财政部规划教材

全国高职高专院校财经类教材

（第二版）

经济数学基础

何先应／主编

经济科学出版社

财政部规划教材·全国高职高专院校财经类教材

（第二版）

经济数学基础

何先应／主编

经济科学出版社

图书在版编目（CIP）数据

经济数学基础／何先应主编．—2版．—北京：经济科学出版社，2007.6

财政部规划教材．全国高职高专院校财经类教材

ISBN 978－7－5058－6069－8

Ⅰ．经…　Ⅱ．何…　Ⅲ．经济数学－高等学校：技术学校－教材　Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 058297 号

责任编辑：王东萍
责任校对：王肖楠
版式设计：代小卫
技术编辑：李长建

经济数学基础（第二版）

何先应　主编

经济科学出版社出版、发行　新华书店经销

社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100036

第三编辑中心电话：88191307　发行部电话：88191540

网址：www.esp.com.cn

电子邮件：espbj3@esp.com.cn

北京密兴印刷厂印装

787×1092　16 开　14.25 印张　320000 字

2007 年 6 月第一版　2007 年 6 月第一次印刷

印数：0001—5000 册

ISBN 978－7－5058－6069－8/F·5330　定价：22.00 元

（图书出现印装问题，本社负责调换）

编写说明

本书是财政部规划教材，由财政部教材编审委员会组织编写并审定，作为全国高职高专院校财经类教材。适用于全国高职高专院校财经类教学。

本教材内容包括函数、极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学、多元函数微积分、常微分方程、矩阵及其应用、线性规划初步、概率论基础、数学实验与数学建模简介共9章，书后附有习题和自测题参考答案。参考教学时数为145课时（标有＊号的内容除外）。教材内容涉及面较宽，目的是在有效拓展学生知识面的同时，为学生个性化学习提供更多选择的机会，也为不同专业或专业方向根据本专业要求选择教学内容提供了空间。除第1章至第4章为必修内容外，其余内容授课教师可根据学生基础、专业需要、课时实际，有针对性地选择，实行模块化教学，使学生能更扎实地掌握所学知识，提高教学效果。

本教材紧紧围绕高职高专教育人才培养目标，以教育部《高职高专教育高等数学教学基本要求》为指导，坚持“以应用为目的，以必需够用为度”的原则，以“掌握概念，强化应用，培养技能”为重点，以“数学为本，经济为用”为目标。并致力于以下几方面的努力：

1. 在内容选取上，不恪守学科性，强化应用性，同时注重“文理兼容”。突出数学思想和方法的引导，着重培养和训练学生分析解决经济问题的能力，弱化复杂的计算技巧，删除公式、定理的纯理论证明。以适应学生的学习基础和数学课时偏少的实际。

2. 在编排体系上，每章均以“基本要求与重点”为开篇，使学生明确学习目标，把握重点。以“提出问题→产生概念→基本运算→选择方法→解决问题”为框架构建课程内容体系，在每一章后均配有精选的习题和自测题。使教材结构更加符合财经类专业学生的知识需求和接受能力，更好地将课堂延伸至课外。

3. 在语言描述上，所有概念、性质、定理等均采用描述性语言予以表述，淡化纯数学理论和“精确性”语言，强化几何说明和经济意义，力求使抽象概念形象化，针对易模糊的概念，注重内涵与外延的表述，力争做到深入浅出，便于学生理解和运用。

4. 在功能作用上，结合当代教学思想中关于教师和教材对学生的

"导学功能"的要求，强调数学的工具和文化功能，使学生通过课程学习，掌握分析实际问题的一般方法工具，同时，数学作为一种文化，它的作用是使学生在学会使用"工具"的同时，培养数学思想，提高综合素质，进而培养学生的创新能力。

本教材由江西财经职业学院何先应教授任主编，并拟定编写大纲。参加编写的有：四川财经职业学院张波副教授（第3章）、陕西财经职业学院张拓副教授（第4章、第5章）、湖南财经高等专科学校吴建国副教授（第7章）、江西财经职业学院何先应教授（第2章）、刘超教授（第1章、第6章）、宋自奋讲师（第8章、第9章）。初稿完成后，由何先应教授修改补充和总纂定稿。

本教材在编写过程中，博采众长，借鉴了许多同行的论著、编著及文章，得到了财政部教材编审委员会的具体指导和大力支持，经济科学出版社为本教材的编写和出版给予了大量的帮助和关心，在此一并表示深深的谢意！

