

结构力学

JIEGOU LIXUE JIETI YU SIKAO

解题与思考

陈 燊 编著

煤炭工业出版社



JIEGOU LIXUE JIETI YU SIKAO

结构力学解题与思考

责任编辑：陈贵仁

封面设计：宁一平面设计（北京）有限公司

ISBN 978-7-5020-2963-0



9 787502 029630 >

定价：28.00元

结构力学解题与思考

陈 桑 编著

煤炭工业出版社

· 北 京 ·

内 容 提 要

本书简明概括结构力学的基本理论和解题方法,列举各种解题范例、典型习题和疑难问题,分析思路,深入讨论,释疑解难。全书共十二章,内容包括:平面体系机动分析,静定结构、超静定结构的内力与位移计算,结构矩阵分析及程序功能扩展,影响线的绘制及其应用,结构极限荷载,结构稳定与结构动力计算等。此外,还附有多组水平自测题与研究生入学试题。

本书可作为高等院校土建、水利及有关工程等专业的本科、专科大学生的主要教学参考书,以及函授、自考等成教学生的辅导教材,亦可供有关专业硕士研究生的考生和有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学解题与思考/陈秦编著. —北京:煤炭工业出版社,2007.10
ISBN 978-7-5020-2963-0

I. 结… II. 陈… III. 结构力学—解题
IV. O342-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 116452 号

煤炭工业出版社 出版
(北京市朝阳区芍药居 35 号 100029)
网址:www.cciph.com.cn
北京京科印刷有限公司 印刷
新华书店北京发行所 发行

开本 787mm×1092mm¹/₁₆ 印张 19¹/₄
字数 460 千字 印数 1—3,000
2007 年 10 月第 1 版 2007 年 10 月第 1 次印刷
社内编号 5762 定价 28.00 元

版权所有 违者必究

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,本社负责调换

修订版序

本书是为配合土建类和水利类结构力学课程学习而编写的。结构力学是土木工程等专业重要的专业基础课,具有系统的理论性和较强的实用性。作为配套使用的教学参考书,本书的编写顺序与统编教材基本一致,在内容上注重基本概念、基本原理和基本技巧的归纳总结,突出重点,顾及难点,有助于学生的能力培养。

本书第一版付梓使用多年,颇受师生欢迎。此次修订以精品课程建设为契机,补充更新教学素材,力图突破方法论的框框,以学生为主体,倡导自学、自练、自纠,鼓励一题多解、标新立异。本书通过典型例题的示范解析,设计足够题型、题量的解题训练,以及对多年教学中积累的学生容易混淆出错的疑难问题展开研讨,以吸引学生参与,帮助学生深入理解本课程的基本理论和基本内容,掌握解题要领,开阔思路,做到融会贯通、熟能生巧,具备更全面、更扎实的专业基本素养,为今后的学习和发展留有更大的余地和空间。

此次修订强化结构力学基础型模块,删去第十三章特种结构计算。对结构力学的扩展型模块和研究型模块,留待其他专著论述。修订版对第一版存在的疏漏和印刷错误进行全面的修订和勘误。考虑日益增多的考研学生的需求,附录增加研究生入学试题的模拟和介绍,以便进行自我水平测验。

