

数学建模竞赛

——获奖论文精选与点评

主 编 韩中庚

副主编 宋明武 邵广纪



科学出版社

www.sciencep.com

数学建模竞赛

——获奖论文精选与点评

主 编 韩中庚

副主编 宋明武 邵广纪

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是从中国人民解放军信息工程大学信息工程学院近十几年来在国际和国内大学生数学建模竞赛中获奖的论文中精选出 19 篇进行加工整理编辑而成的。截止到 2006 年, 解放军信息工程大学信息工程学院在国际和全国大学生数学建模竞赛中获得一等奖 24 项、二等奖 30 项。本书重点选择了近几年最有代表性的论文。每篇论文都按照竞赛论文的写作要求, 包含有论文的摘要、问题的重述、问题的分析、模型的假设与符号说明、模型的建立与求解、模型的分析与检验、模型的评价与改进方向等内容, 基本保持了参赛论文的原貌。在每篇论文之后给出了简要点评。最后, 在附录中给出了论文所涉及的原竞赛题, 可供读者参考。

本书可供参加全国数学建模竞赛的大学生学习 and 阅读, 对于从事数学建模竞赛教学、培训和研究工作的教师有一定的参考价值, 也可供从事相关学科教学和研究工作的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模竞赛: 获奖论文精选与点评/韩中庚主编. —北京: 科学出版社, 2007

ISBN 978-7-03-018126-8

I. 数 II. 韩… III. 数学模型-文集 IV. 022-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 120092 号

责任编辑: 吕 虹 赵彦超/责任校对: 刘亚琦

责任印制: 赵德静/封面设计: 陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 5 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2007 年 5 月第一次印刷 印张: 21 3/4

印数: 1—4 000 字数: 413 000

定价: 46.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

序 言

当今世界，创新取代了传统的比较优势，已经无可替代地成为国家竞争战略的基础。因此，加强创新精神和创新能力的培养，是世界各国教育改革共同趋势，也是我国实现“科教兴国”基本国策的客观要求，创新教育已经成为高等教育的核心。十几年的教学实践雄辩地证明，数学建模的教学与竞赛活动在高等学校创新教育中具有重要的地位和作用。

数学建模本身就是一个创造性的思维过程，数学建模的教学内容、教学方法以及数学建模竞赛培训都是围绕着创新能力的培养这个核心主题进行的，其内容取材于实际，方法结合于实际，结果应用于实际。数学建模的教学和竞赛培训，为学生的探索性学习和研究性学习搭建了平台。数学建模教学和竞赛，注重培养学生敏锐的观察力、科学的思维力和丰富的想象力，既要求学生具有丰富的知识，又要求学生具有较强的实践和操作能力；既有智力 and 能力要求，又有良好的个性心理品质要求；既要求敢于竞争，又要求善于合作。数学建模真正体现了开发学生潜能同培养学生的优秀心理品质和积极探索态度相结合。在教学与竞赛中，特别注重发挥学生的主动性、积极性、创造性、耐挫折性，特别提倡探索精神、创造精神、批判精神。知识创新、方法创新、结果创新、应用创新无不在数学建模的过程中得到体现。实践证明，数学建模的教学与竞赛等活动是培养大学生创新思维和创新能力的—种重要方法和途径。

近十几年来，数学建模等相关课程的教学和实践活动，为大学的数学基础课教学改革找到了一个强有力的突破口，以数学模型和数学实验为主题内容的数学教学改革成果层出不穷。中国人民解放军信息工程大学信息工程学院是开展数学建模课程教学和组织数学建模竞赛活动较早的学校之一。在各级领导的关心支持下，通过以该书主编韩中庚教授为代表的指导教师们的辛勤工作，在学院内营造出了领导关心数学建模，教师支持数学建模，学生喜爱数学建模的良好氛围，数学建模已经成为在校大学生科技创新活动的重要组成部分。信息工程学院在数学建模课程教学，参加大学生数学建模竞赛，乃至数学教学改革等方面都取得了突出的成绩。通过数学建模活动为部队和地方培养了一大批具有创新精神、创新意识和创新能力的高素质人才，受到了用人单位的好评与重用。

