙述方法,让读者能够顺畅地阅读全书.另外,我们为各章精心设计了适量的习题,以便于读者选用;书末附有习题答案,供读者参考.

作者衷心感谢首都师范大学教务处、数学科学学院、教育技术系对本书编写工作的大力支持!衷心感谢北京大学数学科学学院张顺燕教授的热情鼓励和大力支持,他对本书的构思、选材以及写作风格都提出过许多很好的建议.他不仅关心本书的编写,而且仔细地审阅了全部书稿.责任编辑曾琬婷和刘勇同志为本书的出版付出了辛勤的劳动.研究生罗卓笔、于洪伟、张玮提供了 GM 预测软件程序与层次分析法软件程序.作者在此一并向他们表示衷心的感谢!

在编写本书的过程中,我们参阅了大量的文献,书中所附的主要参考文献仅为其中的一小部分,在此向列入和未列入参考文献的作者们表示衷心感谢.

为方便教师进行多媒体教学,作者为采用本书作为教材的任课教师提供配套的电子教案,具体事宜可以通过电子邮件与作者联系,邮箱地址:jiaobc3093@126.com.

限于编者的水平,难免有不妥与错误之处,敬请读者不吝赐教.

编 者

2007 年 9 月于北京



目 录

第一章 运筹学简介	(1)
§ 1.1 运筹学的起源	(1)
1. 运筹学的军事起源	(1)
2. 运筹学的管理起源	(4)
3. 运筹学的经济起源	(6)
§ 1.2 运筹学的性质、特点与研究方法	(7)
§ 1.3 运筹学在实际管理决策中的应用	(9)
§ 1.4 运筹学研究的具体内容	(10)
1. 线性规划	(10)
2. 非线性规划	(10)
3. 图论	(10)
4. 决策论	(11)
5. 博弈论	(11)
6. 排队论(也称随机服务系统理论)	(11)
7. 可靠性理论	(12)
8. 搜索论	(12)
中国古代优秀的运筹案例	(12)
第二章 线性规划及其应用	(18)
§ 2.1 线性规划是什么	(18)
1. 利润最大化问题	(18)
2. 成本最小化问题	(20)
3. 运输问题	(22)
4. 下料问题	(24)
§ 2.2 建立线性规划模型的一般步骤	(25)
§ 2.3 线性规划问题的图解法	(28)
1. 图解法	(28)
2. 线性规划解的其他情况	(29)
§ 2.4 线性规划问题解的性质	(31)
1. 线性规划问题的标准形	(31)

2. 线性规划问题解的基本性质	(33)
§ 2.5 解线性规划问题的单纯形法	(34)
§ 2.6 线性规划的应用	(38)
1. 办学规模问题	(38)
2. 投资问题	(39)
3. 配套生产计划问题	(41)
4. 人力资源分配问题	(42)
5. 应用案例	(43)
§ 2.7 WinQSB 软件在线性规划中的应用	(54)
习题	(57)
关于线性规划的发展简史	(60)
第三章 动态规划	(63)
§ 3.1 最短路径问题	(64)
§ 3.2 贝尔曼最优化原理	(66)
§ 3.3 WinQSB 软件在动态规划中的应用	(68)
1. 最短路径问题	(69)
2. 背包问题	(70)
习题	(72)
第四章 决策分析及其应用	(73)
§ 4.1 决策与决策程序	(73)
1. 决策的重要性	(73)
2. 决策程序	(74)
3. 决策分析的四个要素	(74)
§ 4.2 产生决策方案的创造性方法	(75)
1. 头脑风暴法	(75)
2. 戈登法	(77)
3. 形态分析法	(77)
§ 4.3 不确定型决策	(78)
1. 最大最小准则(悲观原则)	(78)
2. 乐观准则	(79)
3. 赫尔维茨准则	(79)
4. 后悔值准则	(80)
5. 等概率决策准则	(80)

