

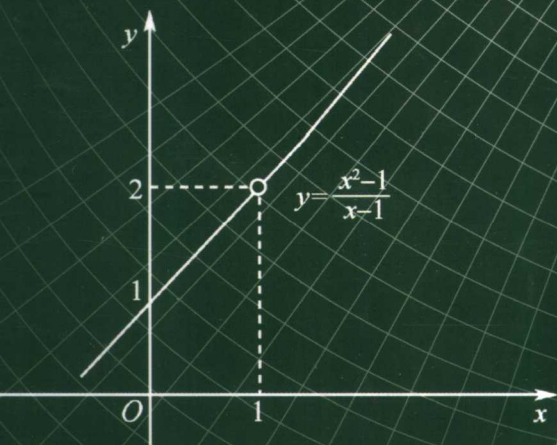


普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 应用数学 (理工类)

## APPLIED MATHEMATICS

中国高等教育学会 组编  
侯风波 主编



科学出版社  
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 应用数学(理工类)

中国高等教育学会 组编  
侯风波 主编

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。本书注重培养学生应用数学概念、数学思想及方法来消化吸收工程概念及工程原理的能力，强化学生应用所学的数学知识求解数学问题的能力，特别是把数学软件包 MATLAB 结合数学内容讲授，可极大地提高学生利用计算机求解数学模型的能力。本书主要内容包括数学软件包 MATLAB、函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分和定积分的应用、常微分方程、向量空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、级数等。

本书可作为高职高专工科各专业通用高等数学教材，也可作为工程技术人员的高等数学知识更新的自学用书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

应用数学 (理工类) / 中国高等教育学会组编; 侯风波主编. —北京: 科学出版社, 2007

(普通高等教育“十一五”国家级规划教材)

ISBN 978-7-03-018953-0

I. 应… II. ①中…②侯… III. 应用数学-高等学校-教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 071245 号

责任编辑: 王 彦 / 责任校对: 刘彦妮

责任印制: 吕春珉 / 封面设计: 东方人华平面设计部

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2007 年 9 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2007 年 9 月第二次印刷 印张: 20

印数: 5 001—15 000 字数: 453 000

定价: 31.00 元 (含光盘)

(如有印装质量问题, 我社负责调换<环伟>)

销售部电话 010-62136075 编辑部电话 010-62147541 (VP04)

## 编写人员名单

主 编：侯风波

副主编：杨建法 王庆云 邓新春

编 委：柳贡志 杨俊萍 钟召平 霍曙光

林志刚 郭小富 何月香

## 前 言

本书是由中国高等教育学会组织编写的普通高等教育“十一五”国家级规划教材。教材作为学校教学内容和教学方法的知识载体,在深化教育教学改革、全面推进素质教育、培养创新人才中具有举足轻重的地位。随着高等教育的蓬勃发展,高校教学改革正在不断地深入进行。《应用数学》(理工类)是为了适应我国高等职业教育快速发展的要求和高等职业教育培养高技能人才的需要,适应高等职业教育大众化发展趋势的现状,更好地贯彻《中共中央、国务院关于进一步加强对人才工作的决定》中提出的“实施国家高技能人才培训工程和技能振兴行动,通过学校教育培养、企业岗位培训、个人自学提高等方式,加快高技能人才的培养”和教育部等7部门《关于进一步加强职业教育工作的若干意见》(教职成[2004]12号)的文件精神,在认真总结全国高职高专院校理工类各专业高等数学课程教学改革经验的基础上编写而成。

在本书编写过程中我们努力遵循了以下原则:

1. 本书严格按照《教育部办公厅关于加强普通高等教育“十一五”国家级规划教材管理的通知》(教高厅[2006]6号文件)的要求出版。

2. 本书是国家教育科学“十五”课题和教育部重点课题的研究成果。由全国知名专家组成的教材编写小组,确保了国家级规划教材的质量。

3. 注重以实例引入概念,并最终回到数学应用的思想,加强对学生的数学应用意识、兴趣及能力培养,培养学生用数学的原理和方法消化吸收工程概念、工程原理的能力和消化吸收专业知识的能力。加强数学建模教学内容,将工程问题转化为数学问题的思想贯穿各章,注意与实际应用联系较多的基础知识、基本方法和基本技能的训练,但不追求过分复杂的计算和变换。