该书收录的 19 篇竞赛获奖论文，都是在校大学生在三天之内完成的，所解决的问题涉及实际中的方方面面，思路清晰，方法各异；文字条理，表述准确；简洁流畅，语义完整。字里行间，反映出同学们具有广泛的知识面、扎实的数学

功底、解决实际问题的综合技能和科研创新的综合能力。同学们所取得的成绩也饱含着广大教师的心血和汗水。该书主编韩中庚教授，十几年如一日，在数学建模的教学和竞赛活动中勤勤恳恳、默默奉献、积极探索、勇挑重担、著作等身、成绩骄人。副主编宋明武副教授、邵广纪副教授是信息工程学院数学建模教学和竞赛活动的直接组织者，也为数学建模的教学和实践做出了很大贡献。希望本书的出版，进一步扩大受益面，提高数学建模的水平，促进数学建模活动健康有序发展，培养出更多更好的高素质创新人才。

楚泽甫

2006年12月于郑州

前 言

全国大学生数学建模竞赛以辉煌的成绩迎来了她的第 15 个年头。在过去 15 年的征程岁月里，她从无到有，中国社会发展的需要和国际化的潮流，促使她在高校中生根开花，并在科学春天的阳光雨露滋润之下，硕果累累，这也是中国改革开放的成果之一。发展科学技术，人才的培养是关键。高校作为人才培养的基地，围绕加快培养创新型人才这个主题，积极探索教学改革之路，这也是广大教育工作者所面临的一项重要任务。正是在这种形势下，数学建模与数学建模竞赛这个新生事物一出现，就受到了各级教育管理部门的关心和重视，也得到了科技界和教育界的普遍关注。这主要是数学建模的教学和竞赛活动有利于人才的培养，特别是在人才的综合能力、创新意识、科研素质的培养过程中，她的作用和地位已被人们所认识。这一活动也受到了广大师生的喜爱，数学建模现已成为一个时髦的名词，参加大学生数学建模竞赛已成为大学校园里的一个时尚。正因为如此，数学建模活动的实际效果正在不断地显现出来，“数学建模的人才”和“数学建模的能力”正在实际工作中发挥着积极的作用。数学建模活动的发展前景是无限的，数学建模的人才一定会大有作为。

一年一度的全国大学生数学建模竞赛活动是为了推动高校的教学改革、更好地培养学生解决实际问题的能力和创造精神，由国家教育部高教司直接组织领导，面向全国高校的规模最大、参与院校最多、涉及面最广的一项科技竞赛活动。宗旨是“创新意识，团队精神；重在参与，公平竞争”。自 1992 年举办第一届竞赛以来，参赛队数平均每年以近 30% 的速度增加，2006 年已达到了 864 所院校 9985 个参赛队。也正是由于数学建模活动的深入开展，积极地推动了大学数学教学改革地开展，并已取得了显著的成果。

中国人民解放军信息工程大学信息工程学院自 1994 年开展数学建模活动以来，在学校各级领导的关心指导下，共培训学生近两千余人，组织了一百多个队参加全国大学生数学建模竞赛，共获得全国一等奖 24 项、全国二等奖 30 项、省一等奖 40 多项。三次参加国际竞赛的 6 个队获一等奖 1 项、二等奖 2 项。目前，在信息工程学院内已形成了一个领导关心数学建模、教师支持数学建模、学生喜欢参与数学建模的良好氛围。在这样的氛围之下，数学建模已成为一项重要的第二课堂活动。以学生为主体，以兴趣小组为单位，以讨论班为活动形式，并形成了老生教新生，老生传新生的传统，使得数学建模成为校园里的一项群众性的科技活动。这也为参加大学生数学建模竞赛取得好成绩打下了坚实的基础。多年

来,在数学建模的教学、竞赛的组织方法和技巧、论文的写作风格等方面都总结出一套成功的经验,得到了省内外专家和同行们的充分肯定和高度评价.应专家和同行们的建议和要求,我们将近些年来信息工程学院数学建模竞赛的部分获奖论文加工整理成本书,奉献给广大读者.全书共收录了19篇在国际和全国大学生数学建模竞赛中获奖的论文,大部分是获一等奖的论文,虽然有几篇是二等奖的论文,但也有独到之处,值得参考借鉴.

