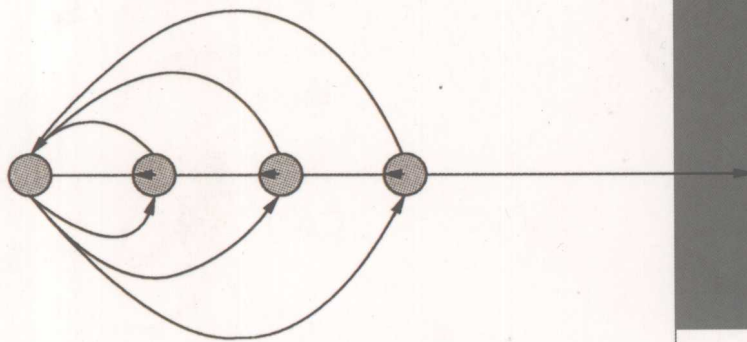


山东大学研究生学术活动系列丛

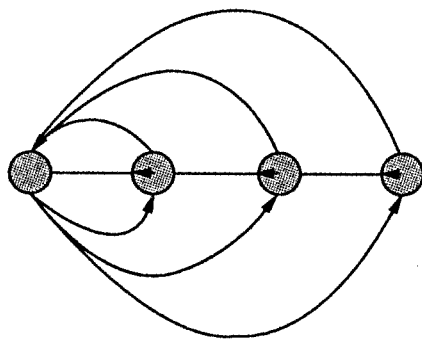
数学建模基础知识 与案例精选



主编 薛南

山东大学出版社

数学建模基础知识 与案例精选



主 编 薛南青

副主编 薛佩军
李汝宾

图书在版编目(CIP)数据

数学建模基础知识与案例精选/薛南青主编.

—济南:山东大学出版社,2007.6

(山东大学研究生学术活动系列丛书)

ISBN 978-7-5607-3377-7

I. 数...

II. 薛...

III. 数学模型—研究生—教材

IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 080057 号

山东大学出版社出版发行

(山东省济南市山大南路 27 号 邮政编码:250100)

山东省新华书店经销

山东恒兴实业总公司印刷厂印刷

850×1168 毫米 1/32 10.5 印张 240 千字

2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷

定价:23.00 元

版权所有,盗印必究

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社营销部负责调换

《数学建模基础知识与案例精选》编委会

主 任	方宏建	陈 炎		
副主任	刘树伟	桑晓旻	王志明	谭好哲
	姜 玮	张文玺		

主 编	薛南青			
副主编	薛佩军	李汝宾		
编 委	石 然	刘澄玉	赵莉娜	强 静
	陈帝伊	常 康	何晓川	高 正
	邱迎春	许淑娟	王 辉	谢江宁

卷首语

随着社会的发展,数学的应用不仅在自然科学、工程技术等基础领域发挥着越来越重要的作用,而且以空前的广度和深度向经济、金融、生物、医学、环境、地质、人口、交通等新的领域渗透,数学技术已经成为当代高新技术的重要组成部分。社会对数学人才的需求已不仅仅局限于数学家和专门从事数学研究的人员,还有那些在各领域中从事实际工作、能够运用数学知识及数学的思维方法来解决实际问题的人。对复杂的实际问题进行分析,发现其中的可以用数学语言来描述的关系或规律,然后把这个实际问题转化成一个数学问题,这就称为数学模型,建立数学模型的这个过程被称为数学建模。数学建模的出现将传统经典的数学知识、数学方法和现实问题紧密地结合在一起,为科技工作者提供了一个很好的解决实际问题的途径。

研究生数学建模竞赛旨在培养研究生利用数学知识解决实际问题的能力,它对于提高研究生整体的创新能力有着非常重要的作用。2006年3月,教育部已经把研究生数学建模竞赛列为研究生教育创新计划项目。实施研究生教育创新计划,培养研究生的创新能力,提高研究生培养质量,也是创建研究型大学的任务之一。数学建模竞赛,是切实提高研究生的实践和创新能力的有益尝试。

