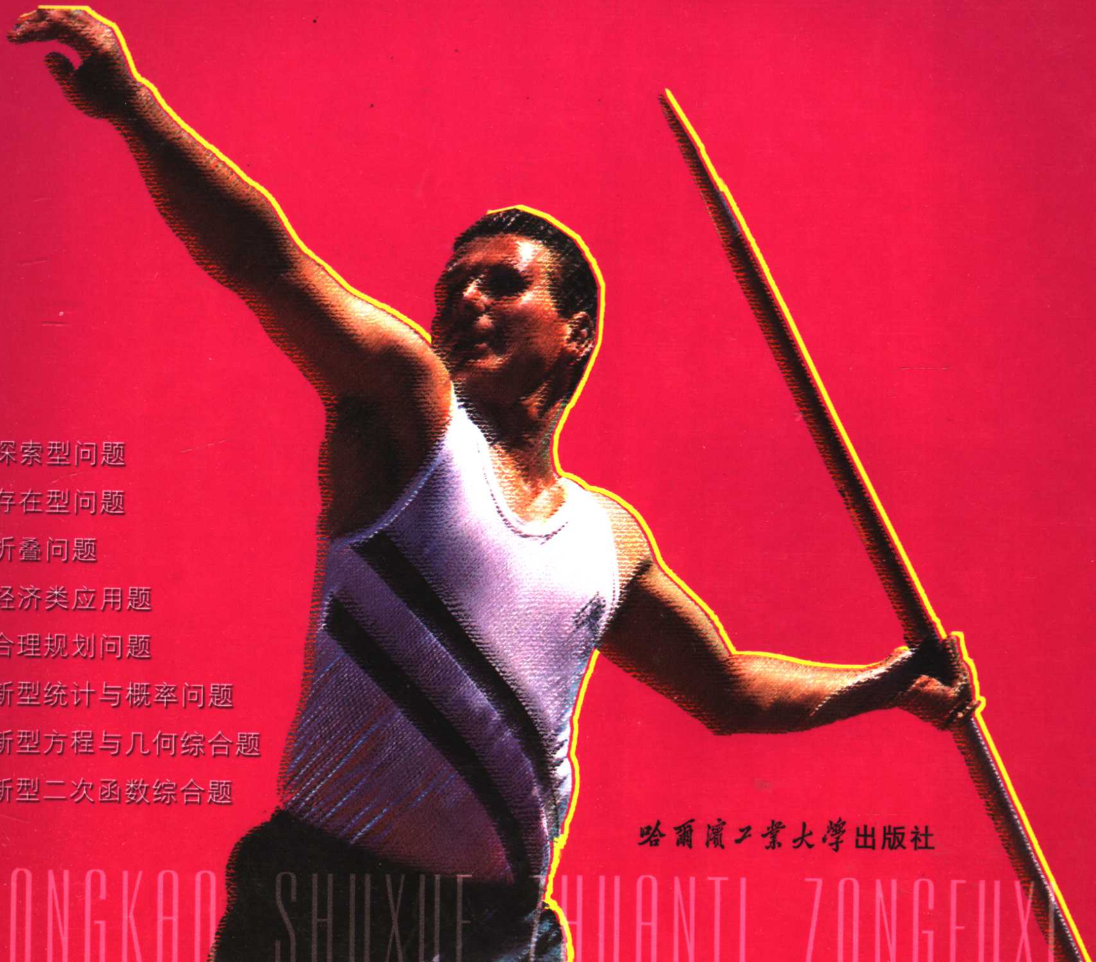
中考数学

专题总复习

主编 陈晓莉
副主编 刘晓林 李杰 王文溪



- 探索型问题
- 存在型问题
- 折叠问题
- 经济类应用题
- 合理规划问题
- 新型统计与概率问题
- 新型方程与几何综合题
- 新型二次函数综合题

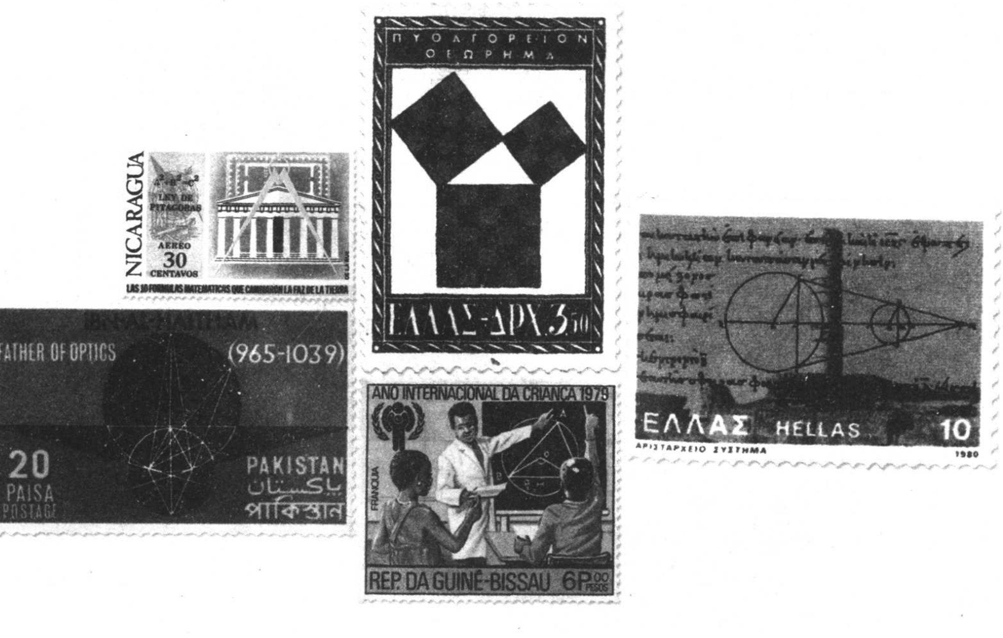
哈爾濱工業大學出版社

ZHONGKAO SHUXUE ZHUANTI ZONGFUXI

中考数学专题总复习

◎ 主编 陈晓莉
◎ 副主编 刘晓林 李杰 王文溪

ZhongKao ShuXue
ZhuanTi ZongFuXi



中考数学模拟试题(Ⅷ)

哈爾濱工業大學出版社

《中考数学专题总复习》编委会

图书在版编目(CIP)数据

中考数学专题总复习/陈晓莉主编.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2006.8(2007.5重印)

ISBN 978-7-5603-2356-5

Ⅰ.中…　Ⅱ.陈…　Ⅲ.数学课-初中-升学参考资料　Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第074847号

策划编辑　刘培杰
责任编辑　康云霞　唐　蕾
封面设计　卞秉利
出版发行　哈尔滨工业大学出版社
社　　址　哈尔滨市南岗区复华四道街10号　邮编150006
传　　真　0451-86414749
网　　址　http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷　哈尔滨工业大学印刷厂
开　　本　787mm×960mm　1/16　印张29　字数487千字