借此机会,编者对本书引用过的原编著者表示衷心感谢,对关心支持和提出宝贵意见的同仁和学生表示诚挚谢意。书中不当之处,尚祈读者惠予指正。

本书的出版得到福州大学教材出版基金资助,作者谨此致谢。

陈 桑

2006年12月于福州大学

目 录

第一章 绪论 (1)	
第一节 结构力学的认识与展望 (1)	
第二节 结构力学的学习要求与学习方法 (1)	
第二章 平面体系的机动分析 (3)	
一、要点与解法 (3)	
二、例题详解 (3)	
三、习题提示与解答 (6)	
四、讨论题 (11)	
五、思考与答疑 (13)	
第三章 静电结构的内力计算 (17)	
第一节 静定梁与静定刚架 (17)	
一、要点与解法 (17)	
二、例题详解 (18)	
三、习题提示与解答 (22)	
四、讨论题 (29)	
五、思考与答疑 (33)	
第二节 静定拱 (36)	
一、要点与解法 (36)	
二、例题详解 (37)	
三、习题提示与解答 (39)	
四、讨论题 (40)	
五、思考与答疑 (41)	
第三节 静定平面桁架和组合结构 (43)	
一、要点与解法 (43)	
二、例题详解 (43)	
三、习题提示与解答 (48)	
四、讨论题 (56)	
五、思考与答疑 (60)	
第四章 结构位移计算 (62)	
一、要点与解法 (62)	
二、例题详解 (62)	
三、习题提示与解答 (66)	
四、讨论题 (74)	
五、思考与答疑 (79)	
第五章 力法 (83)	
一、要点与解法 (83)	
二、例题详解 (83)	
三、习题提示与解答 (96)	
四、讨论题 (102)	
五、思考与答疑 (107)	
第六章 位移法 (114)	
一、要点与解法 (114)	
二、例题详解 (114)	
三、习题提示与解答 (120)	
四、讨论题 (124)	
五、思考与答疑 (127)	
第七章 渐近法 (131)	
一、要点与解法 (131)	
二、例题详解 (131)	
三、习题提示与解答 (135)	
四、讨论题 (139)	
五、思考与答疑 (145)	
第八章 矩阵位移法 (149)	
一、要点与解题步骤 (149)	
二、上机实习指导 (154)	
三、程序应用示例 (157)	
四、程序功能扩展 (173)	
五、思考与答疑 (186)	
第九章 影响线及其应用 (189)	
一、要点与解法 (189)	
二、例题详解 (190)	
三、习题提示与解答 (196)	
四、讨论题 (205)	
五、思考与答疑 (212)	
第十章 结构的极限荷载 (216)	
一、要点与解法 (216)	
二、例题详解 (216)	
三、习题提示与解答 (220)	
四、讨论题 (222)	
五、思考与答疑 (228)	

第十一章 结构稳定计算 (230)	二、例题详解 (252)
一、要点与解法 (230)	三、习题提示与解答 (261)
二、例题详解 (231)	四、讨论题 (266)
三、习题提示与解答 (236)	五、思考与答疑 (278)
四、讨论题 (240)	附录 I 标准化模拟试题 (285)
五、思考与答疑 (246)	附录 II 福州大学 2007 年硕士研究生
第十二章 结构动力计算 (250)	入学考试试卷 (296)
一、要点与解法 (250)	主要参考文献 (302)

第一章 绪 论

第一节 结构力学的认识与展望

结构力学是固体力学的一个分支,任何工程结构物的设计、建造和创新都会遇到结构力学问题。结构力学又是土建、水工、航空等许多专业的主要技术基础课。一方面,以数学和基础力学(理论力学、材料力学)为基础;另一方面,为后续专业课程提供必要的力学基本理论和计算方法。

作为结构力学研究对象的结构,其类型是多种多样的,如杆件结构、薄壁结构、实体结构、板壳结构、索结构、地下结构、复合材料结构等。但狭义的结构往往指的是杆件结构,因此杆件结构的研究也就成了结构力学的基础。若干非杆系的常用结构或新型结构作为“特种结构”自然成为结构力学的扩展。讨论结构的组成规律和合理形式是结构力学的入门,但合理选择结构计算简图则具有更深的内涵;建立结构内力与变形的计算理论和方法是结构力学的主要内容(涉及静定与超静定结构,包括经典的力法、位移法和近代的矩阵位移法);深入研究结构的稳定与动力计算是目前工程界的科研前沿,其初等内容作为研究型模块反映在教材中是必不可少的。

结构力学还是一门实践性很强的力学学科,各种结构的推陈出新是要经过结构力学构思。结构力学原理的五个设计原则(传递荷载路径最短;各构件截面应力图面积最大;按结构受力特点选择材料;发挥结构体系的整体功能;挖掘主要受力构件的潜力),至今仍深刻地影响着工程界。