为了全书的系统 and 完整,在原获奖参赛论文的基础上,本书对所收录的论文进行了统一编排整理,但论文的主体内容、基本模型、建模方法、计算数据和结果、论文结构等都保持了原貌.在每篇论文的最后,编者给出了简要点评,可供读者在学习时参考.本书可供从事数学建模教学工作的教师参考,特别是对全国大学生数学建模竞赛培训活动的指导教师和在校学生有一定的参考价值,也可供从事相关教学和应用研究工作的人员参考.

楚泽甫教授多年关心支持数学建模工作,对本书的出版给予了很多帮助,并在百忙之中为本书作序.杨士杰教授审阅了全书,并提出了许多指导性意见.本书的出版得到了中国人民解放军信息工程大学及信息工程学院各级领导的关心指导,特别是得到了信息工程学院训练部的大力支持和资助,信息工程学院竞赛获奖的学员给予了大力配合,几位研究生杜剑平、田园、刘姝丽等也为本书编辑出版做了一些工作.在此,对他们的关心、支持和帮助一并表示衷心的感谢!在这里还要感谢多年来同我们一起并肩战斗的同事,以及所有参加过数学建模竞赛活动的同学们,感谢他们的辛勤努力.愿本书作为献给全国大学生数学建模竞赛十五周年的一份礼物,能够对大学生数学建模竞赛活动的健康发展起到一点促进作用.

由于时间仓促,编者水平有限,书中肯定有许多不妥之处,敬请批评指正.

编 者

2006年12月

目 录

第 1 篇	最优评卷方案及模型	1
第 2 篇	最优捕鱼策略的数学模型	13
第 3 篇	合理分派与会成员的数学模型	25
第 4 篇	自动化车床的管理模型	37
第 5 篇	DNA 序列分类问题的数学模型	47
第 6 篇	钢管订购和运输问题的数学模型	62
第 7 篇	车灯线光源的优化设计模型	80
第 8 篇	彩票发行方案的优化设计模型	91
第 9 篇	彩票中数学问题的优化模型	109
第 10 篇	SARS 疫情分析与经济预测模型	126
第 11 篇	SARS 传播的反馈闭合系统模型	147
第 12 篇	露天矿生产的车辆调度模型	167
第 13 篇	奥运场馆周边的 MS 网络设计方案	182
第 14 篇	奥运会临时超市网点的优化设计模型	201
第 15 篇	输电阻塞管理问题的数学模型	217
第 16 篇	长江水质的评价和预测模型	235
第 17 篇	长江水质的评价预测与控制	259
第 18 篇	DVD 在线租赁的优化模型	283
第 19 篇	DVD 在线租赁方案的优化设计	301
附录	大学生数学建模竞赛部分赛题	317

第 1 篇 最优评卷方案及模型*

摘要 本文针对评委评审论文的实际需要,在充分合理的假设条件下,提出了 4 种挑选方案,这些方案综合了评分、排序、抽样评估等评判手段。

在 $P=100, J=8, W=3$ 的条件下,采用方案 1,使得每位评委的工作量为 21 篇,并确保相当高的精确度。

对于 P 较大的情形,提出方案 4,先利用抽样评卷估计出整体分数分布,在对各种参数合理定限的基础上,考虑各种误差,利用理论推导,确定每一轮的淘汰分数线,逐轮淘汰,最后在“最好”的 $2W$ 篇论文中取得 W 篇,并保证评委平均工作量最低,最后用计算机模拟,结果非常理想。

对于 4 种方案的结果,进行了分析评估,还讨论了 P, J, W 变化时,4 种方案的适应能力,可根据实际情况,综合运用各种方案,参考推荐的参数值,以达到最佳效果。