4. 缓解课时少与教学内容多的矛盾,恰当把握教学内容的深度和广度,遵循基础课理论知识以必需够用为度的教学原则,不过分追求理论上的严密性,尽可能显示微积分的直观性与应用性,适度注意保持数学自身的系统性与逻辑性。

5. 为培养学生用计算机及相应数学软件求解数学问题的能力,结合具体教学内容,本书专设一章介绍数学软件包 MATLAB,便于各校结合实际教学条件灵活处理,力求做到易教、易学、易懂、易用。

6. 充分考虑高职高专学生特点,在内容处理上兼顾对学生抽象概括能力、逻辑推理能力、自学能力,以及较熟练的运算能力和综合运用所学知识分析问题、解决问题的能力培养。对课程的每一主题都尽量从几何、数值、解析和语言4个方面加以体现,避免只注重解析推导。

7. 注意培养学生综合素质,体现数学课程改革的新思路,不仅关注数学在理工类专业的直接应用,而且还特别关注结合具体教学内容进行思维训练,重视培养学生的科学精神、创新意识。

8. 在各章节的开始,用尽可能短的语言点题,以便读者了解本章或本节所研究问题的来龙去脉,起到承上启下的作用,增加可读性.每节后配有思考题和练习题,通过思考题试图使学生能换个角度理解有关知识点.练习题与知识点尽量呼应,由易到难,方便学生巩固所学知识.

9. 每章后面列有典型例题详解,以培养学生自主性学习的能力.

10. 每章最后列有综合练习题,供学有余力的学生选学.

本书参考学时:第1章到第9章和第14章相应内容需要60学时,为两年制高职学生必学;全书需要讲授120学时,适用于三年制高职院校理工类专业.

本书由侯风波担任主编.全书框架结构、编写大纲及最终审定稿由侯风波教授完成.参加本书编写的还有杨建法(石家庄铁路职业技术学院)、王庆云(山西建筑职业技术学院)、邓新春(湖南工业职业技术学院)、柳贡志(烟台南山学院)、杨俊萍(山西综合职业技术学院)、钟召平(潍坊职业技术学院)、霍曙光(湖北城建职业技术学院)、林志刚(重庆信息职业技术学院)、郭小富(焦作大学)、何月香(焦作大学).

与本书配套的电子教材有《应用数学》(理工类)电子教案.该电子教案采用开放式结构,教师可根据自己的教学需要对其进行修改,以便更好地适合于本校的教学实际需要.

本书还配有《应用数学》(理工类)习题册,供教师布置课后作业用.

由于编者水平有限,时间也比较仓促,书中难免有不妥之处,我们衷心地希望得到专家、同行和读者的批评指正,使本书在教学实践中不断完善.

侯风波

2007年春

# 目 录

<b>第 1 章 应用数学绪论</b> .....	1
1.1 应用数学的作用与意义 .....	1
1.1.1 数学的作用与意义 .....	1
1.1.2 应用数学与初等数学的联系与区别 .....	1
1.2 如何学好应用数学 .....	2
综合练习一 .....	4
<b>第 2 章 函数</b> .....	5
2.1 函数及其性质 .....	5
2.1.1 函数的概念 .....	5
2.1.2 函数的几种特性 .....	8
2.2 初等函数 .....	10
2.2.1 基本初等函数 .....	10
2.2.2 复合函数 .....	11
2.2.3 初等函数 .....	12
2.3 典型例题详解 .....	12
综合练习二 .....	14
<b>第 3 章 极限与连续</b> .....	15
3.1 极限 .....	15
3.1.1 函数的极限 .....	15
3.1.2 左极限与右极限 .....	17
3.1.3 无穷小量与无穷大量 .....	18
3.1.4 极限的性质 .....	20
3.2 极限的运算 .....	21
3.2.1 极限的四则运算法则 .....	21
3.2.2 两个重要极限 .....	23
3.2.3 无穷小的比较 .....	25
3.3 函数的连续性 .....	26
3.3.1 函数的连续性定义 .....	27
3.3.2 初等函数的连续性 .....	28
3.3.3 闭区间上连续函数的性质 .....	29
3.4 典型例题详解 .....	31

