



高等院校石油天然气类规划教材

# 地震数据处理方法

牟永光 陈小宏 李国发 编著  
刘 洋 王守东



石油工业出版社  
Petroleum Industry Press

高等院校石油天然气类规划教材

# 地震数据处理方法

牟永光 陈小宏 李国发 刘 洋 王守东 编著

石油工业出版社

## 内 容 提 要

本书系统地介绍了地震数据处理(包括去噪、反褶积、动静校正、速度分析、叠加、偏移、反演、地震监测)的基础、方法、流程和参数选择等内容。全书文字简练、条理清晰、图文并茂、实用性强。

本书是石油院校有关专业的教材,也可作为石油科技人员自学或参考用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

地震数据处理方法/牟永光等编著.

北京:石油工业出版社,2007.8

高等院校石油天然气类规划教材

ISBN 978 - 7 - 5021 - 6197 - 2

I. 地…

II. 牟…

III. 地震数据 - 数据处理 - 高等学校 - 教材

IV. P315. 63

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 114231 号

---

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址:[www.petropub.com.cn](http://www.petropub.com.cn)

发行部:(010)64523620

经 销:全国新华书店

排 版:北京乘设伟业科技排版中心

印 刷:北京晨旭印刷厂

---

2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

787 × 1092 毫米 开本:1/16 印张:18.25

字数:467 千字 印数:1—3000 册

---

定价:28.00 元

(如出现印装质量问题,我社发行部负责调换)

版权所有,翻印必究

# 前　　言

当前,石油天然气地震勘探正在经历从地表条件较为简单的地区向复杂山地、碳酸盐岩出露等复杂地区发展,从简单构造油气藏勘探向复杂构造油气藏勘探发展,从构造油气藏勘探向地层、岩性和裂缝油气藏勘探发展及从勘探地震向开发地震发展的新阶段。

随着石油天然气地震勘探的发展,目前急需一本与之相适应的地震数据处理新教材。为此,中国石油大学(北京)编写了本教材。

本教材以石油院校有关专业本科生为主要对象,兼顾有关专业的研究生,共分十一章。其中第一章至第七章可作为石油院校本科生基本教材,第八章至第十一章可作为石油院校有关专业本科生专题讲座或研究生教材。

本教材中的绪言、第一章和第三章由牟永光教授编写,第二章、第四章至第八章由李国发副教授编写,第九章由刘洋教授编写,第十章由王守东副教授编写,第十一章由陈小宏教授编写,何兵寿博士参与第八章编写。全书最后由牟永光教授统审定稿。

由于地震数据处理涉及的内容广泛、方法繁多及编著者水平所限,难免挂一漏万、以偏概全,不当之处,欢迎广大读者批评指正,提出宝贵意见。

编著者

2006年12月24日于北京

# 绪 言

## 一、地震数据处理及其意义

地震勘探是寻找和勘探石油天然气的主要方法。它在油气田的开发中也起着重要的作用。地震勘探工作包括地震数据采集、处理和解释三个主要步骤。地震数据采集是利用野外数字地震仪按照事先设计好的观测系统在野外采集地震数据。地震数据处理是在室内利用数字计算机对所采集的地震数据进行各种数字处理,以提高地震数据的信噪比、分辨率和保真度,并对地下构造和地质体成像,以便于进行地质解释。地震资料解释是对地震数据处理的各种数据体进行构造和岩性解释,以发现构造、地层和岩性圈闭各类油气藏,增加油气储量、提高油气产量。

地震勘探的地震数据采集、处理和解释三个环节是互相紧密联结在一起的。地震数据处理以地震数据采集为基础,依赖地震数据采集的质量,其处理结果又直接影响到地震资料解释的正确性和可靠性。地震数据处理的结果取决于地震数据处理方法、处理流程和处理参数选择的正确性和合理性,应该使所选择的处理方法、流程和参数适合勘探地区的地质特点和地质任务。