版　　次　2006年8月第1版　2007年5月第2次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5603-2356-5
印　　数　4 001~6 000册
定　　价　28.00元

不经过艰苦的脑力劳动，谁也不能在数学中前进多远。但无论谁，他只要享受到了理论知识的快乐，见到了数学的美，他就会乐于付出郑重的努力。讲授数学的主要目的必须是使学生获得这种快乐，并通过这种快乐对他进行数学中必不可少的逻辑思维训练。这是值得的，因为谁若能通过数学得到逻辑思维的艺术，那他就能在生活中处处运用它。

——A. Renyi

（伦伊，1921～1969年，匈牙利科学院院士，匈牙利科学院应用数学研究所所长）

目录

CONTENTS

第一部分　专题讲座

第二部分　模拟试题

第一部分

专题讲座

第1讲 怎样看待近年中考数学中的新题型

纵观近年各省市的中考数学题，无论从命题方向，还是从命题原则看，一些新的能力型试题不断出现，并占据越来越重要的地位.为此，将近年中考试题中常见的新题型列举如下.

一、设计新情景的基础题

例1 （太原中考题）现规定一种运算：$a*b=ab+a-b$，其中 a、b 为实数，则 $a*b+(b-a)*b$ 等于 （　　）

A. a^2-b　　B. b^2-b　　C. b^2　　D. b^2-a

评析　这是一道考查同学们阅读理解能力的试题，题设规定了一种新的运算“$*$”，要求考生按照“$*$”的运算法则解决与之有关的计算问题.

$$a*b+(b-a)*b=ab+a-b+(b-a)\times b+(b-a)-b=$$
$$ab+a-b+b^2-ab+b-a-b=b^2-b$$

故应选 B.