综合练习三 .....	33
<b>第4章 导数与微分</b> .....	<b>35</b>
4.1 导数的概念 .....	35
4.1.1 两个实例 .....	35
4.1.2 导数的概念 .....	36
4.1.3 求导举例 .....	38
4.1.4 可导与连续 .....	40
4.2 求导法则 .....	41
4.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则 .....	41
4.2.2 复合函数的求导法则 .....	42
4.2.3 反函数的求导法则 .....	43
4.2.4 基本初等函数的求导公式 .....	44
4.2.5 3个求导方法 .....	45
4.2.6 高阶导数 .....	46
4.3 微分及其在近似计算中的应用 .....	48
4.3.1 两个实例 .....	48
4.3.2 微分的概念 .....	49
4.3.3 可微的充要条件 .....	49
4.3.4 微分的公式与运算法则 .....	50
4.3.5 复合函数的微分 .....	51
4.3.6 微分在近似计算中的应用 .....	52
4.4 典型例题详解 .....	53
综合练习四 .....	54
<b>第5章 导数的应用</b> .....	<b>57</b>
5.1 罗比塔法则 .....	57
5.2 拉格朗日中值定理及函数的单调性 .....	60
5.2.1 拉格朗日中值定理 .....	60
5.2.2 函数的单调性 .....	61
5.3 函数的极值与最值 .....	63
5.3.1 函数的极值 .....	63
5.3.2 函数的最值及应用 .....	66
* 5.4 曲率 .....	68
5.4.1 曲率的概念 .....	69
5.4.2 曲率的计算 .....	70
5.4.3 曲率圆和曲率半径 .....	70
5.5 函数图形的凹向与拐点 .....	72
5.5.1 曲线的凹向及其判别法 .....	72
5.5.2 曲线的拐点 .....	73



---

5.5.3 曲线的渐近线 .....	73
5.5.4 作函数图形的一般步骤 .....	74
5.6 典型例题详解 .....	76
综合练习五 .....	78
<b>第 6 章 不定积分</b> .....	<b>80</b>
6.1 不定积分的概念及性质 .....	80
6.1.1 不定积分的概念 .....	80
6.1.2 不定积分的性质 .....	82
6.1.3 不定积分的基本积分公式 .....	82
6.2 不定积分的积分法 .....	83
6.2.1 换元积分法 .....	84
6.2.2 分部积分法 .....	86
6.3 典型例题详解 .....	88
综合练习六 .....	91
<b>第 7 章 定积分</b> .....	<b>93</b>
7.1 定积分的概念与性质 .....	93
7.1.1 两个实例 .....	93
7.1.2 定积分的概念 .....	94
7.1.3 定积分的几何意义 .....	95
7.1.4 定积分的性质 .....	96
7.2 微积分基本公式 .....	98
7.2.1 变上限的定积分 .....	98
7.2.2 微积分基本公式 .....	99
7.3 定积分的积分法 .....	100
7.3.1 定积分的换元积分法 .....	100
7.3.2 定积分的分部积分法 .....	102
7.4 广义积分 .....	103
7.4.1 无穷区间上的广义积分 .....	103
7.4.2 被积函数有无穷间断点的广义积分 .....	104
7.5 典型例题详解 .....	106
综合练习七 .....	107
<b>第 8 章 定积分的应用</b> .....	<b>108</b>
8.1 定积分的几何应用 .....	108
8.1.1 定积分应用的微元法 .....	108
8.1.2 用定积分求平面图形的面积 .....	109
8.1.3 用定积分求平行截面面积为已知的立体的体积 .....	111
8.1.4 用定积分求平面曲线的弧长 .....	111
8.2 定积分的物理应用 .....	113

8.3 典型例题详解 .....	115
综合练习八 .....	117
<b>第9章 常微分方程</b> .....	119
9.1 常微分方程的基本概念与分离变量法 .....	119
9.1.1 微分方程的基本概念 .....	119
9.1.2 分离变量法 .....	121
9.2 一阶线性微分方程与可降阶的高阶微分方程 .....	123
9.2.1 一阶线性微分方程 .....	123
9.2.2 可降阶的高阶微分方程 .....	125
9.3 二阶常系数线性微分方程 .....	127
9.3.1 二阶常系数线性微分方程解的性质 .....	127
9.3.2 二阶常系数齐次线性微分方程的求解方法 .....	129
9.4 拉普拉斯变换的概念 .....	131
9.5 拉氏变换的运算性质 .....	134
9.6 拉氏变换的逆变换 .....	137
9.7 拉氏变换及其逆变换的应用 .....	139
9.8 典型例题详解 .....	140
综合练习九 .....	143
<b>第10章 向量与空间解析几何</b> .....	145
10.1 空间直角坐标系与向量的概念 .....	145
10.1.1 空间直角坐标系 .....	145
10.1.2 向量的概念及其运算 .....	146
10.1.3 向量的坐标表达式 .....	148
10.2 向量的点积与叉积 .....	150
10.2.1 两向量的点积 .....	150
10.2.2 两向量的叉积 .....	152
10.3 平面与直线 .....	154
10.3.1 平面方程 .....	154
10.3.2 直线方程 .....	156
10.4 空间曲面与曲线 .....	158
10.4.1 空间曲面的一般概念 .....	158
10.4.2 母线平行于坐标轴的柱面方程 .....	159
10.4.3 二次曲面 .....	160
10.4.4 空间曲线及其在坐标面上的投影 .....	163
10.5 典型例题详解 .....	166
综合练习十 .....	168
<b>第11章 多元函数微分学</b> .....	170
11.1 多元函数的极限与连续 .....	170