由于编者水平有限，教材中的不妥之处在所难免，恳请专家、同行和读者予以指正。

编　者
2007年5月

目 录

第 1 章

函数、极限与连续

【基本要求与重点】

要求：通过学习，熟练掌握初等函数的基本图形及其性质；理解初等函数及复合函数概念，熟练掌握将复合函数分解为简单函数的方法；直观地理解函数极限概念，理解无穷小量、无穷大量的概念和性质，熟练掌握极限的运算法则和两个重要极限的应用；掌握函数的连续性概念，了解闭区间上连续函数的性质．

重点：函数的极限概念；极限的基本运算法则；两个重要极限以及函数的连续性．

1.1 一元函数的概念

1.1.1 函数的概念

1. 函数的定义

（1）区间与邻域的概念

设 a，$b\in\mathbf{R}$，且设 $a<b$. 有下列简单定义：

实数集 $\{x|a<x<b\}$ 称为开区间，记为（a，b）；实数集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间，记为［a，b］；实数集 $\{x|a<x\leqslant b\}$ 和 $\{x|a\leqslant x<b\}$ 都称为半开半闭区间，分别记为（a，b］和［a，b）.

以上三类区间统称为有限区间．还有以下几类无限区间：

$(a,+\infty)=\{x|x>a\}$，$[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$，$(-\infty,b)=\{x|x<b\}$，

$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$，$(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$（全体实数集）.

在数轴上以点 x_0 为中心，以某长度 $\delta(\delta>0)$ 为半径的开区间（$x_0-\delta$，$x_0+\delta$）称为点 x_0 的 δ 邻域，记为 $U(x_0,\delta)$，也可简记为 $U(x_0)$. 其中 x_0 称为邻域中心，δ 称为邻域半径．如图 1－1.

显然，$U(x_0,\delta)=\{x|x_0-\delta<x<x_0+\delta\}$

$=\{x\,|\,|x-x_0|<\delta\}$

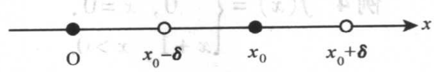


图 1－1

例如，以 3 为中心，0.1 为半径的邻域为开区间（2.9，3.1）；反过来，开区间（5.7，6.3）是以 6 为

中心，0.3 为半径的邻域．

（2）函数的定义

定义 1.1 在某一变化过程中有两个变量 x，y，若对于变量 x 在其变化范围内的每一个值，通过某一对应法则 f，变量 y 都有唯一确定的值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数，记为 $y=f(x)$ ．

其中，x 称为自变量，y 为因变量，自变量 x 的变化范围称为函数的定义域，记为 $D(f)$．对于 $x_0\in D(f)$ 所对应的值，记作 $f(x_0)$ 或 $y\big|_{x=x_0}$，称为当 $x=x_0$ 时函数 $y=f(x)$ 的函数值．全体函数值的集合称为 $y=f(x)$ 的值域，记作 $Z(f)$ ．

f 是反映自变量与因变量之间关系的对应法则，也可用 φ、g、h、F 等符号表示，例如函数 $y=g(x)$、$y=h(x)$ 等．

函数的定义域和对应法则称为函数的两个要素．两个函数相同，当且仅当它们的定义域和对应法则都相同．

例 1 求函数 $y=\dfrac{1}{\lg(x+1)}$ 的定义域．

解 由 $\begin{cases}x+1>0\\x+1\neq1\end{cases}$，得：$\begin{cases}x>-1\\x\neq0\end{cases}$

所以原函数的定义域为 $\{x\,|\,x>-1，且\ x\neq0\}$，用区间表示为 $(-1,0)\cup(0,+\infty)$．

例 2 求函数 $y=\arcsin\dfrac{x-1}{2}$ 的定义域．

解 由 $\left|\dfrac{x-1}{2}\right|\leqslant1$，得 $|x-1|\leqslant2$，所以 $-1\leqslant x\leqslant3$.

因此原函数的定义域为 $\{x\,|\,-1\leqslant x\leqslant3\}$，用区间表示为 $[-1,3]$.

例 3 判断下列各组函数是否相同？

(1) $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$；

(2) $y=\lg x^4$ 与 $y=4\lg x$；

(3) $y=f(x)=1$ 与 $u=g(v)=\sin^2v+\cos^2v$.

解 （1）不相同．因为两函数对应法则不同，值域也不一样．$y=x$ 的值域为 $\mathbf{R}$，而 $y=\sqrt{x^2}=|x|$ 的值域为 $[0,+\infty]$.