二、崭露头角的新课程概念题

例2 （海南中考题）图1是一个正方体包装盒的表面展开图，若在其中的正方形 A、B、C 内分别填上适当的数，使得这个表面展开图沿虚线折成正方体后，相对面上的两个数互为相反数，则填在 A、B、C 内的三个数依次是（　　）

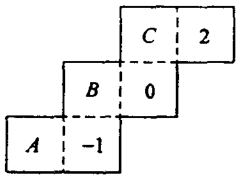


图1

A. 0, －2, 1　　B. 0, 1, －2　　C. 1, 0, －2　　D. －2, 0, 1

评析　本题以新课程中的“空间与图形”为背景，源于教材，又活于教材，通过具体实践操作或发挥想象，即可得到答案 A.

三、屡见不鲜的开放题

例3 （南通中考题）如图2，已知 AB 为 $\odot O$ 的直径，$BD=OB$，$\angle CAB=30°$，请根据已知条件和所给图形，写出三个正确结论（除 $AO=$

$OB = BD$ 外)：① ____ ② ____ ③ ____

评析 这是一道难得的开放题，其答案可根据学生自己的理解来设计，鼓励学生积极探索、创新.

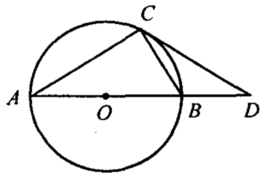


图 2

答案：①$\angle ACB = 90°$；$AB = 2BC$；$BD = BC$ ②CD 为$\odot O$ 切线 ③$CD^2 = DB \cdot DA$ 等(答案不惟一，只需写出其中 3 个即可).

四、丰富多彩的跨学科试题

例 4 (烟台中考题) 阅读下面材料，再回答问题.

一般地，如果函数 $y = f(x)$ 对于自变量取值范围内的任意 x，都有 $f(-x) = -f(x)$，那么 $y = f(x)$ 就叫做奇函数；如果 $y = f(x)$ 对于自变量取值范围内的任意 x，都有 $f(-x) = f(x)$，那么 $y = f(x)$ 就叫做偶函数.

例如 $f(x) = x^3 + x$，当 x 取任意实数时

$$f(-x) = (-x)^3 + (-x) = -x^3 - x = -(x^3 + x)$$

即 $f(-x) = -f(x)$，因此 $f(x) = x^3 + x$ 为奇函数.

又如，$f(x) = |x|$，当 x 取任意实数时

$$f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$$

即 $f(-x) = f(x)$，因此 $f(x) = |x|$ 是偶函数.

问题(1)：下列函数中

①$y = x^4$；②$y = x^2 + 1$；③$y = \dfrac{1}{x^3}$；④$y = \sqrt{x+1}$；⑤$y = x + \dfrac{1}{x}$.

奇函数有________，偶函数有________(只填序号).

问题(2)：请你再分别写出一个奇函数、一个偶函数.

评析 为了考查学生获取知识的能力，命题者有意将高中有关奇、偶函数的定义提供给学生，让学生通过自学达到判断函数奇偶性的思维能力，从中培养学生的学习能力.

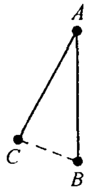
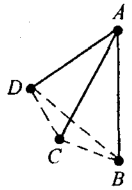
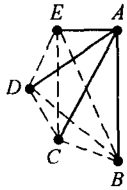
答案：(1) 奇函数有 ③、⑤，偶函数有 ①、② (2) 如，奇函数 $y = -\dfrac{3}{x}$，偶函数 $y = 2x^2$.

五、正在加强的研究性试题

例 5 (潍坊中考题) 小明在阅览杂志时发现这样一个问题："在某次聚会中，共有 6 人参加，如果每两人都握一次手，共握几次手？" 小明通过努力得出了答案. 为了解决更一般的问题，小明设计了表 1 进行探究.

请你在表 1 右下角的空格里填上你归纳出的一般结论.