11.1.1	多元函数	170
11.1.2	二元函数的极限与连续	172
11.2	偏导数	173
11.2.1	偏导数	174
11.2.2	高阶偏导数	177
11.3	全微分	178
11.3.1	全微分的定义	178
11.3.2	全微分在近似计算中的应用	180
11.4	多元复合函数微分法及偏导数的几何应用	181
11.4.1	复合函数微分法	182
11.4.2	隐函数的微分法	183
11.4.3	偏导数的几何应用	184
11.5	多元函数的极值	188
11.5.1	多元函数的极值	188
11.5.2	多元函数的最值	190
11.5.3	条件极值	191
11.6	典型例题详解	192
	综合练习十一	194
<b>第 12 章</b>	<b>多元函数积分学</b>	197
12.1	二重积分的概念与计算	197
12.1.1	二重积分的概念与性质	197
12.1.2	二重积分的性质	198
12.1.3	在直角坐标系下计算二重积分	199
12.1.4	在极坐标系下计算二重积分	201
12.2	二重积分应用举例	204
12.2.1	平面薄板的质量	204
12.2.2	平面薄板的重心	204
12.3	曲线积分与曲面积分	206
12.3.1	对坐标的曲线积分	206
12.3.2	对坐标的曲面积分及其应用	209
12.4	例题与习题	212
	综合练习十二	216
<b>第 13 章</b>	<b>级数</b>	217
13.1	数项级数及其敛散性	217
13.1.1	数项级数及其性质	217
13.1.2	正项级数及其敛散性	220
13.1.3	交错级数及其敛散性	221
13.1.4	绝对收敛和条件收敛	222

13.2 幂级数 .....	224
13.2.1 幂级数的概念 .....	224
13.2.2 幂级数的运算 .....	226
13.2.3 将函数展开成幂级数 .....	227
13.2.4 幂级数的应用 .....	229
13.3 典型例题详解 .....	230
综合练习十三 .....	234
<b>第 14 章 数学软件包 MATLAB 简介</b> .....	<b>236</b>
14.1 MATLAB 基础知识 .....	236
14.1.1 MATLAB 的安装和启动 .....	236
14.1.2 MATLAB 命令窗口的使用 .....	237
14.1.3 MATLAB 的运算符 .....	238
14.2 MATLAB 的符号计算 .....	239
14.2.1 符号对象的生成 .....	239
14.2.2 符号计算中的基本函数 .....	240
14.2.3 符号计算举例 .....	240
14.3 用 MATLAB 进行函数运算 .....	245
14.4 用 MATLAB 求极限 .....	248
14.5 用 MATLAB 进行求导运算 .....	249
14.6 用 MATLAB 做导数应用题 .....	250
14.7 用 MATLAB 做一元函数的积分 .....	253
14.8 用 MATLAB 解微分方程 .....	254
14.9 用 MATLAB 做向量运算及空间曲面 .....	256
14.10 用 MATLAB 求偏导数与多元函数的极值 .....	260
14.11 用 MATLAB 做多重积分 .....	264
14.12 用 MATLAB 做级数运算 .....	266
14.13 用 MATLAB 求拉普拉斯变换 .....	268
综合练习十四 .....	270
<b>附录 A 初等数学常用公式</b> .....	<b>271</b>
<b>附录 B 常用的基本初等函数的图像和性质</b> .....	<b>276</b>
<b>附录 C 拉普拉斯变换简表</b> .....	<b>279</b>
<b>附录 D 部分练习题答案与提示</b> .....	<b>280</b>
<b>附录 E 关键词索引</b> .....	<b>300</b>
<b>主要参考文献</b> .....	<b>306</b>