地震数据处理方法种类繁多,主要有去噪、反褶积、动静校正、速度分析、叠加、偏移、反演和地震监测等八大类。其中最主要的是反褶积、叠加和偏移三类方法。反褶积处理是压缩地震子波以提高地震垂向分辨率的主要处理方法。叠加处理是增强反射波信号、压制规则干扰和随机干扰,以提高地震信噪比的主要处理方法。偏移成像处理是实现反射界面空间归位,恢复反射波的波场特征,以提高地震水平分辨率和地震信号保真度的主要方法。当然,上述八类处理方法是互相紧密联系的,除了反褶积、叠加和偏移成像处理外,其他每类方法在整个地震处理过程中,也各有其独特的任务,发挥着其他处理方法不可替代的作用。而且在某些情况下,其他处理方法还可能起着关键的作用,例如,在地形和地表条件复杂的山地和沙漠地震勘探中,静校正和剩余静校正处理将起到关键作用等。因而,上述八类处理方法应该根据勘探地区的地质特点及地质任务,选择正确而有效的地震处理方法组成合理的处理流程并选择适当的处理参数,才能得到高质量的处理成果。

## 二、地震数据处理的发展过程

地震数据处理的发展过程与石油、天然气地震勘探的发展历程紧密相关。自 20 世纪 20 年代初期出现反射法地震勘探以来,石油天然气地震勘探经历了三个发展阶段。

第一个阶段(约 1920 年至 1958 年)为光点地震勘探阶段。在这个阶段利用光点地震仪进行野外地震数据采集,野外地震记录以光点振动记录在照相纸上的形式进行记录。室内地震数据处理极为简单,根据记录的反射波时距曲线计算波的传播速度,再根据波的旅行时和速度计算反射界面的深度和倾角确定反射界面的位置和形态,最后绘制反射界面的构造图。这个阶段的勘探对象以简单的构造油气藏为主。

第二个阶段(约 1958 年至 1968 年)为模拟磁带地震勘探阶段。在这个阶段利用模拟磁带地震仪进行野外地震数据采集,野外地震记录以模拟磁带记录形式记录在模拟磁带上。室内

地震数据处理将野外模拟磁带在模拟磁带回放仪上回放并进行模拟信号处理,可以进行模拟滤波和叠加等处理。地震处理剖面的质量比第一个阶段有了明显的提高,地震勘探的能力也得到显著增强。这个阶段的勘探对象以较为复杂的构造油气藏为主。

第三个阶段(约1968年至现今)为数字地震勘探阶段。进入20世纪60年代后,随着数字计算机的出现和飞速发展,地震勘探也进入了数字地震勘探阶段。在这个阶段利用数字地震仪在野外进行数字地震采集,野外地震记录以数字磁带记录方式记录在野外数字磁带上。室内地震数据处理将野外数字磁带回放后,输入数字计算机进行数字处理。由于数字计算机的高计算速度、大内存量和海量磁盘存储及数字处理的高度灵活性使地震数据处理得到飞快的发展。

这个阶段地震数据处理的发展主要表现在下述几个方面:

(1)在共中心点(CMP)叠加技术方面,出现了数字动校正(NMO)技术、数字静校正和剩余静校正技术、速度分析技术和共中心点(CMP)叠加或共深度点(CDP)叠加技术,使叠加剖面的地震信噪比显著提高。

(2)在偏移成像技术方面,出现了波动方程偏移。起初,对叠加剖面进行叠后时间偏移,在构造条件比较简单的情况下,不仅完成反射界面空间归位,提高地震水平分辨率,而且使绕射波收敛,使偏移剖面成像的清晰度显著提高。随后,对地质构造复杂、不适宜共中心点叠加的地区,开展了叠前时间偏移。此后,又对地质构造复杂而剧烈、速度横向变化非常急剧的地区,发展了叠前深度偏移处理方法,使油气地震勘探能力进一步增强。