(2) 不相同．因为两函数定义域不同．$y=\lg x^4$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，而 $y=4\lg x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$.

(3) 相同．因为两函数的定义域都为 $\mathbf{R}$，对应法则也一样．

常用的函数表示方法有列表法、图示法、解析法（公式法）．顾名思义，分别指用表格、图形、数学式子表示两个变量之间的函数关系．

有些函数，定义域分成若干部分，各部分对应法则不同，我们将这类函数称为分段函数．

例 4 $f(x)=\begin{cases}x-1, & x<0,\\0, & x=0,\\x+1, & x>0.\end{cases}$

这是由三个式子合起来表示的一个分段函数，定义域为 $\mathbf{R}$，其图形如图 1－2 所示．

当 x 分别取 -1，0，1 时，有

$f(-1)=-2$，$f(0)=0$，$f(1)=2$.

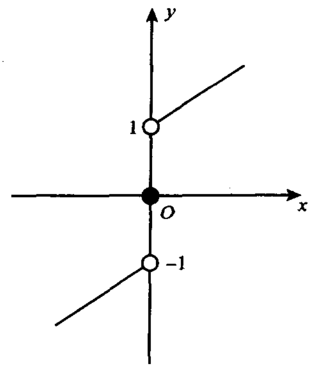


图 1－2

例 5 某化肥厂生产某产品 1 000 吨，每吨定价为 130 元，销售量在 700 吨以内，按原价出售，超过 700 吨时超过的部分需打 9 折出售，试将销售总收益与总销售量的函数关系用数学表达式表示出来.

解 设销售量为 x 吨时总收益函数为 $R(x)$，依题意，有

当 $0\leqslant x\leqslant 700$ 时，$R(x)=130x$（元）；

当 $700<x\leqslant 1\,000$ 时，$R(x)=130\times 700+130\times 0.9(x-700)$

$=117x+9\,100$（元）；

综合起来，可得总收益函数 $R(x)=\begin{cases}130x, & 0\leqslant x\leqslant 700\\ 117x+9\,100, & 700<x\leqslant 1\,000\end{cases}$

2. 函数的简单性质

我们来复习一下函数的几种性质，即函数的单调性、奇偶性、周期性和有界性.

定义 1.2 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内有定义，对于区间 I 内任意两点 x_1，x_2（$x_1<x_2$）.

若恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在 I 内为单调增加函数，此时 I 为 $y=f(x)$ 的单调增加区间；若恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在 I 内为单调减少函数，此时 I 为 $y=f(x)$ 的单调减少区间.

单调增加函数的图像是一条沿 x 轴正向上升的曲线，单调减少函数的图形是一条沿 x 轴正向下降的曲线.

例如，函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上是单调增加的，在区间 $(-\infty,0]$ 上是单调减少的；在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内函数不是单调的.

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 $D(f)$ 关于原点对称，对任意 $x\in D(f)$，若 $f(-x)=f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为偶函数；若 $f(-x)=-f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为奇函数.

偶函数的图像关于 y 轴对称. 如果点 $P(x,f(x))$ 在图像上，则与它关于 y 轴对称的点 $P'(-x,f(x))$ 也在图像上，如图 1－3.

奇函数的图像关于原点对称. 如果点 $P(x,f(x))$ 在图像上，则与它关于原点对称的点 $P'(-x,-f(x))$ 也在图像上，如图 1－4.

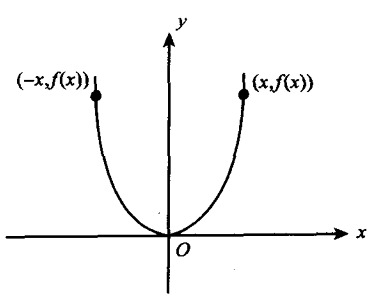


图 1－3

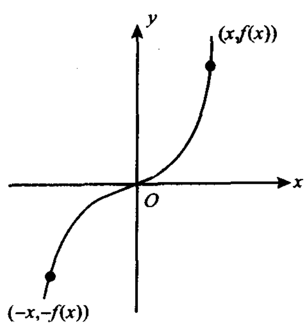


图 1－4

例如，$f(x)=x^2$ 是偶函数，因为$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$.

又例如$f(x)=\sin x$是奇函数，因为$f(-x)=\sin(-x)=-\sin x=-f(x)$.