同时,本模型充分考虑了评委的“系统偏差”和评分时的随机波动,具有相当高的稳定性。

1. 问题的重述

在决定竞赛的优胜者时,通常需要评判大量论文.设有 P 份论文,由于资金有限,参与评审的评委人数 J 和评判时间都是有限的。

理想情况是每位评委评阅每份论文,实际中常用逐步淘汰的办法,由每位评委评阅一定数量的论文,给出评价,之后,用某种挑选方法淘汰一部分,再次评审剩下的论文,重复以上过程,当只剩下 W 份论文时评审终止.例如,设 $P=100, J=8, W=3$,假设有某种绝对的、评委们均无异议的评判准则,能得到 $2W$ 篇“最好”论文.设计一个挑选方案达到如下要求:

(1) 按此方案评审论文,最终得到 W 篇论文,而且使得每位评委评阅的论文数尽可能少。

(2) 保证最终得到的 W 篇论文在 $2W$ 篇“最好”论文中。

(3) 注意考虑“系统偏差”。

* 本篇是根据中国人民解放军信息工程大学信息工程学院彭昌勇、彭朝阳、刘劲松 1996 年获国际竞赛一等奖的论文整理。

(4) 此方案要使得参数 P, J, W 可变化.

2. 模型的假设与符号约定

2.1 模型的假设与说明

(1) 评审论文有一个客观标准, 即评委是权威且公正的, 将严格按照此标准评审论文.

在上述标准下, 对论文从 1 到 P 随机编号, 论文 k 存在一个绝对分数 $S_k (k=1, 2, \dots, P)$, 绝对分数反映的是该篇论文的客观水平, S_k 可看成是无数评委对论文 k 评分后的平均分, 并设 S_k 服从于期望为 m , 均方差为 d 的正态分布 $N(m, d)$.

(2) 评委们按照这样一种评判准则: 每个评委阅读每份论文并给出分数, 最后将每份论文的 J 个分数的平均值作为论文的最后得分, 并依次排序, 前 $2W$ 篇论文为最好的, 评委对此准则无异议.

(3) 评委的评分存在系统偏差, 所有评委的系统偏差服从正态分布 $N(0, D)$, 评委 j 对论文 k 的最终评分 ζ_{jk} 服从正态分布 $N(S_k + \Delta x_j, \sigma)$, Δx_j 为评委 j 的系统偏差.

(4) 不同评委的评分是相互独立的, 同一评委对不同论文的评分也是相互独立的.

2.2 符号约定与说明

$\Delta x_{\max}^{(j)}$ 表示 j 个评委评分的最大系统误差;

D 表示评委的系统偏差所成分布的均方差;

σ 表示评委评分的均方差;

G_i 表示 J 名评委的总工作量;

G_m 表示每个评委平均工作量 $\frac{G_i}{J}$;

$\bar{P}_k^l = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \zeta_{j_i, k}$ 表示 l 个评委 j_1, j_2, \dots, j_l 的平均分, 称为 l ($l=1, 2, \dots,$

J) 标准分; $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ 表示样本;

$\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i$ 表示样本均值;

$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^2$ 表示样本方差;

n_i 表示第 i 轮筛选后剩下的论文数;

C_i 表示方案 1 中第 i 轮的最后删除线；
 d_{2W} 表示样本中第 W 名的 J 标准分；
 R 表示模拟中满足最后评选出的 W 名在“最好的” $2W$ 名中的条件的成功率。

3. 模型的建立与求解

下面按不同的分组规则，分别给出四种不同的逐轮淘汰的评审方案。

3.1 评审方案 (1)

第 1 轮：将 p 篇论文平均分成 J 组，每位评委评审一组并判分，将所有 p 篇论文的得分排序，取前 n_1 名（如 $p=100$ 时， $n_1=12$ ）进入第 2 轮。

第 2 轮：将 n_1 篇论文分成两组，每组 $J/2$ 名评委。通过适当分组，尽量使得每组的论文都是该组评委未曾看过的（可在论文上做标志达到此目的）。综合论文第 1 轮、第 2 轮得分，取平均分，将所有 n_1 篇论文排序，取前 $2W$ 篇入选第 3 轮。