(3)在振幅地震属性的处理和利用方面,从最初单纯利用强振幅和极性反转等特征的亮点技术,发展到利用振幅随偏移距变化以识别岩性和孔隙中流体性质的AVO处理技术。

(4)在地震反演方法方面,从较早的声阻抗(AI)技术到近来的弹性阻抗(EI)处理技术,在岩性反演与油气储层预测方面也在不断地取得进展。

(5)依据小波变换、 $\tau-p$ 变换、人工神经网络和分形技术等新理论形成的一批新技术也不断地为地震数据处理提供一些新的处理方法。

(6)在开发地震方面,高分辨率三维地震处理技术、垂直地震剖面(VSP)处理技术、井间地震处理技术和时移地震处理技术等为油气田开发阶段油气藏管理和动态监测提供了有效的手段。

### 三、地震数据处理的展望

从上面叙述的地震数据处理的发展过程可以看出,最近地震数据处理发展的趋势有下述四个主要的特点:

(1)从二维地震向三维地震方向发展。目前从三维地震的工作量及采集、处理和解释的质量来看,已经发展到以三维地震工作为主的阶段。

(2)从地表条件和地下构造简单地区向复杂地区方向发展。

(3)从构造勘探向地层、岩性勘探方向发展。

(4)从勘探地震向开发地震方向发展。

目前,油气地震勘探、开发工作的任务是:

(1)复杂构造油气藏勘探。

(2)地层、岩性油气藏勘探。

(3)开发地震和油气藏动态监测。

从最近地震数据处理的发展趋势和目前所面临的地震勘探、开发任务出发,展望未来的地

震数据处理发展方向,总的来说,随着油气勘探、开发工作难度越来越大,对地震工作的要求也越来越高。为了完成好复杂构造油气藏和地层、岩性油气藏勘探及开发地震和油气藏动态监测的艰巨任务,必须使地震数据处理向高信噪比、高分辨率和高保真度的“三高”处理方向发展,这是今后地震数据处理的根本发展方向。具体来说,目前有下述几个方面的工作:

(1)随着巨型向量并行机和微机集群在地震数据处理中的广泛应用,为实现“三高”地震数据处理提供了硬件的保证和软件的基础,开辟了“三高”地震数据处理的广阔前景。

(2)开展实际复杂介质中地震波场传播规律的研究。具体包括粘弹性介质和孔隙弹性介质地震波传播规律的研究,为实现“三高”地震数据处理提供地震理论依据和方法保障。

(3)开展地震采集、处理和解释一体化研究,以保证复杂构造油气藏和地层油气藏目标的照明度,保证地震反射有效信息的采集和利用。

(4)深入开展叠前处理方法的研究,包括叠前时间偏移和叠前深度偏移方法研究,特别是保持振幅叠前偏移和各向异性介质叠前偏移方法的研究,以保证地震数据“三高”处理的实现。