6. 应用实例	(81)
§ 4.4 风险型决策	(82)
1. 期望收益决策法	(83)
2. 决策树法	(86)
3. 风险决策中的效用及效用曲线	(89)
§ 4.5 多目标决策简介	(91)
§ 4.6 层次分析法	(92)
1. 层次分析法的基本原理	(93)
2. 层次分析法的基本步骤和分析计算过程	(97)
3. 层次分析法应用实例	(101)
4. 层次分析法求解软件的使用	(103)
§ 4.7 群体决策简介	(108)
§ 4.8 WinQSB 软件在决策分析中的应用	(109)
习题	(112)
第五章 博弈论的思想方法及其应用	(114)
§ 5.1 博弈论的基本概念	(115)
1. 博弈论引例	(115)
2. 博弈论的基本概念	(116)
3. 应用举例	(118)
§ 5.2 矩阵博弈的纯策略	(119)
1. 矩阵博弈的数学定义	(119)
2. 矩阵博弈纯策略意义下的纳什均衡	(120)
§ 5.3 矩阵博弈的混合策略	(122)
1. 问题的提出	(122)
2. 混合策略	(123)
§ 5.4 矩阵博弈求解方法	(124)
1. 代数解法	(125)
2. 图解法	(126)
3. 优超法	(127)
4. 线性规划解法	(128)
§ 5.5 纳什均衡	(130)
1. 博弈的标准式	(130)
2. 纳什均衡的定义	(131)
§ 5.6 合作博弈与效益分配	(133)

1. 问题的提出	(133)
2. n 人合作博弈与特征函数	(134)
3. 简单博弈	(134)
4. 总体合作所获利益 $V(I)$ 的分配原则	(135)
5. Shapley 值	(135)
§ 5.7 动态博弈与承诺行动	(140)
§ 5.8 应用举例	(142)
1. 俾斯麦海的海空对抗	(142)
2. 中美贸易战	(144)
§ 5.9 WinQSB 软件在博弈论中的应用	(145)
习题	(146)
博弈论与诺贝尔经济学奖	(148)
第六章 试验最优化方法	(152)
§ 6.1 什么是优选法	(152)
§ 6.2 单因素优选法	(153)
1. 0.618 法	(153)
2. 斐波那契法(分数法)	(155)
3. 黄金分割数的由来	(157)
4. 一批可以做几个试验的情况	(158)
5. 多峰情况的处理	(158)
§ 6.3 多因素优选法	(158)
§ 6.4 优选法的本质——函数极值问题	(160)
1. 间接最优化方法	(160)
2. 直接最优化方法	(160)
§ 6.5 什么是试验设计	(160)
1. 试验设计概述	(160)
2. 试验设计针对的实际问题	(162)
3. 正交试验设计简述	(163)
§ 6.6 正交表及其应用	(164)
1. 正交表	(164)
2. 利用正交表安排试验方案	(166)
3. 试验结果的分析	(167)
§ 6.7 进一步思考的问题	(171)
§ 6.8 有交互作用的试验	(172)

习题	(175)
常用正交表	(176)
第七章 灰色预测模型及其应用	(182)
§ 7.1 灰色系统的定义和特点	(182)
1. 灰色系统的定义	(182)
2. 灰色系统的特点	(183)
§ 7.2 灰色系统的 GM(1,1)模型	(184)
1. 数据的预处理	(184)
2. 建模原理	(185)
3. 精度检验	(187)
4. GM(1,1)的建模步骤	(188)
§ 7.3 销售额预测	(189)
§ 7.4 城市道路交通事故次数的灰色预测	(192)
§ 7.5 城市火灾发生次数的灰色预测	(193)
§ 7.6 灾变与异常值预测	(195)
1. 灾变预测的数学原理与特征	(195)
2. 灾变预测方法的基本步骤	(195)
3. 实际问题——旱灾预测	(196)
习题	(197)
第八章 马尔可夫预测方法	(199)
§ 8.1 马尔可夫过程的定义及其性质	(199)
1. 马尔可夫与马尔可夫过程	(199)
2. 马尔可夫链的基本方程	(201)
§ 8.2 遍历性定理与平衡态预测	(204)
1. 遍历性与遍历性定理	(204)
2. 平衡态预测	(205)
§ 8.3 马尔可夫预测的应用	(208)
1. 设备状态预测	(208)
2. 企业设备更新决策	(208)
§ 8.4 WinQSB 软件在马尔可夫预测中的应用	(209)
习题	(211)
附录 A WinQSB 软件操作指南	(213)
1. WinQSB 软件简介	(213)

2. WinQSB 操作简介	(214)
附录 B GM 预测软件操作指南	(215)
习题答案与提示	(217)
参考文献	(225)



第一章

运筹学简介

运筹学(Operational Research)诞生于第二次世界大战期间,是由于反法西斯战争的需要发展起来的一门新兴学科.它的研究对象是人类对各种资源的运用及筹划活动,研究目的在于了解和发现这种运用及筹划活动的基本规律,以便发挥有限资源的最大效益,来达到全局最优的目标.强调研究过程的完整性、强调理论与实践的结合是运筹学研究的两个重要特点.它的应用范围遍及工农业生产、经济管理、科学技术、国防事业等各方面.运筹学的研究方法显示出各学科研究方法的综合,构造数学模型是运筹学中最重要方法.