结构力学是富有生命力的学科之一。随着结构日趋复杂,已从狭义的杆系力学发展到广义的弹性结构力学。古老的力法、位移法奠定了结构力学的分析基础,刚度矩阵贯穿其中。此外,结构力学的研究层次已从被动分析发展到主动优化设计,从而进入结构状态控制,即进行结构特征识别、设计方案优化、工作状态与结构参数的调整控制。近年来,还发展了考虑荷载和结构本身所具有的各种不确定因素(如随机性、模糊性和未确定性)的分析方法,出现了不确定有限元分析、不确定性振动理论和广义可靠度理论。由于结构力学的实践性,它在结构工程的可行性论证、结构选型、全局优化、施工力学与维修加固理论等方面也多有应用。总之,结构力学“从狭义到广义,从被动到主动,从确定到不确定,并与结构工程渗透融合”的发展趋势已不容忽视。

第二节 结构力学的学习要求与学习方法

大学本科与大专的结构力学教学,应根据结构力学课程教学的基本要求选择适用的教材。为了适应面向 21 世纪的课程体系改革,有必要精练基础型模块,以增补扩展型或研究型模块内容。

对课程学习的要求应同素质教育的要求相一致,即注重以下四个方面的能力培养^[1]:

1)分析能力 对常用的杆件结构具有选择计算简图的初步能力,进行平衡分析和几何分析的能力,根据具体问题选择恰当的计算方法,并领会一般研究方法的能力。

2)计算能力 具有对各种静定、超静定结构进行计算与校核的能力,判断内力分布的合理性以及使用结构计算程序的能力。

3)自学能力 具有自学和阅读结构力学教学参考书及有关文献资料的能力。

4)表达能力 表现在作业的书写整洁与内容清晰上。作题要步骤分明,思路清楚,图形简明,数据准确,养成一种负责任的习惯和严谨的科学态度。

学习结构力学应掌握分析方法与解题思路(如过渡搭桥、化整为零、对比反推等),各种解法将在各章的要点与解法和思考与答疑中说明。学习结构力学需要刨根问底,对概念的理解,力求透彻,不满足于一孔之见;各章中的讨论题和思考与答疑题尚须读者开动脑筋,举一反三。

在普及计算机的今天,追求最佳解仍不失为学习的好方法,解一定数量题型的习题也是学习的重要一环。各章的例题详解力图给出示范性指导,而习题提示与解答提供所选习题的简解,目的在于分步提示,供适时核对,以节省解题时间,有助于自学自练自纠。

上机实践是学习矩阵位移法不可缺少的环节。可参照本书,在有限的机时内,选择合适的程序,按步骤实现既定目标,以达到更好的学习效果。理论联系实际无疑是最深刻的学习方法,应争取机会,贵在参与。

第二章 平面体系的机动分析

一、要点与解法

1. 平面体系求计算自由度公式

(1) 一般公式
$$W = 3m - 2h - r$$

式中, m 为体系刚片数; h 为体系单铰数; r 为体系支座链杆数。

(2) 平面铰结链杆体系
$$W = 2j - b - r$$

式中, j 为体系结点数; b 为体系内部链杆数; r 为体系支座链杆数。

2. 几何不变体系的简单组成规则

三刚片规则、二元体规则、两刚片规则, 实质上是一条规则, 即三刚片规则。

3. 三刚片虚铰在无穷远处的判定规则

(1) 一铰在无穷远, 且组成无穷远虚铰的两平行链杆与另二铰连线不平行, 体系为几何不变; 若平行, 则瞬变; 若平行且等长, 则为常变。

(2) 两铰在无穷远, 且组成二无穷远虚铰的两对平行链杆互不平行, 体系为几何不变; 若相互平行, 则为瞬变; 若四杆平行且等长, 则为常变。

(3) 三铰均无穷远时, 体系瞬变; 若三对同侧平行链杆各自等长, 则为常变。

4. 机动分析* 技巧

(1) 灵活选取刚片, 并逐步扩大刚片。

(2) 拆除二元体或取内部体系(符合两刚片规则时), 简化分析对象。

(3) 利用约束的等效代换以及刚片与链杆的互换。

(4) 利用虚实铰、无穷远铰之间的转换。

(5) 零载法只用于不按简单组成 规则组成 ($W=0$) 的体系。

二、例题详解

【例 2-1】对图 2-1 所示体系进行几何构造分析。

解: (1) 计算自由度:

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 5 = 0$$

(2) 几何构造分析:

视 BD 杆为刚片 I, DE 杆为刚片 II, 地基为刚片 III。刚片

I、II 以实铰 D 联结, 刚片 I、III 以链杆 1 和链杆 AB 构成虚铰 C 联结, 刚片 II、III 以链杆 2、3 交成无穷远虚铰联结, 链杆 2、3 不与 C 、 D 铰连线平行, 故整个体系为几何不变, 且无多余联系。

【例 2-2】试分析图 2-2 所示体系几何组成。

解: (1) 计算自由度:

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 9 - 2 \times 13 - 3 = -2$$

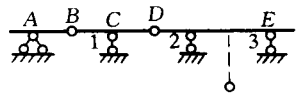


图 2-1

* 机动分析与几何构造分析及几何组成分析属同一个概念。

(2)几何构造分析:

体系内部与地基联结符合两刚片规则(由不共点也不全平行的三链杆联结),取体系内部分析。视基本三角形 ACD 和 CBE 为刚片 I、II,它们由实铰 C 和不过铰的链杆 DE 联结成几何不变体系,故整个体系为几何不变体系,链杆 DF 、 GE 为两个多余联系。

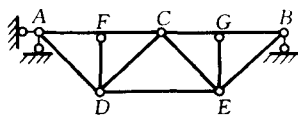


图 2-2

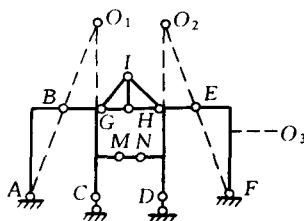


图 2-3

〔例 2-3〕对图 2-3 所示体系作机动分析。

解: (1)计算自由度:

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 10 - 2 \times 14 - 2 = 0$$

(2)几何构造分析:

视杆 BGC 、 DHE 和地基为刚片 I、II、III,视折杆 AB 、 EF 和刚片 GHI 为链杆 AB 、 EF 和 GH ,刚片 I、III 和刚片 II、III 分别以虚铰 O_1 和 O_2 联结,刚片 I、II 以两平行但不相等链杆交成的无穷远虚铰 O_3 联结,该平行链杆与虚铰 O_1 、 O_2 连线平行,故整个体系为几何瞬变。

〔例 2-4〕试对图 2-4 所示体系作几何构造分析。

解: (1)计算自由度:

$$W = 2j - b - r = 2 \times 12 - 21 - 3 = 0$$

(2)几何构造分析:

如图 2-4,由基本三角形及二元体构成的刚片 I、II、III,以实铰 A 和两个无穷远处的虚铰 B 、 C 两两相联,且组成两无穷远虚铰的两对平行链杆不平行,故内部体系几何不变,再以不全平行也不共点的三链杆与地基相联,整个体系为几何不变,且无多余联系。

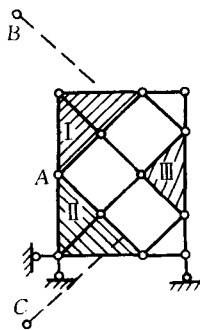


图 2-4

〔例 2-5〕对图 2-5 所示体系进行几何组成分析。

解: (1)计算自由度:

$$W = 2j - b - r = 2 \times 8 - 13 - 3 = 0$$

(2)几何构造分析:

如图 2-5,由基本三角形构成的刚片 I、II 与刚片 III 以三个无穷远处的虚铰 A 、 B 、 C 两两相联,且形成三个虚铰的三对同侧平行链杆各自等长,故体系内部为常变。虽与地基联结符合两刚片规则,但整个体系仍为几何可变。

〔例 2-6〕试对图 2-6 所示体系作机动分析。

解: (1)计算自由度:

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 8 - 2 \times 9 - 7 = -1$$

(2)几何构造分析:

在地基刚片上长出二元体,得到 A 、 B 、 C 铰结点,继续长出二元体 1-2,3-4,5-6,7-8,刚片扩大到整个体系, D 支座链杆为多余联系。由此可知,该体系为几何不变,且有一个多余

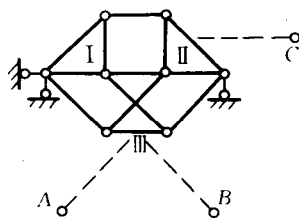


图 2-5

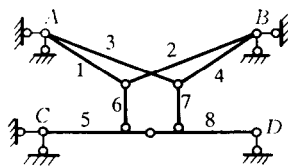


图 2-6

联系的体系。

〔例 2-7〕 试对图 2-7 所示体系作几何组成分析。

解：(1) 计算自由度：

$$W = 2j - b - r = 2 \times 12 - 20 - 4 = 0$$

(2) 几何构造分析：

选取基本三角形扩成的刚片 I (ACD)，刚片 II (CIKJ) 和刚片 III (EFHB)，实铰 C 联结 I、II 刚片，虚铰 H 联结 II、III 刚片，虚铰 B 由 AB 链杆 (联接地基刚片上的两个铰结点而成) 和链杆 DE 相交而成，并联结 I、III 刚片，C、H、B 三铰不共线，且与地基联成一体，故整个体系为无多余联系的几何不变体系。

〔例 2-8〕 试对图 2-8 所示体系作机动分析。

解：(1) 计算自由度：

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 24 - 2 \times 32 - 8 = 0$$

需要注意，该体系为非铰结链杆体系。

(2) 几何构造分析：

从地基上长出二元体 1-2 和 3-4，并与地基联结成大刚片 III，由基本三角形扩成的 ABC 和 ADE 为刚片 I 和刚片 II，并以实铰 A 联结。由于对称，联结 I、III 刚片与联结 II、III 刚片的虚铰都与实铰 A 重合，故体系为几何可变体系，二元体 5-6 未能改变体系的几何可变性。

〔例 2-9〕 试用零载法分析图 2-9 体系的几何构造性质。

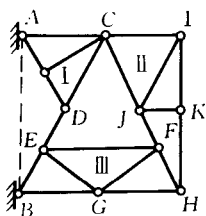


图 2-7

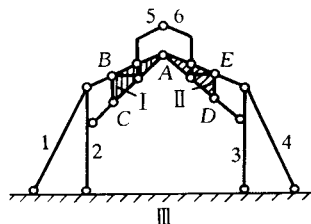


图 2-8

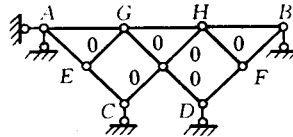


图 2-9

解：该体系计算自由度 $W=0$ ，可用零载法分析。在零荷载作用下，先由特殊结点判定零杆 (图 2-9)。取 C 结点 (或 D 结点)，由平衡条件得到 CE 杆 (或 DF 杆) 杆力为零和 C 支座 (或 D 支座) 反力为零，于是 AE 杆 (或 FB 杆) 杆力也为零。由于 $V_A=0$ (A 结点已成 T 形结点) 和 $R_B=0$ (B 结点已成为 L 形结点)；取整体，由 $\sum X=0$ ，得 $H_A=0$ 。于是可判定 AG、GH、HB 杆的杆力都为零。

由于在零荷载下，反力、内力为零是体系惟一确定的静力解答，故体系为几何不变体系，

且无多余联系。

〔例 2-10〕 试用零载法分析图 2-10 悬吊体系的几何构造性质。

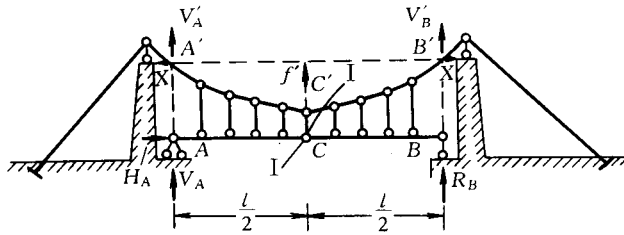


图 2-10

解：(1) 计算自由度：

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 21 - 2 \times 30 - 3 = 0$$

需要注意，塔顶索约束，仅有轴力，允许转动，相当于固定铰支座约束。

(2) 几何构造分析：

在 A'、B' 处截断悬索，设 A' 处零荷载作用时，索内力的水平分力为 X，竖向分力为 V_{A'}。若取索上各结点分析，可知各段索的水平分力也为 X，竖向分力为 V_{B'}。作 I-I 截面，取左半部为隔离体，由 $\sum M_C = 0$ ，得