定义 1.4 设T为一个非零常数，如果函数$f(x)$对于任意$x\in D(f)$，$f(x+T)=f(x)$恒成立，则称$f(x)$为周期函数，使上述关系式成立的最小正数T，称为函数$f(x)$的最小正周期，简称为周期.

周期为T的周期函数特点：在定义域内每隔一个长度为T的区间上，函数图像有相同的形状.

例如，函数$y=\sin x, y=\cos x$都是以2π为周期的周期函数，$y=\tan x, y=\cot x$都是以π为周期的周期函数.

定义 1.5 设函数$f(x)$在区间I内有定义，如果存在一个正数M，使得对于任意$x\in I$，有不等式$|f(x)|\leqslant M$恒成立，则称函数$f(x)$在I内是有界函数，即$f(x)$在I内有界；如果不存在这样的M，则称$f(x)$在I内是无界函数，即$f(x)$在I内无界.

有界函数的几何特点：有界函数的图像夹在直线$y=-M$和$y=M$之间.

例如，函数$y=\cos x$在$\mathbf{R}$内是有界的，因为存在正数$M=1$，使得对于任意实数x，不等式$|\cos x|\leqslant 1$恒成立.

又如，函数$y=\frac{1}{x}$在区间（0，3）内是无界的，而在［2，5］内是有界的.

3. 反函数

定义 1.6 设有函数$y=f(x)$，如果对于任意$y\in Z(f)$，通过$y=f(x)$有唯一确定的x与之对应，则所确定的以y为自变量，x为因变量的函数$x=f^{-1}(y)$称为$y=f(x)$的反函数.

注意：这里f^{-1}是一个完整的记号，不是$\frac{1}{f}$.

显然，反函数$x=f^{-1}(y)$的定义域是原函数$y=f(x)$的值域$Z(f)$，反函数$x=f^{-1}(y)$的值域是原函数$y=f(x)$的定义域$D(f)$.

因为习惯上总是用x表示自变量，用y表示因变量，所以反函数也可表示为$y=f^{-1}(x)$. 可以证明，函数$y=f(x)$的图像与其反函数$y=f^{-1}(x)$的图像关于直线$y=x$对称.

例 6 求函数$y=2^x+1$的反函数，并写出它的定义域.

解 由$y=2^x+1$得：$2^x=y-1, x=\log_2(y-1)$

将x，y互换，因此原函数的反函数为$y=\log_2(x-1)$，定义域为$(1,+\infty)$.

例如，当$x\in(-\infty,+\infty)$时，$y=x^2$没有反函数；而在$(0,+\infty)$内，$y=x^2$有反函数$y=\sqrt{x}$；在$(-\infty,0)$内，$y=x^2$同样有反函数$y=-\sqrt{x}$.

单调函数一定存在反函数，或者说函数在单调区间上存在反函数. 一个函数如果有反函数，我们称它表示的变量之间的关系是一一对应的函数关系.

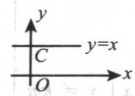
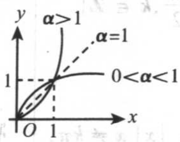
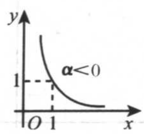
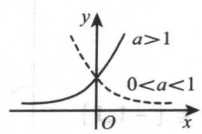
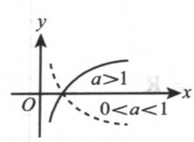
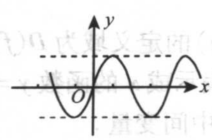
1.1.2 初等函数

1. 基本初等函数

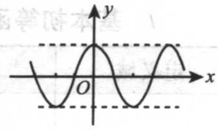
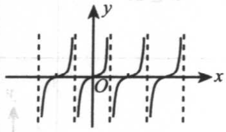
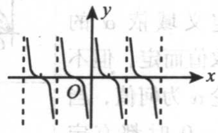
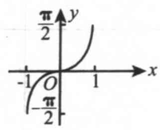
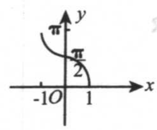
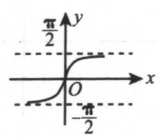
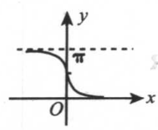
常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数统称为基本初等函