# 第 1 章 应用数学绪论

应用数学(理工类)的主要内容是微积分,通常也称为高等数学。应用数学是高职高专院校理工类各专业学生必修的一门重要基础课程。它的思想方法已经渗透到自然科学和工程技术各个分支之中,许多专业基础课和专业课都是建立在应用数学基础之上的,它也是人们描述自然现象、社会现象变化规律的重要手段和有力工具。

## 1.1 应用数学的作用与意义

### 1.1.1 数学的作用与意义

数学是研究现实世界中的数量关系和空间形式的科学。著名数学家华罗庚先生说:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,无处不用数学。”

中国科学院院士姜伯驹说:“数学科学研究的对象可以取自任何领域,它的着眼点不是各领域素材的内容,而是它的数量和形式的各种表现形式;它能够把一个领域的思想,最新的进步,经过抽象的过程提炼出来,再把这些思想转移到完全不相干的领域里面去。很多学科的成就大小,取决于它们与数学结合的程度。”历史上物理学、天文学、力学的许多重大发现无不与数学的进步息息相关,如牛顿力学、爱因斯坦的相对论、电磁波和光的本质的发现、海王星和冥王星的发现、量子力学的诞生等。

20 世纪最伟大的技术成就——电子计算机的发明和应用都是以数学为基础的。我们生活的现实世界中,随处都能看到的全自动洗衣机、自动报警器、遥控汽车等众多高科技仪器设备都离不开电脑,电脑工作要依靠相应的程序,程序的编写要依靠相应的数学模型。例如,医学上的 CT 技术、指纹的存储和识别、飞行器的模拟设计、石油地震勘探的数据处理分析、信息安全技术、保险精算、金融风险分析和预测等也都高度依赖数学。因此,高科技的核心是数学。

科学技术离不开数学。因此,即将学习的基础课程和专业课程都是为将来所从事的专业技术工作提供支持的。这些课程大都需要较多的数学知识,有的课程几乎到了“没有数学寸步难行的地步”。因此,为了学好自己的专业,需要下力气把数学学好。

### 1.1.2 应用数学与初等数学的联系与区别

首先,函数仍然为应用数学研究的主要对象。初等数学是应用数学的基础。

16 世纪,由于工业革命的直接推动,对于运动的研究成了当时自然科学的中心问题,这些问题和以往的数学问题有着原则性的区别。要解决它们,初等数学已经不够用了,需要创立全新的概念与方法,创立出研究现象中各个量之间的变化的新数学。变量与函数的新概念应时而生,导致了初等数学阶段向高等数学阶段的过渡。

初等数学研究的是常量,而应用数学(高等数学)研究的则是变量.

初等数学的第一个特征在于其所研究的对象是不变的量(常量)或孤立不变的规则几何图形;第二个特征表现在其研究方法上.初等代数与初等几何是各自依照互不相关的独立路径构筑起来的,使我们既不能把几何问题用代数术语陈述出来,也不能通过计算用代数方法来解决几何问题.

应用数学与初等数学相反,它是在代数法与几何法密切结合的基础上发展起来的.这种结合首先出现在法国著名数学家、哲学家笛卡儿所创建的解析几何中.笛卡儿把变量引进数学,创建了坐标的概念.有了坐标的概念,我们一方面能用代数式子的运算顺利地证明几何定理,另一方面由于几何观念的明显性,使我们又能建立新的解析定理,提出新的论点.笛卡儿的解析几何是数学史上一项划时代的变革,恩格斯曾给予高度评价:“数学中的转折点是笛卡儿的变数.有了变数,运动进入了数学,有了变数,辩证法进入了数学,有了变数,微分和积分也就成为必要的了……”

初等数学到应用数学,观念与思维方式的转变,主要体现在极限概念,极限概念的学习是难点.

极限概念揭示了变量与常量、无限与有限的对立统一关系.从极限的观点来看,无穷小量不过是极限为零的变量.这就是说,在变化过程中,它的值可以是“非零”,但它变化的趋向是“零”,可以无限地接近于“零”.

### 思考题 1.1

1. 试举例说明数学在日常生活中的应用.
2. 了解一下你在今后的学习中有哪些课程要用到哪些数学.