全国研究生数学建模竞赛到目前为止已经成功举行了三届,山东大学研究生在三届竞赛中均取得了较好成绩,展示了我校研

数学建模基础知识

与案例精选

究生的风采。为了更好地给同学们搭建一个运用数学知识挑战自我的舞台,山东大学于2006年6月成功举办了“第一届鲁能智能杯研究生数学建模竞赛”,优秀论文成果已经成功应用于生产,这也是我校“科技创新,服务地方”的实际行动的一个亮点。

本书收录了山东大学选手在三届全国研究生数学建模竞赛中的部分优秀获奖论文,并深入浅出地对数学建模所需的数学知识进行了介绍。我相信本书的出版,必将激励更多的优秀研究生自觉地应用数学知识解决实际问题,并以极大的兴趣投入到数学建模大赛中历练自己。

方宏建

2007年6月

前 言

研究生数学建模竞赛在培养研究生利用数学知识解决实际问题能力和提高研究生整体创新能力方面有着非常重要的作用,2006年3月教育部已经将其列为研究生教育创新计划项目。随着研究生数学建模竞赛在全国高校和科研单位的普及,应用数学建模的思路解决现实生产、生活中的问题越来越受到企业和科研单位的重视。

2004年,山东大学积极组织在校研究生参加首届全国部分高校研究生数学建模竞赛,获得一个一等奖、两个二等奖和两个三等奖;2005年在第二届竞赛中取得了一个一等奖、一个二等奖和两个三等奖的优异成绩;2006年在全国第三届研究生数学建模竞赛中获得一个一等奖、三个二等奖和两个三等奖的好成绩,并获得竞赛组委会颁发的优秀组织奖。为了更好地发挥数学建模在研究生教育中的积极作用,山东大学在研究生学术活动中心设立了数学建模部,并于2006年7月在全校范围内成功举办“鲁能智能杯”首届研究生数学建模竞赛,全校10余个学院的研究生积极组队参赛,竞赛的题目全部来自科研单位生产和科研的具体问题。竞赛促进了学校相关学科、专业研究的交叉融合,培养了研究生的合作精神和团队协作能力,提高了研究生的实践和创新能力。

本书结合山东大学研究生数学建模竞赛近三年来的优秀获奖论文对研究生数学建模竞赛及其涉及的知识范围进行了简明介绍和概括。全书分两部分:第一部分共六章,第一章系统介绍了数学

数学建模基础知识

与案例精选

建模和数学建模竞赛的发展历史,全面介绍了两者的内涵及其相关概念。第二章到第六章介绍了数学建模常用的数学方法,如线性规划、非线性规划、图论等;第二部分共收入历届获奖论文 10 篇,以翔实资料展示了数学建模竞赛论文的写作格式和写作历程,无论对参加过数学建模竞赛者还是初次接触数学建模的人员都有很好的参考和应用价值。衷心希望本书能够对广大数学建模爱好者有所帮助。

本书由薛南青主编,薛佩军、李汝宾为副主编。第 1 章由薛南青、李汝宾、石然编写;第 2 章由石然、常康编写;第 3 章由刘澄玉、何晓川编写;第 4 章由强静、赵莉娜编写;第 5 章由赵莉娜、刘澄玉编写;第 6 章由刘澄玉、赵莉娜、石然编写。全书由薛佩军、刘澄玉、赵莉娜统稿。本书的主审黄淑祥老师对书稿进行了认真、详细的审阅,提出了许多极为宝贵的修改意见。本书在编写过程中参阅了大量的资料,在此一并表示由衷的感谢和深深的敬意。特别是本书第 2 章至第 6 章编写过程中参阅了沈阳建筑大学理学院的数学建模网络教程中的诸多案例,(网址:<http://lxy.sjzu.edu.cn/net/jianmo/index.htm>)。