(5)深入开展多波多分量地震数据处理方法研究,加强转换波地震数据的处理和溶洞、裂缝检测技术的研究和应用。

(6)加强油气藏地震动态监测的研究和应用,以利于寻找剩余油气和提高油气采收率。

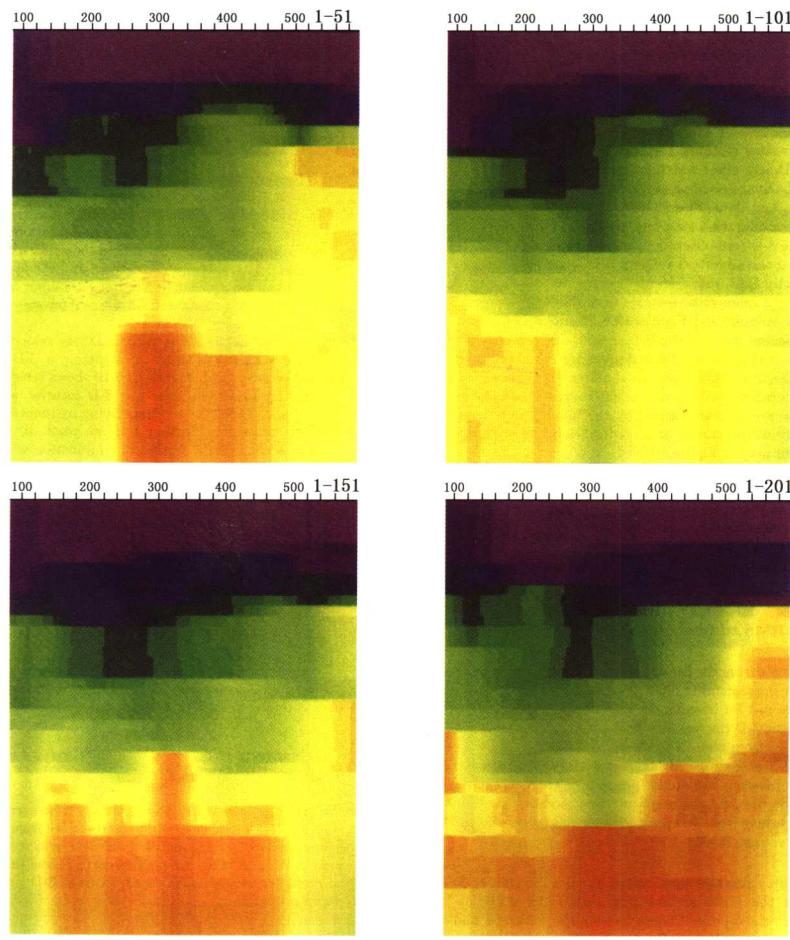


图 1-53 我国东北某地区地震数据处理得到的层速度场剖面图 (Yilmaz, 2001)

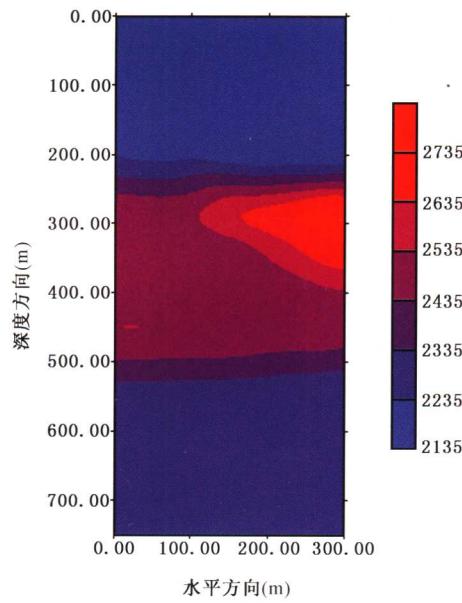


图 11-23 SIRT 层析成像得到的速度剖面

# 目 录

<b>第一章 地震数据处理基础</b> .....	(1)
第一节 一维傅里叶变换及其应用 .....	(1)
一、一维傅里叶变换及频谱分析 .....	(1)
二、采样及假频 .....	(7)
三、一维数字滤波——频率域及时间域滤波 .....	(11)
第二节 二维傅里叶变换及其应用 .....	(34)
一、二维傅里叶变换及二维频—波谱分析 .....	(34)
二、空间假频 .....	(35)
三、二维数字滤波——频率—波数( $f - k$ )域滤波 .....	(38)
第三节 基本地质—地球物理模型及其地震数据处理特点 .....	(42)
一、水平层状介质模型及其地震数据处理特点 .....	(42)
二、块状介质模型及其地震数据处理特点 .....	(46)
思考题和习题 .....	(47)
参考文献 .....	(48)
<b>第二章 预处理及真振幅恢复</b> .....	(49)
第一节 预处理 .....	(49)
一、数据解编 .....	(49)
二、道编辑 .....	(50)
三、野外观测系统定义 .....	(50)
第二节 真振幅恢复 .....	(51)
一、波前扩散能量补偿 .....	(51)
二、地层吸收能量补偿 .....	(54)
思考题和习题 .....	(56)
参考文献 .....	(56)
<b>第三章 反褶积</b> .....	(57)
第一节 反褶积及褶积模型 .....	(57)
一、反褶积的概念 .....	(57)
二、褶积模型 .....	(59)
第二节 反滤波 .....	(60)
一、反滤波的概念 .....	(60)
二、地震子波的求取 .....	(62)
三、反滤波的实现 .....	(69)
第三节 最佳维纳滤波及最小平方反褶积 .....	(70)