## 1.2 如何学好应用数学

应用数学作为一门重要基础课程,它具有内容的抽象性、应用的广泛性、推理的严谨性和结论的明确性之特点.仅“抽象性”这一点就决定了数学课程的学习有一定的难度.那么,我们如何才能学好这门课程呢?每个人的知识背景不同,学好数学课程的方法也会有所区别.下面提供几条建议,供同学们参考:

### 1. 明确学习目的

明确的学习目的是产生学习动力的源泉.因此,在学习应用数学之前,首先要搞清楚为什么要学习应用数学.

### 2. 要知难而进

树立勇攀科学高峰的目标和雄心壮志,培养热爱科学和献身科学的精神,在学习上有知难而进的顽强毅力.

### 3. 课前要适度预习

每次上课前应对教师要讲的内容进行预习.预习的重点是阅读一下要讲的定义、定理

和主要公式. 预习的主要目的是: 第一, 听课时心里有底, 不至于被动地跟着教师走; 第二, 知道哪些地方是重点和自己的难点、疑点, 从而在听课时能提高效率. 注意预习不是自学, 每次预习的时间不要很长, 一般 2 学时的课堂学习预习 20 分钟左右为宜.

#### 4. 要努力听好每一节课

听老师讲课是学生在大学中获取知识的主要方式. 要认识到听教师讲课比自己自学要容易得多. 因此, 应带着充沛的精力、带着获取新知识的浓厚兴趣、带着预习中的疑点和难点, 专心致志地聆听教师如何提出问题、分析问题和解决问题, 并且积极主动地思考.

在听课时常会遇到某些问题没听懂的情况, 这时千万不要在这些问题上持续徘徊而影响继续听课, 应承认它并在教材上或笔记上相应处做上记号, 继续跟上教师的讲授. 遗留的问题、疑点待课后复习时再思考、钻研, 或找同学讨论, 或找教师答疑, 或看参考书.

#### 5. 记笔记

教师讲课并非“照本宣科”. 教师主要讲重点、讲难点、讲疑点、讲思路、讲方法, 还会提出一些应注意的问题、补充一些教材上没有的内容和例子. 因此, 记好课堂笔记是学好应用数学的一个重要的学习方式. 另外, 记笔记也便于你跟着教师的思路走.

#### 6. 要及时复习

学习包括“学”与“习”两个方面.“学”是为了获取知识, “习”是为了消化、掌握、巩固知识. 每次课后的当天都应结合课堂笔记和教材及时复习课上所讲的内容. 但是, 在翻开教材与笔记之前, 应先回顾一下课上所讲的主要内容. 另外, 应该经常地、反复地复习前面所讲过的内容, 这样一方面是为了避免边学边忘, 另一方面可以加深对以前所学内容的理解, 使知识水平上升到更高的层次.

#### 7. 要认真完成作业

做作业不仅是检验学习效果的手段, 同时也是培养、提高综合分析问题的能力、笔头表达能力以及计算能力的重要手段. 认真完成作业是培养同学们严谨治学的一个环节. 因此, 要求作业“书写工整、条理清楚、论据充分”. 尽量不先看书后的答案. 批改过的作业中的错题要分析原因, 并纠正过来, 防止重犯.

#### 8. 要善于交流

养成与同学老师相互交流的习惯, 有问题及时交流, 切不可将问题置之不理. 很多问题可以在不断交流中得到解决. 答疑是学好应用数学的一个重要的环节. 遇到困难, 碰到难题要知难而进, 反复看书、看笔记, 勤思考, 学会不断变换方法, 另辟思路, 不断地提高自己解决问题的能力.

#### 9. 学数学要用数学

学习数学的主要目的是为了用数学. 当代科学技术的飞速发展, 不但要求我们掌握更

多的数学知识,而且要求会运用这些知识去解决实际问题,因此,我们应当逐步培养自己综合运用所学的数学知识解决实际问题的意识和兴趣,培养建立实际问题的模型,运用数学方法分析解决实际模型的能力.在学习中还要提倡独立钻研,勤于思考,敢于大胆地提出问题,善于钻研问题,培养自己的创造性思维和学习能力.

#### 10. 善于运用计算机及数学软件包

在学习数学的过程中,一定要善于运用计算机及数学软件包来完成一些典型的习题,一方面可以逐步培养我们用计算机和数学软件包处理数学问题的能力,另一方面,可以提高对有关问题的感性认识,加深对数学概念及方法的理解.因此,在学习应用数学的基本概念及方法的同时,要特别注意数学软件包的学习及使用.