数。为后面学习方便起见，现将这六类基本初等函数的表达式、定义域、性质、图像等列表表示如下．

基本初等函数表

函数名称	表达式	定义域	图形特征及其性质
1. 常数函数	$y=C$ （C 为常数）	$x\in\mathbf{R}$	 平行于 x 轴，y 轴上截距为 C 的直线．
2. 幂函数	$y=x^{\alpha}$ （$\alpha\neq0$ α 为常数）	定义域依 α 的取值而定，但不论 α 为何值，当 $x>0$ 时都有定义．	 $\alpha>0$ 时，曲线过（0，0），（1，1）点在（0，$+\infty$）内为单调增加．这时 $y=x^{\alpha}$ 的图形为 α 次抛物线．
			 $\alpha<0$ 时，曲线过点（1，1），在（0，$+\infty$）内为单调减少．以 x 轴、y 轴为渐近线． 这时 $y=x^{\alpha}$ 的图像称为 α 次双曲线．
3. 指数函数	$y=a^{x}$ （$a>0$，$a\neq1$）	$x\in\mathbf{R}$	 曲线过点（0，1），在 x 轴上方． （1）$0<a<1$ 时，$y=a^{x}$ 为递减函数，沿 x 轴正方向接近 x 轴；（2）$a>1$ 时，$y=a^{x}$ 为递增函数，沿 x 轴负方向接近 x 轴．
4. 对数函数	$y=\log_{a}x$ （a>0，a≠1）	$x\in\mathbf{R}$	 曲线过点（1，0），在 y 轴右边． (1) $0<a<1$ 时，$y=\log_{a}x$ 为递减函数，沿 y 轴正方向接近 y 轴； (2) $a>1$ 时，$y=\log_{a}x$ 为递增函数，沿 y 轴负方向接近 y 轴．
5. 三角函数 （1）正弦	$y=\sin x$	$x\in\mathbf{R}$	 （1）过原点，奇函数，有界，周期为 2π，值域为 $[-1,1]$；

续表

函数名称	表达式	定义域	图形特征及其性质	
（2）余弦	$y=\cos x$	$x\in\mathbf{R}$		（2）偶函数，有界，周期为 2π，值域为 $[-1,1]$；
（3）正切	$y=\tan x$	$x\in\{x\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$		（3）奇函数，无界，周期为 π，在每个小定义区间内单调减少，值域为 $\mathbf{R}$.
（4）余切	$y=\cot x$	$x\in\{x\mid x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$		（4）奇函数，无界，周期为 π，在每个小定义区间内单调增加，值域为 $\mathbf{R}$.
（5）正割 （6）余割	$y=\sec x$ $y=\csc x$			（5）、（6）的图像和性质略.
6. 反三角函数 （1）反正弦	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$		（1）有界，过原点，递增函数，奇函数，值域为 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$；
（2）反余弦	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$		（2）有界，递减函数，值域为 $[0,\pi]$；
（3）反正切	$y=\arctan x$	$x\in\mathbf{R}$		（3）有界，过原点，递增函数，奇函数，值域为 $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$；
（4）反余切	$y=\operatorname{arccot} x$	$x\in\mathbf{R}$		（4）有界，递减函数，值域为 $(0,\pi)$.

2. 复合函数

定义 1.7 设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 $D(f)$，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 $Z(\varphi)$，若 $D(f)\cap Z(\varphi)\neq\varnothing$，则通过 u，把 y 表示成 x 的函数 $y=f[\varphi(x)]$，此时称 y 为 x 的复合函数，其中 x 是自变量，y 是因变量，u 是中间变量.

例如，$y=\arcsin u, u=x^3$ 可复合成函数 $y=\arcsin x^3$；$y=e^u, u=\tan x$ 可复合成函数 $y=e^{\tan x}$.

注意：两个函数能够复合成一个复合函数的前提是 $D(f)\cap Z(\varphi)\neq\varnothing$. 若不满足这个前提，就不能复合．如，$y=\arccos u$ 与 $u=3+x^2$ 就不能复合成一个复合函数．因为 $y=\arccos u$ 的定义域是 $[-1,1]$，$u=3+x^2$ 的值域是 $[3,+\infty)$，所以 $y=\arccos(3+x^2)$ 没有意义．

复合函数也可以由两个以上的函数复合而成．（即中间变量可以有多个）如，$y=\sqrt{u}$，$u=\ln v$，$v=\tan x$，可以复合成函数 $y=\sqrt{\ln\tan x}$，其中 u，v 都是中间变量．

例 7 下列函数是由哪些简单函数复合而成的?

(1) $y=\sqrt{3x-1}$；(2) $y=2^{e^{-x^2}}$.