§ 1.1 运筹学的起源

运筹学是由英文“Operational Research”翻译过来的,其英文原意是运用研究或作战研究.我国科学家将它译做运筹学,是借用了《史记·高祖本纪》中“夫运筹策帷帐之中,决胜于千里之外”的“运筹”二字,既显示其军事的起源,也表明它在我国已早有萌芽.因此,以“运筹学”为译名,是非常恰当的.20世纪初,丹麦电话工程师爱尔朗(A. K. Erlang, 1879—1929)研究电话服务的等候问题,标志着排队论的诞生(1909年).1928年,冯·诺伊曼(J. von Neumann, 1903—1957)以研究二人零和博弈的一系列论文为博弈论奠基.1939年,苏联数学家康托洛维奇(L. V. Kantorovich, 1912—1986)出版《生产组织和计划中的数学方法》一书是规划论的开始.这些工作,仍是现在运筹学研究的领域.但作为一门学科,人们公认的运筹学诞生于第二次世界大战期间,起源于军事、管理和经济.

1. 运筹学的军事起源

军事是运筹学的第一个起源.运筹学思想方法的起源可追溯到古

代。人们发现,在我国先秦时期的诸子著作中,就存在许多朴素的运筹学思想。被后世称为兵圣的我国春秋时期(公元前 770 年—公元前 476 年)军事家孙武,在他的著作《孙子兵法》一书中,体现了丰富的运筹学思想。孙武首先将度、量、数等概念引入军事领域,通过必要的计算,来预测战争的胜负,并指导战争中的有关行为。例如《孙子兵法·始计篇》里讲到:“夫未战而庙算胜者,得算多也;未战而庙算不胜者,得算少也。多算胜,少算不胜,而况于无算乎?”这里的“庙算”就是谋划作战大计,预计战争胜负之意。其后的军事家们又不断地完善和发展了军事运筹学思想。如《孙臆兵法》、《尉缭子》、《百战奇法》等历代军事名著及有关史籍,都有不少关于运筹学思想的记载。此外,田忌赛马、围魏救赵、丁渭修皇宫和沈括运军粮等历史记载,也充分说明了我国很早就有了朴素的运筹学思想,而且在生产实践中实际运用了运筹学方法。详细内容见本章附录。



孙 武

在国外,运筹学思想方法也可追溯到很早以前。阿基米德、达·芬奇、伽利略都研究过作战问题。现代最早进行的运筹学工作是以希尔(A. V. Hill)为首的英国国防部防空试验小组在第一次世界大战期间进行的高射炮系统利用研究。英国人莫尔斯建立的分析美国海军横跨大西洋护航队损失的数学模型,也是运筹学的早期工作,这一工作在第二次世界大战中有了深入而全面的发展。1916年,英国科学家兰彻斯特(F. W. Lanchester, 1868—1946)指出了军队的数量优势、火力和胜负的动态关系,这种动态关系后来被人们称为兰彻斯特方程。美国人爱迪生(T. A. Edison)用数学中的博弈论和统计分析方法研究出了商船避免德国潜艇袭击的航行策略,虽未被采用,但却对以后运筹学的发展有所影响。



M. S. Blackett

1935年,英国科学家沃森·瓦特(R. W. Wart)发明了雷达。当时任英国海军大臣的丘吉尔(W. L. S. Churchill, 1874—1965)敏锐地认识到雷达的重要意义,下令在英国东海岸的鲍得西(Bawdsey)建立了一个秘密的雷达站。此时的德国已经拥有一支强大的空军,在未来的对德作战中如何预警并做好拦截,就成为一个个亟须解决的难题。当时的雷达技术可以探测到 160 km 之外的飞机,但在一次防空演习中发现,由这些雷达送来的信息常常是互相矛盾的,需要加以协调和关联,才能改进作战效能。1938年7月,鲍得西雷达站的负责人罗威(A. P. Rowe)提出应立即进行整个防空作战系统运行的研究。1939年,以英国曼彻斯特大学物理学家、英国战斗机司令部科学顾问、战后获得诺贝尔奖的布莱凯特(M. S. Blackett, 1897—1974)为首,组建了一个代号为“Blackett 马戏团”的研究小组,专门就改进防空系统进行研究。这个小组的成员包括三名心理学家、两名数学家、两名应用数学家、