第 3 轮：所有评委评阅这 $2W$ 篇论文中未曾评阅的论文，然后按 J 标准分（即 $\bar{P}_k = 1/J \sum_{j=1}^J \zeta_{jk}$ ）排序，取前 W 名为优胜者。

3.2 评审方案 (2)

第 1 轮：将 P 篇论文平均分为 $J/2$ 组，每组 2 名评委，评分后，根据 2 标准分将所有 P 篇论文排序，取前 n_1 名入选第 2 轮（如： $P=100$ 时， $n_1=12$ ）。

第 2 轮：将入选的 n_1 篇论文分为 2 组，每组 $J/2$ 名评委，适当分组，尽量使得每组的论文都是该组评委未曾看过的。综合该论文第 1 轮、第 2 轮得分，取平均分统一排序，取前 n_2 （如 $P=100$ 时， $n_2=6$ ）篇进入第 3 轮。

第 3 轮：所有评委评阅这 n_2 篇中未曾阅过的论文，然后按 J 标准分排序，取前 W 名为优胜者。

3.3 评审方案 (3)

第 1 轮：将 P 篇论文分成 $J/2$ 组，每组按 2 标准分排序，取每组的前 $n_1/(J/2)$ 篇，共 n_1 篇（如 $P=100$ 时， $n_1=12$ ）进入下一轮。

第 2 轮：将该 n_1 篇论文分为两组，每组 $J/2$ 名评委。分组应确保对于每篇论文，该组所有评委都未曾评阅过，根据 $(J/2+2)$ 标准分排序，每组选前 $n_2/2$ 篇共 n_2 篇（如 $P=100$ 时， $n_2=6$ ）进入第 3 轮。

第3轮：所有评委评阅该 n_2 篇论文中未曾阅过的论文，然后按 J 标准分排序，取前 W 名为优胜者。

3.4 评审方案 (4)

先随机抽取 N 篇论文，让所有 J 位评委评阅，根据 N 篇论文的 J 标准分在 95% 的置信水平下估计出 P 篇论文的整体实力分布，假设服从正态分布 $N(m, d)$ ，然后根据此分布，同时考虑到抽样的误差及评委的评分误差，最后确定删除分数线 C_i 。

设抽取的样本为 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$ ，其均值为 $\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i$ ，方差为 $S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^2$ ，根据抽样理论有

$$\sqrt{N-1} \frac{\bar{\eta} - m}{S} \sim t(N-1), \frac{NS^2}{d^2} \sim \chi^2(N-1).$$

取 $N=30$ ，可得总体实力均值 m 与均方差 d 的置信水平为 95% 的区间估计分别为 $[\bar{\eta} - 0.3S, \bar{\eta} + 0.3S]$ 和 $[0.82S, 1.35S]$ 。

我们希望将“最好”的 $2W$ 篇论文之外的论文尽可能在最少的评委评阅后将其剔除。为此，首先将样本论文之外的 $P-N$ 篇论文分为 J 组，每组的编号依次为 g_1, g_2, \dots, g_J ，将评委也依次编号，记为 H_1, H_2, \dots, H_J 。

第1轮：将第 i 组论文交评委 $H_i (i=1, 2, \dots, J)$ 评阅，其他轮中评委与论文的对应关系如表 1-1。

表 1-1 评委评阅论文的次序

	g_1	g_2	...	g_J
第一轮	H_1	H_2	...	H_J
第二轮	H_J	H_1	...	H_{J-1}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

评分后，按每篇论文的得分，即 1 标准分统一排序。在确定删除分数线时，应将评委评阅的最大误差考虑进去。

评委 H_j 对论文 k 的评分 ζ_{jk} 与该论文的绝对分数 S_k 的偏差由两部分组成：一部分是评委的系统偏差 Δx_j ，另一部分是由评委评分时的随机性引起的。不妨设

$$\zeta_{jk} \sim N(S_k + \Delta x_j, \sigma).$$

假设 J 个评委的平均分无系统误差，即 $E\left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \zeta_{jk}\right) = S_k$ ，现在只要知道 1