由于编者水平有限,书中错漏在所难免,敬请读者及专家赐正。

编 者

2007 年 6 月于山东大学

目 录

第一部分 数学建模基础知识

第 1 章 数学建模竞赛简介	(3)
1.1 数学建模	(3)
1.2 数学建模竞赛	(7)
第 2 章 线性规划和整数规划	(12)
2.1 线性规划	(12)
2.2 整数规划	(24)
第 3 章 非线性规划	(38)
3.1 非线性规划	(38)
3.2 无约束问题	(42)
3.3 约束极值问题	(48)
第 4 章 数学建模中的图论方法	(51)
4.1 概 论	(51)
4.2 图的基本概念	(52)
4.3 图的矩阵	(55)
4.4 树	(56)
4.5 可行遍性	(59)
4.6 网络中的最大流问题	(61)
4.6 最小费用流问题	(63)
第 5 章 层次分析法	(65)
5.1 层次分析法的基本步骤	(65)
5.2 层次分析法的应用	(71)

数学建模基础知识

与案例精选

第 6 章 初等数学方法建模	(74)
6.1 鸽笼原理	(74)
6.2 “奇偶校验”方法	(76)
6.3 四色定理	(77)
6.4 相识问题	(79)
6.5 商人过河问题	(80)

第二部分 案例精选

2004 年全国研究生数学建模竞赛 C 题题目	(85)
售后服务数据的运用	李 可 强 静 贺长伟(89)
售后服务数据的运用	肖 莎 刘 鹏 许 娜(101)
2004 年全国研究生数学建模竞赛 B 题题目	(127)
实用下料问题	隋首钢 王 珂 陈 健(131)
2005 年全国研究生数学建模竞赛 B 题题目	(148)
飞机空中加油方案	刘澄玉 高均波 姜春香(150)
空中加油问题	强 静 王伟娟 衣文文(178)
空中加油	石 然 由雪梅 张晓花(193)
2006 年全国研究生数学建模竞赛 A 题题目	(215)
Ad Hoc 网络中的区域划分和资源	
分配问题	赵莉娜 彭翠平 朱明辉(219)
Ad Hoc 网络中的区域划分和资源	
分配问题	何晓川 李春蕾 于建水(253)
2006 年全国研究生数学建模竞赛 B 题题目	(284)
确定高精度参数问题	常 康 宗振兴 刘健敏(286)
2006 年全国研究生数学建模竞赛 D 题题目	(305)
学生面试问题	吕 杰 付鸿斐 高 传(307)
参考文献	(324)

第一部分

数学建模基础知识

第 1 章 数学建模竞赛简介

1.1 数学建模

1.1.1 什么是数学建模

数学建模就是用数学语言描述实际现象的过程。这里的实际现象既包涵具体的自然现象比如自由落体现象,也包涵抽象的现象比如顾客对某种商品所有的价值倾向。这里的描述不但包括外在形态、内在机制的描述,也包括预测、试验和解释实际现象等内容。我们也可以这样直观地理解这个概念:数学建模是一个让纯粹数学家(指只懂数学不懂数学在实际中的应用的数学家)变成物理学家、生物学家、经济学家甚至心理学家等等和反之亦然的过程。

数学模型一般是实际事物的一种数学简化。它常常是以某种意义上接近实际事物的抽象形式存在的,但它和真实的事物有着本质的区别。要描述一个实际现象可以有很多种方式,比如录音、录像、比喻、传言等等。为了使描述更具科学性、逻辑性、客观性和可重复性,人们采用一种普遍认为比较严格的语言来描述各种现象,这种语言就是数学。使用数学语言描述的事物就称为数学模型。有时候我们需要做一些实验,但这些实验往往用抽象出来的数学模型作为实际物体的代替而进行相应的实验,实验本身也是实际操作的一种理论替代。