一、最佳维纳滤波	(70)
二、最小平方反褶积	(72)
第四节 脉冲反褶积	(76)
一、脉冲反褶积原理	(76)
二、参数选择	(78)
第五节 预测反褶积	(79)
一、预测滤波原理	(79)
二、预测反褶积原理	(80)
三、预测反褶积压缩反射脉冲	(83)
四、参数选择	(88)
第六节 子波整形反褶积	(90)
一、子波整形反褶积原理	(90)
二、子波整形反褶积	(91)
第七节 同态反褶积	(93)
第八节 地表一致性反褶积	(97)
思考题和习题	(100)
参考文献	(100)
<b>第四章 动校正及叠加</b>	(101)
第一节 动校正	(101)
一、动校正的概念	(101)
二、水平层状介质的动校正	(102)
三、单一倾斜层的动校正	(103)
四、任意倾斜层状介质动校正	(104)
五、数字动校正方法和动校正拉伸	(105)
第二节 水平叠加	(107)
一、水平叠加的原理	(107)
二、自适应水平叠加	(108)
第三节 剩余时差及叠加特性	(109)
第四节 水平叠加存在的问题	(113)
一、当动校正存在剩余时差时,水平叠加降低了地震信号的分辨率	(113)
二、倾斜界面情况下,共中心点道集不再是共反射点道集	(113)
三、复杂构造情况下,反射波时距曲线不再是双曲线	(114)
四、叠加剖面的振幅是不同入射角反射振幅的平均,不等于零炮检距反射振幅	(114)
思考题和习题	(115)
参考文献	(115)
<b>第五章 静校正</b>	(116)
第一节 与静校正有关的概念	(116)

第二节 基准面静校正 .....	(118)
第三节 初至折射静校正 .....	(119)
一、水平风化层的折射静校正 .....	(120)
二、加减法折射静校正 .....	(121)
三、广义互换法(GRM)折射静校正 .....	(122)
四、广义线性反演折射静校正 .....	(122)
第四节 地表一致性剩余静校正 .....	(124)
一、基于地表一致性时差分解的剩余静校正方法 .....	(124)
二、互相关法剩余静校正方法 .....	(126)
思考题和习题 .....	(128)
参考文献 .....	(129)
<b>第六章 速度分析 .....</b>	<b>(130)</b>
第一节 速度信息和判别准则 .....	(130)
一、速度信息 .....	(130)
二、速度分析的判别准则 .....	(131)
第二节 速度谱 .....	(132)
一、基本原理 .....	(133)
二、速度谱的显示 .....	(134)
三、影响速度分析的因素 .....	(135)
第三节 辅助速度分析 .....	(136)
一、道集监控 .....	(136)
二、常速扫描叠加 .....	(136)
三、变速扫描叠加 .....	(136)
四、速度剖面显示和调整 .....	(136)
五、速度平面显示和调整 .....	(137)
六、沿层速度分析 .....	(137)
第四节 交互速度分析 .....	(138)
第五节 三维速度分析 .....	(139)
第六节 层速度的计算 .....	(140)
一、水平层状介质层速度的计算 .....	(141)
二、复杂介质情况下层速度的计算 .....	(141)
思考题和习题 .....	(142)
参考文献 .....	(142)
<b>第七章 偏移 .....</b>	<b>(143)</b>
第一节 偏移的概念 .....	(143)
第二节 射线理论偏移 .....	(144)
一、圆弧叠加法 .....	(145)
二、绕射扫描叠加法 .....	(145)