标准分与 J 标准分的差 $\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J$ 的最大值, 再由抽样信息, 就可以确定出一个删除分数线 A_1 . 由

$$\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J = \zeta_{j_1 k} - \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \zeta_{jk},$$

可得

$$E(\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J) = S_k + \Delta x_{j_1} - S_k = \Delta x_{j_1}.$$

由假设 (4), ζ_{jk} 是相互独立的, 所以

$$D(\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J) = D\left[\frac{1}{8}(7\zeta_{j_1 k} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq j_1}}^8 \zeta_{jk})\right] = \frac{7}{8}\sigma^2.$$

于是 $\overline{P}_k^1 \sim \overline{P}_k^J \sim N(\Delta x_{j_1}, \sqrt{\frac{7}{8}}\sigma)$, 据 3σ 原则有

$$|\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J| \leq \Delta x_{\max}^{(1)} + 3\sqrt{\frac{7}{8}}\sigma = \Delta x_{\max}^{(1)} + 2.8\sigma,$$

可取

$$\max(\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J) \leq \Delta x_{\max}^{(1)} + 2.8\sigma.$$

查正态分布表, 可得第 $2W$ 名的分数线为 $m + 1.89d$, m, d 只能用样本均值 $\bar{\eta}$ 和均方差 S 代替, 但是同时要考虑到抽样的误差及 1 标准分与 J 标准分之差, 只有充分考虑到这些误差, 才能完全保证前 W 名人选第 2 轮.

综上得删除分数线为

$$\begin{aligned} A_1 &= 1.89(S - 0.35S) + (\bar{\eta} - 0.3S) - \max(\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J) \\ &= \bar{\eta} + 0.93S - \Delta x_{\max}^{(1)} - 2.8\sigma. \end{aligned}$$

另外, 由于样本的 J 标准分已经确定, 可得样本的第 $2W$ 名的 J 标准分 d_{2W} , 令

$$A_2 = d_{2W} - \max(\overline{P}_k^1 - \overline{P}_k^J),$$

则第 1 轮最后的删除分数线为 $C_1 = \max(A_1, A_2)$, 删除每组中分数在 C_1 以下的论文.

第 2 轮: 将第 1 组论文中保留下来的论文送评委 H_j 评阅, 第 i 组的保留论文送评委 H_{i-1} ($i=2, \dots, J$) 评阅, 评分后, 按每篇论文在前 2 轮得分的平均值, 即 2 标准分统一排序, 只要找出 2 标准分与 J 标准分的最大差距, 即可类似第 1 轮的方法确定出最后的删除分数线 C_2 . 事实上, 由

$$\overline{P}_k^2 - \overline{P}_k^J \sim N\left[\frac{\Delta x_{j_1} + \Delta x_{j_2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{4}\sigma\right],$$

最后确定

$$\max(\overline{P}_k^2 - \overline{P}_k^J) = \Delta x_{\max}^{(2)} + \frac{3\sqrt{6}}{4}\sigma,$$

$$C_2 = \max[\bar{\eta} - 0.39S - \max(\bar{P}_k^2 - \bar{P}_k^1), d_{2W} - \max(\bar{P}_k^2 - \bar{P}_k^1)].$$

重复上述过程可得

$$A_1 = \bar{\eta} - 0.39S - \max(\bar{P}_k^i - \bar{P}_k^j), \quad A_2 = d_{2W} - \max(\bar{P}_k^i - \bar{P}_k^j),$$

则删除分数线为 $C_t = \max(A_1, A_2)$.

注意到, 按照我们的分组方法, 可以确保第 t 轮后都能得到每篇论文的 t 标准分, 当 $t \geq J/2$ 时, 就使得每篇论文都有已超过半数的评委评阅, 故可认为已提供了较多的信息量, 因此, 可将本轮的 n_{t-1} 篇论文按 t 标准分排序选优.