解 (1) $y=\sqrt{3x-1}$ 是由 $y=\sqrt{u}$，$u=3x-1$ 复合而成．

(2) $y=2^{e^{-x^2}}$ 是由 $y=2^u$，$u=e^v$，$v=-x^2$ 复合而成．

例 8 指出函数 $y=\lg^2\arccos x^3$ 的复合过程．

解 $y=\lg^2\arccos x^3$ 是由 $y=u^2$，$u=\lg v$，$v=\arccos w$，$w=x^3$ 复合而成．

3. 初等函数

定义 1.8 由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合过程构成的，并可用一个式子表示的函数，称为初等函数．

例如，函数 $y=e^{\frac{x^2}{3}}$，$y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$，$y=\cot 3x-e^{2x}+\sin ax$，$y=\arctan(5x^2-3)$ 都是初等函数．

本教材中除了分段函数外，绝大多数函数都是初等函数．但如果分段函数可以用一个解析式表示，那么它就是一个初等函数．如 $y=\begin{cases}2-x, & x\leqslant 0\\ 2+x, & x>0\end{cases}$ 能表示成 $y=2+|x|=2+\sqrt{x^2}$，而 $y=2+|x|=2+\sqrt{x^2}$ 是由 $y=2+\sqrt{u}$，$u=x^2$ 复合而成，所以这个分段函数是一个初等函数．

1.1.3 常见经济函数

1. 需求函数、价格函数

“需求”指在一定价格条件下，消费者愿意购买并且有支付能力购买的商品量．

设某商品的需求量为 Q，价格为 P，则 $Q=Q(P)$ 称为该商品的需求函数．

商品的价格与其需求量密切相关．一般地，价格越低，需求量越大；价格越高，需求量越小．显然，需求函数一般是单调减少函数，常见的需求函数有以下三种：

线性函数 $Q=\beta-\alpha P\quad(\alpha,\beta>0)$；

幂函数 $Q=\dfrac{K}{P^{\alpha}}\quad(K,\alpha>0,P\neq 0)$；

指数函数 $Q=\alpha e^{-\beta P}\quad(\alpha,\beta>0)$.

如果把价格 P 表示成需求量 Q 的函数，则称为价格函数，它与需求函数互为反函数．

2. 总成本函数、平均成本函数

总成本是指生产一定数量的产品所需要的成本总数．它由固定成本和变动成本构成．固

定成本是指不随产量变化而变化的成本，它是与产量无关的常数．如房屋租金、购买机器的费用等．而变动成本是随产量的变化而变化的．例如，原材料、燃料、劳动力工资等费用．

一般用 C 表示总成本，Q 表示产量，则总成本函数为

$$C = C(Q) = C_1 + C_2(Q)$$

式中，C_1 表示固定成本，C_2 表示变动成本．

平均成本是指单位产品的成本，一般用 $\overline{C}$ 表示，$\overline{C} = \dfrac{\text{总成本}}{\text{产量}} = \dfrac{C(Q)}{Q}$.

3. 收益函数

收益是指生产者出售商品的总收入．它与商品的价格、销量有关．一般用 R 表示收入，P 表示价格，Q 表示销量，则总收益（收入）函数为

$$R = R(Q) = P \cdot Q$$

由于商品在销售过程中，价格一般是波动的，因此上式中的价格一般指平均价格．

注意：在微积分中，为研究问题方便，一般把实际问题理想化，假设

$$\text{产量} = \text{销量} = \text{需求量}$$

4. 利润函数

总收益与总成本之差为总利润，记为 $L(Q) = R(Q) - C(Q)$，称之为总利润函数．

5. 库存问题

例 9 某厂生产一种商品，其年销售量为 100 万件，每批生产需增加生产准备费1 000 元，而每件商品库存费为0.05 元，如果年销售率是均匀的（此时商品的年平均库存量为批量的一半），试将一年的生产准备费与库存费之和表示为批数的函数．

解 设一年生产准备费与库存费之和为 y，分 x 批生产．依题意，有

一年生产准备费为 1 000x 元，

一年库存费为 $0.05 \times \dfrac{100 \times 10^4}{2x} = \dfrac{2.5 \times 10^4}{x}$,

因此 $y = 1\,000x + \dfrac{2.5 \times 10^4}{x}$(元)$(x \in Z^+)$.

1.2 函数的极限

极限概念是由于人们探求某些实际问题的精确解答而产生的．例如，我国古代数学家刘徽利用圆内接正多边形来推算面积的方法——割圆术，就是极限思想在几何学上的应用．

在实际问题中总结出来的极限思想，已经成为高等数学中的一种基本方法，为此首先介绍数列的极限．