第三节 波动方程偏移的成像原理 .....	(146)
一、波场延拓 .....	(146)
二、成像条件 .....	(148)
第四节 叠后地震数据波动方程偏移 .....	(150)
一、频率—波数( $f - k$ )域波动方程偏移 .....	(150)
二、克希霍夫积分法偏移 .....	(153)
三、有限差分法波动方程偏移 .....	(156)
四、三种叠后偏移方法的比较 .....	(164)
第五节 叠前时间偏移及倾角时差校正(DMO) .....	(165)
一、射线理论叠前时间偏移 .....	(166)
二、叠前波场延拓和双平方根算子 .....	(167)
三、 $f - k$ 域波动方程叠前偏移 .....	(168)
四、共炮点记录的叠前偏移 .....	(170)
五、倾角时差校正(DMO) .....	(171)
第六节 深度偏移 .....	(177)
一、时间偏移存在的问题 .....	(177)
二、射线理论的深度偏移 .....	(178)
三、波动理论的深度偏移 .....	(179)
四、叠前深度偏移 .....	(181)
思考题和习题 .....	(183)
参考文献 .....	(184)
<b>第八章 各向异性及粘弹性介质波动方程偏移 .....</b>	<b>(185)</b>
第一节 各向异性介质弹性波逆时偏移 .....	(185)
一、逆时偏移的基本原理 .....	(185)
二、各向同性介质中弹性波逆时传播的实现 .....	(188)
三、各向同性介质中弹性波逆时偏移成像条件的求取 .....	(190)
四、各向同性介质中弹性波逆时偏移的实现 .....	(191)
五、VTI 介质中弹性波逆时传播的实现 .....	(193)
六、VTI 介质中逆时偏移成像条件的求解方法 .....	(194)
七、VTI 介质中逆时偏移的实现 .....	(195)
第二节 粘弹性波动方程偏移 .....	(197)
一、吸收和频散 .....	(197)
二、频率空间域显式粘滞声波波动方程偏移 .....	(197)
思考题和习题 .....	(202)
参考文献 .....	(202)
<b>第九章 多波多分量地震数据处理 .....</b>	<b>(203)</b>
第一节 多波多分量地震数据处理的基本概念 .....	(203)
一、多波多分量地震勘探简介 .....	(203)

二、多波多分量地震数据处理流程	(203)
三、波场分离	(204)
第二节 P-S 转换波地震数据处理方法	(207)
一、转换波传播特点	(207)
二、转换点的计算	(209)
三、转换波时距方程	(210)
四、转换波速度分析	(212)
五、转换波动校正	(213)
六、转换波静校正	(213)
七、转换波叠后偏移	(216)
八、转换波 DMO 校正	(218)
九、转换波叠前时间偏移	(219)
十、转换波叠前深度偏移	(224)
思考题和习题	(225)
参考文献	(225)
<b>第十章 储层地震反演</b>	(227)
第一节 反演的基本概念	(227)
第二节 叠后地震数据波阻抗反演	(229)
一、叠后地震数据正演	(229)
二、道积分	(230)
三、递推反演	(231)
第三节 叠前地震数据 AVO 反演	(233)
一、AVO 正演	(233)
二、AVO 反演	(235)
第四节 地震数据弹性阻抗反演	(236)
思考题和习题	(239)
参考文献	(239)
<b>第十一章 开发地震数据处理</b>	(240)
第一节 VSP 地震数据处理	(240)
一、VSP 技术简介	(240)
二、VSP 地震数据处理技术	(242)
三、VSP 波场分离方法	(243)
四、零偏 VSP 数据处理	(245)
五、非零偏 VSP 数据处理	(247)
第二节 井间地震数据处理	(253)
一、井间地震的基本概念	(253)
二、井间地震的层析成像	(257)
三、井间地震的反射成像	(261)

第三节 时移地震数据处理 .....	(267)
一、时移地震的基本概念 .....	(267)
二、时移地震数据归一化问题及处理原则 .....	(268)
三、时移地震数据归一化处理方法 .....	(269)
四、非一致因素与处理试验分析 .....	(271)
五、时移地震数据归一化处理实例 .....	(275)
思考题和习题 .....	(276)
参考文献 .....	(277)

# 第一章 地震数据处理基础

本章讨论地震数据处理的数学、物理基础及地震数据处理的地质—地球物理基础。首先，我们叙述地震数据处理的数学基础傅里叶(Fourier)变换，然后进一步讨论地震数据处理的地质—地球物理模型及其地震数据处理特点。