表 1

参加人数	2	3	4	5	…	n
握手示意图					…	
握手次数	1	$2+1=3$	$3+2+1=6$	$4+3+2+1=10$	…	

评析　本题以研究握手次数为主要课题，要求学生既会实践操作，又会理论学习研究．事实上，只要考生稍微动点脑筋，就不难将握手问题转化为研究直线上的点构成线段的条数问题（这里，视一个人为直线上的一个点）．

答案：$(n-1)+\cdots+3+2+1=\dfrac{n(n-1)}{2}$

六、推陈出新的应用性试题

例 6　（济南中考题）星期天，张老师提着篮子（篮子重 0.5 斤）去集市买 10 斤鸡蛋，当张老师往篮子里捡称好的鸡蛋时，发觉比过去买 10 斤鸡蛋的个数少很多，于是她将鸡蛋装进篮子再让摊主一起称，共称得 10.55 斤，她立刻要求摊主退 1 斤鸡蛋的钱，她是怎样知道摊主少称了大约一斤鸡蛋呢（精确到 1 斤）？请你将分析过程写出来，由此你受到什么启发？（请用一至两句话，简要叙述出来）

评析　本题的取材来自生活，给我们一种亲切感．它巧妙地把函数或方程的应用体现在日常生活中，反映了数学的最大魅力，这是一个有创意的试题．

（1）**解法一**　设摊主称得鸡蛋的质量为 x 斤，鸡蛋的实际质量为 y 斤．不难发现，鸡蛋的实际质量 y 斤是摊主称得质量 x 斤的正比例函数．篮子的实际质量为 0.5 斤，鸡蛋放入篮子后再一起称，增量为

$$10.55-10=0.55$$

所以

$$y=\frac{0.5x}{0.55}$$

当 $x=10$ 时，$y=\dfrac{0.5}{0.55}\times 10\approx 9$，$10-9=1$，摊主少称了大约 1 斤鸡蛋．

解法二　设摊主称得 10 斤鸡蛋的实际质量为 x 斤．根据题意，得

$$\frac{x}{10}=\frac{0.5}{10.55-10}$$

解得 $x \approx 9$，$10 - 9 = 1$，摊主少称了大约 1 斤鸡蛋.

(2) 要求所叙述的内容能体现出数学在实际生活中的应用价值，有应用数学知识解决实际问题的意识. 如，数学在我们身边，我们要学好数学，以维护自己的合法权益.

综上，通过一些最新题型的分析预测，目的是揭示考题的本来面目，让学生适应题型的变化，克服畏惧心理，从而让学生胸有成竹，应对自如.

第2讲 怎样解中考数学中的新题型

一、决策型应用题

决策类应用型问题，是根据已掌握的数据及有关信息，利用数学知识对某一事件进行分析、计算，从而做出正确决策的题.

例1 （淮阴中考题）A市和B市分别有库存某种机器12台和6台，现决定支援C村10台、D村8台.已知从A市调运一台机器到C村、D村的运费分别为400元和800元；从B市调运一台机器到C村、D村的运费分别为300元和500元.

(1) 设B市运往C村机器 x 台，求总运费 w 关于 x 的函数关系式.

(2) 若要求总运费不超过9 000元，问共有几种调运方案?

(3) 求出总运费最低的调运方案，最低运费是多少元?

略解 (1) 可知B市运往D村 $(6-x)$ 台，A市运往C、D两村分别为 $(10-x)$、$(2+x)$ 台，故

$$w=400(10-x)+300x+800(2+x)+500(6-x)=200x+8\,600$$

(2) 易得 $0\leqslant x\leqslant 6$，由运费 $200x+8\,600\leqslant 9\,000$，从而 $0\leqslant x\leqslant 2$，故 x 可取0,1,2，因此运费不超过9 000元，共有三种调运方案.

(3) 当 $x=0$ 时，w 的最小值为8 600元，这时调运方案为：从B市运至C村0台，运至D村6台；从A市运至C村10台，运至D村2台.

评析 解决策类问题一般先列出算式或建立函数关系式，通过算式大小的比较或函数最值的确定做出相应的决策.

例2 （河北省中考题）某工厂现有甲种原料360 kg，乙种原料290 kg，计划利用这两种原料生产A、B两种产品，共50件，已知生产一件A种产品，需用甲种原料9 kg、乙种原料3 kg，可获利润700元；生产一件B种产品，需用甲种原料4 kg、乙种原料10 kg，可获利润1 200元.

(1) 按要求安排A、B两种产品的生产件数，有哪几种方案?请你设计出来.

(2) 设生产A、B两种产品获总利润是 y 元，其中A种的生产件数是 x，

试写出 y 与 x 之间的函数关系式,并利用函数的性质说明(1)中的哪种生产方案获总利润最大?最大利润是多少?

解 (1)设安排生产 A 种产品 x 件,则生产 B 种产品 $(50-x)$ 件,由题意,得

$$9x+4(50-x)\leqslant 360,\quad 3x+10(50-x)\leqslant 290$$

所以 $30\leqslant x\leqslant 32$.