设第 $2W$ 名的 t 标准分为 T_{2W} , 从而确定删除分数线为

$$C_t = \max[T_{2W} - \max(\bar{P}_k^i - \bar{P}_k^j), d_{2W} - \max(\bar{P}_k^i - \bar{P}_k^j)].$$

重复此过程, 直至最后剩下的论文数量很少时 (论文总数的 4% 以内), 让每位评委都评阅他未曾评阅过的所有入选论文, 将所有剩下的论文按 J 标准分排序, 取前 W 名为优胜者.

这样就给出了一个具体算法, 注意到 $\max(\bar{P}_k^i - \bar{P}_k^j)$ 可用 $\Delta x'_{\max}$ 与 σ 表示, 因此该算法仅涉及两个未知参数 $\Delta x'_{\max}$ 与 σ , 在对上述参数合理估计的情况下, 最后用计算机模拟得出了令人满意的结果.

4. 模型的模拟检验及性能分析

4.1 评审方案 (一)

检验: 在 $P=100, J=8, W=3, D=5, \sigma=5$ 的条件下, 对不同的 m, d, n_1 值进行模拟, 发现 m 的变化对结果影响甚微, 主要数据结果如表 1-2 ($m=50$ 时).

表 1-2 方案 (一) 的检验结果

$d \backslash n_1$	7.5	10	13
24	99.9%	100%	100%
16	98.8%	100%	100%
12	97.0%	99.4%	99.8%
10	94.6%	98.9%	99.6%

考虑一般的情形时, 我们推荐 $n_1=12$, 可保证 R 在 99.0% 以上. 总工作量 $G_r=166$ 篇, $G_w=21$ 篇. 详见附录 1-1 所示.

评价: (1) 此方案工作量最少.

(2) 在 $d > 7.5$ 情况下, 具有相当高的成功率. 一般认为论文的总方差 $d > 7.5$ 的条件是很容易满足的.

(3) 因为第1轮仅考虑1名评委的意见, 故系统偏差的均方差 D 和评委评分的均方差比较大时, 性能会有所下降.

4.2 评审方案 (二)

检验: 取 $P=100$, $J=8$, $W=3$ 条件下, 我们对不同的 m , d 进行模拟来初步确定 n_1 , n_2 的值, m 取值范围 (40, 50, 60), d 取值范围 (7.5, 10, 13). 主要结果如表 1-3 ($m=50$ 时).

表 1-3 方案 (二) 的检验结果

	n_1	n_2	G_1	G_2	成功率 R
$d=13$	10	6	252	31.5	99.4%
$d=10$	12	6	260	32.5	99.0%
$d=7.5$	16	6	276	34.5	99.0%

在 d 未知时, 推荐使用 $n_1=16$, $n_2=6$. 详细数据见附录 1-2 所示.

评价: (1) 具有较高的精度.

(2) 比方案 (三) 更能适应 P 较大的情形.

(3) 总工作量偏大.

4.3 评审方案 (三)

检验: 取 $P=100$, $J=8$, $W=3$, $D=5$, $\sigma=5$ 时, 我们对不同的 m , d , n_1 , n_2 值进行了模拟, m 取值范围 (40, 45, 50, 60), d 取值范围 (3.5, 7.5, 10, 13). 结果表明 m 值的变化对 n_1 , n_2 影响甚微, 而 d 值变化影响较大. 在实际运用时, 要根据不同 d 值选取 n_1 , n_2 的值, 主要结果如表 1-4, 详细数据见附录 1-3 所示.

在 d 值未知时, 建议采用 $n_1=16$, $n_2=6$.

表 1-4 方案 (三) 的检验结果

	n_1	n_2	G_1	G_2	成功率 R
$d=13$	8	6	232	29	99.8%
$d=10$	8	8	248	31	99.9%
$d=7.5$	12	8	264	33	99.9%
$d=5$	12	8	264	33	99.8%
$d=3$	16	16	296	37	99.8%

评价: (1) 方案 (三) 简单易行.

- (2) 只要 n_1, n_2 值合理, 即便在 d 值很小时, 也能保证相当高的成功率.
- (3) 因为每轮是从每组中选出前若干名, 故可大大减小系统偏差的均方差 D 的影响.
- (4) 工作量 G_{av} 偏大.