## 第一节 一维傅里叶变换及其应用

傅里叶变换是地震数据处理的主要数学基础。它不仅是地震道、地震记录分析和数字滤波的基础，同时在地震数据处理的各个方面都有着广泛的应用。例如，在反褶积处理、叠加处理和偏移处理及地震波场的分析中也都有其重要的应用。

### 一、一维傅里叶变换及频谱分析

我们知道，在野外地震数据采集中，每一炮在每个检波点所记录的地震道记录表示在该检波点所观测到的地震波场。在数字地震记录中，每个地震道是一个按一定时间采样间隔排列的时间序列，如图 1-1 所示。图中地震道采样间隔为  $\Delta t$ ，按采样时刻  $t = \{\Delta t, 2\Delta t, \dots, n\Delta t, \dots\}$  排列的振幅采样值  $x(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$  为一个时间序列。

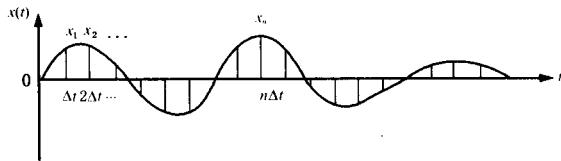


图 1-1 地震道采样时间序列示意图

上述的每一个地震道都可以用一系列具有不同频率和不同振幅、相位的简谐曲线(正弦曲线或余弦曲线)叠加而成。这些具有不同频率和不同振幅、相位的简谐曲线可以看做是地震道的组成部分。应用一维傅里叶正变换可以得到每个地震道的各个简谐成分。相反，应用傅里叶反变换可以将各个简谐成分合成为原来的地震道。

#### 1. 一维傅里叶变换及频谱

如果函数  $x(t)$  在无穷区间  $(-\infty, \infty)$  上满足下列条件：

(1)  $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt$  存在；

(2) 满足狄利克莱(Dirichlet)条件： $x(t)$  只有有限个极值点和有限个间断点且在间断点  $t_0$  处，函数  $x(t_0) = \frac{1}{2}[x(t_0 + 0) + x(t_0 - 0)]$ ，则函数  $x(t)$  的傅里叶变换及反变换存在。这里，函

数  $x(t)$  的傅里叶变换为

$$\tilde{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1-1)$$

其相应的反变换为

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1-2)$$

式中  $\omega$ ——傅里叶变换变量;

$i$ ——虚数单位  $\sqrt{-1}$ ;

$\tilde{X}(\omega)$ ——函数  $x(t)$  的傅里叶变换。

如果变量  $t$  表示时间,  $x(t)$  表示地震记录道, 由于实际地震记录道通常是连续的, 满足傅里叶变换存在条件, 则利用上述(1-1)式可以得到其傅里叶变换  $\tilde{X}(\omega)$ , 其变量  $\omega$  表示圆频率, 它与频率  $f$  之间的关系为  $\omega = 2\pi f$ ,  $\tilde{X}(\omega)$  称为地震道  $x(t)$  的频谱。

由于傅里叶变换是可逆的, 如果已知地震道的频谱  $\tilde{X}(\omega)$ , 则利用傅里叶反变换(1-2)式可以得到原来的地震道函数  $x(t)$ 。

通常由傅里叶变换(1-1)式得到的频谱为一个复函数, 称为复数谱。它可以写成指数形式

$$\tilde{X}(\omega) = |\tilde{X}(\omega)| e^{i\phi(\omega)} = A(\omega) e^{i\phi(\omega)} \quad (1-3)$$

式中  $A(\omega)$ ——复数的模, 称为振幅谱;

$\phi(\omega)$ ——复数的幅角, 称为相位谱。

函数  $x(t)$  的振幅谱  $A(\omega)$  或  $|\tilde{X}(\omega)|$  表示  $x(t)$  的频率为  $\omega$  的简谐成分  $X(\omega)$  振幅值, 其相位谱  $\phi(\omega)$  则表示频率为  $\omega$  的简谐成分  $X(\omega)$  在  $t=0$  时的初始相位。