因为 x 是整数,所以 x 只能取 30,31,32,相应的 $(50-x)$ 的值是 20,19,18. 所以生产方案有三种,即:

第一种方案:生产 A 种产品 30 件,B 种产品 20 件;

第二种方案:生产 A 种产品 31 件,B 种产品 19 件;

第三种方案:生产 A 种产品 32 件,B 种产品 18 件.

(2)略.

评析 这类决策型试题的解答关键是要把实际问题转化成数学模型,运用不等式逼近答案.

二、探索型题

探索型题一般没有明确的结论,没有确定形式和方法,要求学生通过自己的观察、分析、比较、概括得出结论,形成方法和思路. 探索型题分为结论探索型和是否存在型两类. 这类问题是培养学生创新精神和实践能力,考查学生分析和解决问题能力的重要题型,在近几年中考中显得十分活跃,是中考的难题.

例 3 (2001 大连中考题)如图 1,在直角坐标系中,E 为第二象限内一点. $\odot E$ 与 x 轴自左至右交于 A、B 两点. 直线 PC 切 $\odot E$ 于点 C,交 x 轴于点 P. D 为线段 PC 上一点,$ED\perp BC$,已知 $PB=2$,$\triangle PBD$ 的周长为 $2+2\sqrt{3}$.

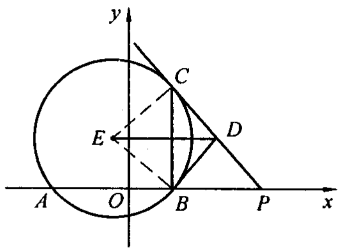


图 1

(1)求证:DB 是 $\odot E$ 的切线.

(2)若抛物线 $y=\dfrac{1}{2}x^2+x-2m$ 经过 A、B 两点,求 m 的值.

(3)在过点 P 的直线中,是否存在这样的直线,该直线与(2)中的抛物线的两个交点的横坐标之和等于 2?若存在,求出这样的直线的解析式;若不存在,请说明理由.

(1)**证明** 连结 CE、BE,可证 $\triangle CED\cong\triangle BED$,则 $\angle EBD=$

$\angle ECD = 90°$，故 DB 是 $\odot E$ 的切线.

(2) **解** 由 $DC = DB$，$PB = 2$，$\triangle PDB$ 的周长为 $2 + 2\sqrt{3}$，则 $PC = PD + DC = PD + DB = 2\sqrt{3}$. 又 $PC^2 = PB \cdot PA$，即 $PA = \dfrac{PC^2}{PB} = 6$，则 $AB = PA - PB = 4$. 而抛物线过 A、B 两点，设 $A(x_1,0)$、$B(x_2,0)$，则 $x_1 + x_2 = -2$，$x_1 \cdot x_2 = -4m$. 所以 $AB = |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = 4$，即 $m = \dfrac{3}{4}$.

(3) **解** 不存在，假设存在过点 P 的直线 $y = kx + b$ 符合题目的条件. 由(2)知 $m = \dfrac{3}{4}$，即 $y = \dfrac{1}{2}x^2 + x - \dfrac{3}{2}$. 令 $y = 0$，得 $x_1 = -3$，$x_2 = 1$，即 $A(-3,0)$、$B(1,0)$、$P(3,0)$. 因直线 $y = kx + b$ 过点 $P(3,0)$，则有 $b = -3k$，即 $y = kx - 3k$. 联立方程组 $\begin{cases} y = \dfrac{1}{2}x^2 + x - \dfrac{3}{2} \\ y = kx - 3k \end{cases}$，得 $\dfrac{1}{2}x^2 - (k-1)x + (3k - \dfrac{3}{2}) = 0$. 此时 $\Delta = (k-1)^2 - 4 \times \dfrac{1}{2}(3k - \dfrac{3}{2})$，又 $x_1 + x_2 = -\dfrac{-(k-1)}{\dfrac{1}{2}} = 2$，即 $k = 2$. 所以，$\Delta = -8 < 0$，即方程无实数根，也就是上述方程组无解，故满足题目条件的直线不存在.

评析 在(1)中，连结 CE、BE，即有两个半径. 寻找 $\angle EBD = 90°$ 是证明直线是圆的切线的常用方法. (2)运用 $AB = |x_1 - x_2|$ 对求 m 值帮助很大，也是常用技巧. 在(3)中借用 $\Delta < 0$ 来判断方程组无解，进而确定直线的不存在.