#### 11. 要善于读数学书

读数学书与读其他书有明显的不同.由于数学书在表达形式上的抽象性,使得它往往有些难懂.读者不能期望数学书一读就懂,复杂的地方要反复读和反复思考,甚至要读到后面再返回来重读才能真正理解.在读数学书时要特别留意定义及定理的叙述.我们不主张单纯记忆或背诵.但是,在理解的基础上,适当的记忆某些最基本的公式、重要的定义以及定理的条件与结论也是必要的.

为了加深理解,在读数学书时,手边放些草稿纸,边读边做些习题或画个草图是非常有益的.数学书中为了突出重点或节省篇幅,经常要节省一些推导或演算,有时会用“显然”、“显而易见”、“事实上”或“经过简单计算表明”之类的话放在某个结论之前.凡是对你来说,并不是那么“显然”的事实,或者你认为有必要去验算的地方,不妨去试着补上自己的证明或计算.这对初学者加强对内容的理解是一个很好的练习.

学好数学并不是一件难事,只要你付出必要的努力,数学就不应当是枯燥乏味的.数学并不是一堆繁琐无用的公式,掌握了它的真谛,就会给你增添智慧与力量.

#### 思考题 1.2

1. 撰写短文描述你自己学习数学的方法.
2. 5人一组相互交流学习数学的经验.要有记录.

## 综合练习一

1. 查阅资料,撰文论证:要学好专业必须先学好应用数学.
2. 制订出自己学习应用数学的计划.



## 第 2 章 函 数

现实世界中,存在着各种各样不停地变化着的量,它们之间相互依赖、相互联系.函数就是对各种变量之间相互依赖关系的一种抽象,是微积分研究的基本对象,因而是应用数学中最重要的概念之一.中学里已经学习过函数概念,本章将在此基础上对函数进行复习、巩固和提高.

### 2.1 函数及其性质

函数的概念在 17 世纪之前一直与公式紧密关联,到了 1837 年,德国数学家狄利克雷(1805~1859 年)抽象出了至今仍为人们易于接受且较为合理的函数概念.

#### 2.1.1 函数的概念

##### 1. 函数的概念

**定义 2.1** 设  $x$  和  $y$  是两个变量, $D$  是一个非空实数集.如果对于数集  $D$  中的每一个数  $x$  按照一定的对应法则  $f$  都有唯一确定的实数  $y$  与之对应,则称  $y$  是定义在数集  $D$  上的  $x$  的函数,记作

$$y = f(x), \quad x \in D.$$

其中  $D$  称为函数的定义域, $x$  称为自变量, $y$  称为函数(或因变量).

如果对于确定的  $x_0 \in D$ ,通过对应法则  $f$ ,函数  $y$  有唯一确定的值  $y_0$  相对应,则称  $y_0$  为  $y=f(x)$  在  $x_0$  处的函数值,记作

$$y_0 = y \Big|_{x=x_0} = f(x_0).$$

函数值的集合称为函数的值域,记作  $M$ .

定义域和对应法则是函数的两个要素,而函数的值域由定义域和对应法则来确定.下面对函数概念的有关问题作进一步的解释.

(1)“函数”表达了因变量与自变量的一种对应法则,这种对应法则用字母  $f$  来表示.因此  $f$  是一个函数符号, $y=f(x)$  绝不意味着“ $y$  等于  $f$  乘以  $x$ ”.它表示当自变量取值为  $x$  时,因变量  $y$  的取值为  $f(x)$ .例如,对于函数  $y=f(x)=x^2+3x-5$ , $f$  表示运算

$$(\quad)^2 + 3(\quad) - 5.$$

于是, $f(0)=0^2+3 \times 0-5=-5$ , $f(\pi)=\pi^2+3\pi-5$  等.

一般可以把函数理解成一种变换,即函数  $f$  把自变量  $x$  的值变成相应的  $y$  值,这可以用如图 2.1.1 所示的框图来表示.即可通俗地把函数看成是一部机器,定义域  $D$  中的一个数值  $x$  进入机器被函数  $f$  作用后,就被加工为值域中的数  $f(x)$ .

(2) 函数的定义域是函数的另一个要素,给定一个函数,就意味着其定义域是同时给