数学是研究现实世界数量关系和空间形式的科学,在它产生和发展的历史长河中,一直是和各种各样的应用问题紧密相关的。数学的特点不仅在于概念的抽象性、逻辑的严密性、结论的明确性和体系的完整性,而且在于它应用的广泛性。进入 20 世纪以来,随着科学技术的迅速发展和计算机的日益普及,人们对各种问题的要求越来越精确,使得数学的应用越来越广泛和深入,特别是在进入 21 世纪的知识经济时代,数学科学的地位会发生巨大的变化,它正在从国家经济和科技的后方走到了前沿。经济发展的全球化、计算机的迅猛发展,数学理论与方法的不断扩充使得数学已经成为当代高科技的一个重要组成部分和思想库,数学已经成为一种能够普遍实施的技术。培养研究生应用数学的意识和能力已经成为数学教学的一个重要方面。

应用数学去解决各类实际问题时,建立数学模型是十分关键的一步,同时也是十分困难的一步。建立数学模型的过程,是把错综复杂的实际问题简化、抽象为合理的数学结构的过程。要通过调查、收集数据资料,观察和研究实际对象的固有特征和内在规律,抓住问题的主要矛盾,建立起反映实际问题的数量关系,然后利用数学的理论和方法去分析和解决问题。这就需要深厚扎实的数学基础、敏锐的洞察力和想象力、对实际问题的浓厚兴趣和广博的知识面。数学建模是联系数学与实际问题的桥梁,是数学在各个领域广泛应用的媒介,是数学科学技术转化的主要途径。数学建模在科学技术发展中的重要作用越来越受到数学界和工程界的普遍重视,它已成为现代科技工作者必备的重要能力之一。为了适应科学技术发展的需要和培养高质量、高层次科技人才,数学建模已经在大学教育中逐步开展,国内外越来越多的大学正在进行数学建模课程的教学和参加开放性的数学建模竞赛,将数学建模教学和竞赛作为高等院校的教学改革和培养高层次的科技人才的一个重要方面。现在,许多院校正在将数学建模与教学改革相结

合,努力探索更有效的数学建模教学法和培养面向 21 世纪的人才的新思路。与国内高校的其他数学类课程相比,数学建模具有难度大、涉及面广、形式灵活,对教师和研究生要求高等特点,数学建模的教学本身是一个不断探索、不断创新、不断完善和提高的过程。为了改变过去以教师为中心、以课堂讲授为主、以知识传授为主的传统教学模式,数学建模课程指导思想是:以实验室为基础、以研究生为中心、以问题为主线、以培养能力为目标来组织教学工作。通过教学使研究生熟悉利用数学理论和方法去分析和解决问题的全过程,提高他们分析问题和解决问题的能力;提高他们学习数学的兴趣和应用数学的意识与能力,使他们在以后的工作中能经常性地想到用数学去解决问题,提高他们尽量利用计算机软件及当代高新科技成果的意识,能将数学、计算机有机地结合起来去解决实际问题。数学建模以学生为主,教师利用一些事先设计好的问题启发、引导学生主动查阅文献资料和学习新知识,鼓励学生积极开展讨论和辩论,培养学生主动探索,努力进取的学风,培养学生从事科研工作的初步能力,培养学生团结协作的精神、形成一个生动活泼的环境和气氛。教学过程的重点是创造一个环境去诱导学生的学习欲望、培养他们的自学能力,增强他们的数学素质和创新能力,提高他们的数学素质,强调的是获取新知识的能力,是解决问题的过程,而不是知识与结果。接受参加数学建模竞赛赛前培训的同学大都需要学习诸如数理统计、最优化、图论、微分方程、计算方法、神经网络、层次分析法、模糊数学,数学软件包的使用等等“短课程”(或讲座),用的学时不多,多数是启发性地讲一些基本的概念和方法,主要是靠同学们自己去学,充分调动同学们的积极性,充分发挥同学们的潜能。培训中广泛地采用了讨论班方式,同学自己报告、讨论、辩论,教师主要起质疑、答疑、辅导的作用,竞赛中一定要使用计算机及相应的软件,如 Lingo, Matlab, VC++ ,甚至排版软件等。