变式训练

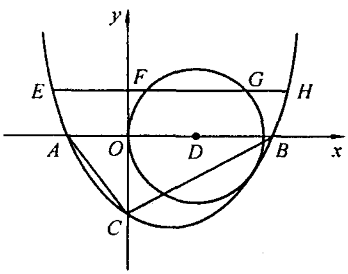


图2

(2001武汉中考题) 如图2，关于 x 的二次函数 $y = x^2 - 2mx - m$ 的图象与 x 轴交于 $A(x_1,0)$、$B(x_2,0)$ 两点 $(x_2 > 0 > x_1)$，与 y 轴交于点 C，且 $\angle BAC = \angle BCO$.

(1) 求这个二次函数的解析式.

(2) 以点 $D(\sqrt{2},0)$ 为圆心作 $\odot D$，与 y 轴相切于点 O，过抛物线上一点 $E(x_3,t)$ $(t > 0, x_3 < 0)$ 作 x 轴的平行线与 $\odot D$ 交于 F、G 两点，与抛物线交于另一点 H，问是否存在实数 t，使得 $EF + GH = FG$？如果存在，求出 t 值；如果不存在，请说明理由.

答案：(1) $y = x^2 - 2x - 1$　(2) 存在，$t = \frac{\sqrt{97} - 1}{8}$.

三、与图形位置有关的问题

例 4　(2001 济南中考题) 如图 3，等边 $\triangle ABC$ 的边长为 $2\sqrt{3}$，以边 BC 所在的直线为 x 轴，边 BC 上的高线 AO 所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系.

(1) 求过 A、B、C 三点的抛物线的解析式.

(2) 设 $\odot P$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，分别切 AB、AC 于点 E、F. 求阴影部分的面积.

(3) 点 D 为 y 轴上一动点，当以点 D 为圆心，3 为半径的 $\odot D$ 与直线 AB、AC 都相切时，试判断 $\odot D$ 与 (2) 中 $\odot P$ 的位置关系，并简要说明理由.

(4) 若 (2) 中 $\odot P$ 的大小不变，圆心 P 沿 y 轴运动. 设点 P 坐标为 $(0, a)$，则 $\odot P$ 与直线 AB、AC 有几种位置关系？并写出相应位置关系时 a 的取值范围.

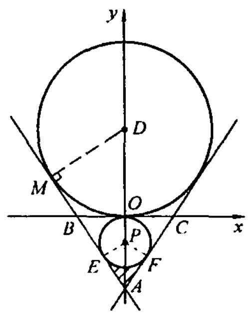


图 3

略解　(1) 易求 $B(-\sqrt{3}, 0)$、$C(\sqrt{3}, 0)$，则 $A(0, -3)$，所以过 A、B、C 三点的抛物线解析式为 $y = x^2 - 3$.

(2) 连结 PE、PF，则有 $Rt\triangle PEA \backsim Rt\triangle BOA$，即 $\frac{PE}{BO} = \frac{PA}{AB}$. 设 $\odot P$ 的半径为 r，所以 $\frac{r}{\sqrt{3}} = \frac{3 - r}{2\sqrt{3}}$，即 $r = 1$，且 $\angle EPA = 60°$，所以

$$S_{阴影} = 2 \times \frac{1}{2}(\sqrt{3} \times 1 - \frac{\pi}{6} \times 1^2) = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{3}$$

(3) 设 $\odot D$ 切 AB 于点 M，连结 DM，则 $DM \perp AB$，所以 $AD = 2DM = 6$，$DP = DA - PA = 4$，即 $DP = R + r = 3 + 1 = 4$，则 $\odot P$ 与 $\odot D$ 相外切；或 $DP = DA + PA = 8$，即 $DP > R + r = 3 + 1 = 4$，则 $\odot P$ 与 $\odot D$ 外离.

(4) 当 $P(0, -1)$ 或 $P(0, -5)$，即 $a = -1$，或 $a = -5$ 时，$\odot P$ 与直线 AB、AC 都相切. 当 $-5 < a < -1$ 时，$\odot P$ 与 AB、AC 相交. 当 $a > -1$ 或 $a < -5$ 时，$\odot P$ 与 AB、AC 相离.

评析　本题虽然建立在平面直角坐标系中，但求解的每一步都离不开几何知识，这种数形结合的思想方法是解这类问题的灵魂.