复数谱也可以表示为

$$\tilde{X}(\omega) = X_r(\omega) + iX_i(\omega) \quad (1-4)$$

式中  $X_r(\omega)$  和  $X_i(\omega)$ —— $\tilde{X}(\omega)$  的实部和虚部。

于是, 得到

$$A(\omega) = \sqrt{X_r^2(\omega) + X_i^2(\omega)} \quad (1-5)$$

和

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \frac{X_i(\omega)}{X_r(\omega)} \quad (1-6)$$

上面讨论的是当函数  $x(t)$  为  $t$  的连续函数时的傅里叶变换及其反变换的情况。现在, 我们进一步讨论  $x(t)$  为离散函数时的傅里叶变换及反变换。

假设时间采样间隔为  $\Delta t$ , 变量  $t = n\Delta t$ , 则数  $x(t)$  的离散形式为

$$x(t) = x(n\Delta t) (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N) \quad (1-7)$$

另外, 频率采样间隔为  $\Delta f$ , 频率  $f = m\Delta f$ ,  $\omega = 2\pi m\Delta f$ , 则  $\tilde{X}(\omega)$  的离散形式为

$$\tilde{X}(\omega) = \tilde{X}(2\pi m\Delta f) \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-8)$$

在  $\Delta f \cdot \Delta t = \frac{1}{2N+1}$  条件下, 离散傅里叶变换为

$$\tilde{X}(\omega) = \Delta t \sum_{n=-N}^N x(n\Delta t) e^{-2\pi i fn\Delta t} \quad (1-9)$$

其相应的反变换为

$$x(t) = \Delta f \sum_{m=-N}^N \tilde{X}(2\pi m\Delta f) e^{2\pi i m\Delta f t} \quad (1-10)$$

其离散复数谱为

$$\tilde{X}(2\pi m\Delta f) = A(2\pi m\Delta f) e^{i\phi(2\pi m\Delta f)} \quad (1-11)$$

或

$$\tilde{X}(2\pi m\Delta f) = X_r(2\pi m\Delta f) + iX_i(2\pi m\Delta f) \quad (1-12)$$

于是, 得到

$$A(2\pi m\Delta f) = \sqrt{X_r^2(2\pi m\Delta f) + X_i^2(2\pi m\Delta f)} \quad (1-13)$$

和

$$\phi(2\pi m\Delta f) = \tan^{-1} \frac{X_i(2\pi m\Delta f)}{X_r(2\pi m\Delta f)} \quad (1-14)$$

作为地震记录  $x(t)$  的傅里叶变换得到的振幅谱  $A(\omega)$  和相位谱  $\phi(\omega)$  的一个实例, 图 1-2 中给出了一个地震子波及其傅里叶变换后得到的振幅谱和相位谱。

图 1-3 显示了由图 1-2 地震子波的振幅谱和相位谱所确定的各个频率成分, 图中的频率采样间隔  $\Delta f$  为 0.5Hz。图 1-3 中地震子波各频率成分的振幅和初始相位与图 1-2 中地震子波的振幅谱和相位谱是一致的。

由图 1-3 中的各个频率成分沿频率相加, 即对地震子波的复数谱进行傅里叶反变换, 就可以得到原来的地震子波, 示于图 1-3 的最左端。

## 2. 傅里叶变换的几个基本性质

在傅里叶变换的实际应用中, 经常会用到下列一些傅里叶变换的基本性质。

### 1) 线性

假设

$$x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \quad (1-15)$$

其中  $a_1, a_2$  是常数, 如果  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的傅里叶变换分别是  $\tilde{X}_1(\omega)$  和  $\tilde{X}_2(\omega)$ , 则  $x(t)$  的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} \tilde{X}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} [a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)] e^{-i\omega t} dt \\ &= a_1 \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) e^{-i\omega t} dt + a_2 \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) e^{-i\omega t} dt \\ &= a_1 \tilde{X}_1(\omega) + a_2 \tilde{X}_2(\omega) \end{aligned} \quad (1-16)$$