数学建模基础知识

与案例精选

1.1.2 模型的分类

●按模型的应用领域分类:生物数学模型;医学数学模型;地质数学模型;数量经济学模型;数学社会学模型等。

●按是否考虑随机因素分类:确定性模型;随机性模型。

●按是否考虑模型的变化分类:静态模型;动态模型。

●按应用离散方法或连续方法:离散模型;连续模型。

●按建立模型的数学方法分类:几何模型;微分方程模型;图论模型;规划论模型;马氏链模型等。

●按人们对事物发展过程的了解程度分类:白箱模型,指那些内部规律比较清楚的模型。如力学、热学、电学以及相关的工程技术问题;灰箱模型,指那些内部规律尚不十分清楚,在建立和改善模型方面都还不同程度地有许多工作要做的问题,如气象学、生态学、经济学等领域的模型;黑箱模型,指一些其内部规律还很少为人们所知的现象,如生命科学、社会科学等方面的问题,但由于因素众多、关系复杂,也可简化为灰箱模型来研究。

1.1.3 数学建模的应用

今天,在国民经济和社会活动的诸多方面,数学建模都有着非常具体的应用。

●分析与设计:例如描述药物浓度在人体内的变化规律以分析药物的疗效;建立超音速空气流和激波的数学模型,用数值模拟设计新的飞机翼型。

●预报与决策:生产过程中产品质量指标的预报、气象预报、人口预报、经济增长预报等等,都要有预报模型。使经济效益最大的价格策略、使费用最少的设备维修方案,是决策模型的例子。

●控制与优化:电力、化工生产过程的最优控制、零件设计中的参数优化,要以数学模型为前提。建立大系统控制与优化的数

学模型,是迫切需要和十分棘手的课题。

●规划与管理:生产计划、资源配置、运输网络规划、水库优化调度,以及排队策略、物资管理等,都可以用运筹学模型解决。

1.2 数学建模竞赛

1.2.1 数学建模竞赛的起源与历史

1985 年在美国出现了一种叫做 MCM 的大学生数学模型竞赛(1987 年全称为 Mathematical Competition in Modeling,1988 年改全称为 Mathematical Contest in Modeling,其缩写均为 MCM)。MCM 的出现在国际上产生了很大的影响,现已成为一项著名的国际性的大学生赛事,该竞赛每年 2 月或 3 月进行。

我国于 1989 年首次参加这一竞赛,历届均取得优异成绩。经过数年参加 MCM 的结果表明,中国大学生在数学建模方面是具有竞争力和创新联想能力的。为使这一赛事更为广泛地展开,1990 年中国工业与应用数学学会和国家教委联合主办了全国大学生数学建模竞赛(简称 CUMCM),该项赛事每年 9 月进行。其宗旨是:创新意识、团队精神、重在参与、公平竞争。自从创办以来,在教育部高教司和中国工业与应用数学协会的大力支持和关心下,呈现出迅速发展势头,就 2003 年来说,报名阶段即使受到“非典”影响,但全国也有 30 个省(市、自治区)及香港的 637 所院校的 5406 队参赛,CUMCM 在职业技术学院增加更快,参赛高校由 2002 年的 1067 所上升到了 2003 年的 1410 所。可以说:数学建模已经成为全国高校规模最大的课外科技活动。

为了更好地推动这项赛事在研究生阶段的开展,2003 年在一批参加过大学生数学建模竞赛感到收获颇丰的研究生要求下,江苏、安徽 12 所高校成功举办了“南京及周边地区研究生数学建模”竞赛,并在研究生中产生了较大的反响。