4.4 评审方案 (四)

检验: 在 $P=100, J=8, W=3$ 的情况下, 在不同的 m, d 下, 用计算机分别模拟 500 次, 得出如下结果: 平均总工作量 $W_t=1400$, 每个评委平均工作量为 $W_{ar}=\frac{W_t}{J}=157$ 篇, 即每个评委只要评阅 $\frac{175}{500}=35\%$ 的论文, 即可评选出符合条件的前 W 名. 详细数据见附录 1-4 所示.

评价: (1) 均值 m 的变化对总工作量影响甚微.

(2) 均方差 d 对总工作量有一定的影响, 当 d 较大时, 总工作量较小; 当 d 较小时, 总工作量较大.

(3) 经过 5 轮筛选后, 不管 m, d 取何值, 剩下论文数基本保持不变, 约为 P 的 4%.

(4) 成功率为 100%.

5. 模型的讨论与评价

5.1 关于参数 P, J, W 变化的讨论

(1) 小 P 时, 适宜采用方案 (一), 方案 (二), 方案 (三); 大 $P (>400)$ 时, 优先考虑方案 (四), 此时 J, W 的变化仍不影响方案 (四) 的可行性.

(2) 小 W 时, 方案 (三) 能提供足够高的精度; 大 W 时, 方案 (二) 效率显得较高.

(3) 小 J 时, 可采用方案 (一); 大 J 时, 可倾向于采用方案 (二), 或方案 (三).

5.2 模型的优点

(1) 给出了确定“最好”的 $2W$ 篇论文的方案, 此方案简单易行, 令人信服.

(2) 假设合理, 充分考虑了评委评分的随机因素及评委间的“系统偏差”, 从而保证了模型的通用性.

(3) 根据综合评价需要, 对 P, J, W 的变化可以有针对性地选取一种或两种方案的组合, 机动灵活, 以达到最佳效果.

(4) 对 P 很大的情形, 方案(四)是非常有效的, 将极大减轻评委的工作量.

(5) 对重要参数 n_1, n_2 提供了推荐值, 方便适用.

5.3 模型的缺点

(1) 方案(一)、(二)、(三)中, 参数 n_1, n_2 的确定主要是凭主观估计给出的, 这可以用统计的方法估计 m, d 来解决.

(2) 方案(四)中参数界限的估计带有较大的主观性.

参考文献

[1] 中山大学. 概率论及数理统计. 北京: 高等教育出版社, 1986.

[2] 姜启源. 数学模型(第二版). 北京: 高等教育出版社, 1993.

附录 1-1 方案(一)的检验数据结果

取 $P=100, J=8, W=3, D=5, \sigma=5$ 相应的成功率为 R , 具体结果如附表 1-1 所示.

附表 1-1 方案(一)的检验结果

$d \backslash m$		$n_1=24$					$n_1=16$				
		5	7.5	10	12	13	5	7.5	10	12	13
45		0.941	0.992	0.999	1.000	1.000	0.979	0.996	0.999	1.000	1.000
50		0.936	0.988	1.000	0.999	1.000	0.972	0.998	1.000	1.000	1.000
55		0.926	0.985	1.000	0.999	1.000	0.972	0.997	1.000	1.000	1.000
60		0.939	0.989	0.999	0.999	1.000	0.976	0.998	1.000	0.999	1.000
65		0.937	0.986	1.000	0.999	1.000	0.974	0.996	1.000	1.000	1.000
$d \backslash m$		$n_1=12$					$n_1=10$				
		5	7.5	10	12	13	5	7.5	10	12	13
45		0.897	0.975	0.995	0.999	0.999	0.846	0.955	0.988	0.999	0.997
50		0.872	0.970	0.994	0.998	0.999	0.806	0.954	0.989	0.998	0.997
55		0.860	0.968	0.995	0.998	1.000	0.798	0.946	0.989	0.998	0.996
60		0.889	0.983	0.993	0.999	1.000	0.837	0.965	0.992	0.999	0.998
65		0.878	0.976	0.992	0.997	1.000	0.831	0.957	0.997	0.997	0.998