$$(V_{A'} + V_A) \times \frac{l}{2} - X \times (f' + CC') + X \times CC' = 0 \quad (\text{在 } C' \text{ 点分解索力})$$

即
$$V_{A'} + V_A = \frac{2f'}{l} X$$

同样
$$V_{B'} + V_B = \frac{2f'}{l} X$$

取整体为隔离体，由 $\sum X = 0$ ，得
$$H_A + X - X = 0$$

即 $H_A = 0$ ；由 $\sum Y = 0$ ，得
$$\frac{2f'}{l} X + \frac{2f'}{l} X = 0$$

只能 $X = 0$ 。这说明：体系在零荷载下，索内力为零，于是各吊杆内力及支座反力 V_A 、 V_B 也为零，该静力解答是惟一的，故该悬吊体系为无多余联系的几何不变体系。

三、习题提示与解答

〔题 2-1〕 试对平面体系(图 2-11)进行机动分析。

提示：选取刚片，由三刚片规则(两虚铰在无穷远处)， $W = 0$ ，该体系为几何不变，且无多余联系。

〔题 2-2〕 试对平面体系(图 2-12)进行机动分析。

提示：刚片 I 是与地基联结成的大刚片，再与刚片 II、III 以三铰两两相联(一虚铰在无穷远处)， $W = 0$ ，该体系为几何不变，且无多余联系。

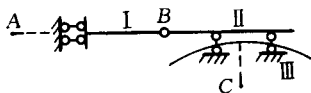


图 2-11

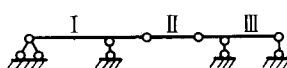


图 2-12

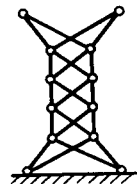


图 2-13

〔题 2-3〕 试对平面体系(图 2-13)进行机动分析。

提示: 依次拆除二元体, 直至地基刚片, $W=0$, 该体系为几何不变, 且无多余联系。

〔题 2-4〕 试对平面体系(图 2-14)进行机动分析。

提示: 从地基上长出二元体成刚片 I, 与由基本三角形扩成的刚片 II 符合两刚片规则联结, $W=0$, 该体系几何不变, 且无多余联系。

〔题 2-5〕 试对平面体系(图 2-15)进行机动分析。

提示: 三刚片以不共线三铰(其中, A、C 为虚铰)两两相联成几何不变体系, 且无多余联系。

〔题 2-6〕 试对平面体系(图 2-16)进行机动分析。

提示: 三刚片以不共线三铰(其中, C 为虚铰)两两相联成几何不变体系, 且无多余联系。

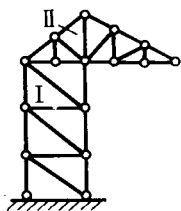


图 2-14

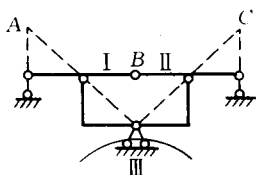


图 2-15

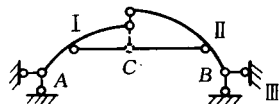


图 2-16

〔题 2-7〕 试对平面体系(图 2-17)进行机动分析。

提示: 刚片 I 是与地基联成的大刚片, 再与 II、III 刚片相联, I、III 刚片间只用一根链杆联结, 故体系为几何可变体系(常变)。

〔题 2-8〕 试对平面体系(图 2-18)进行机动分析。

提示: 可拆二元体, 但不能取内部体系分析。三刚片以三个虚铰(其中两个在无穷远处)相联成几何不变体系, 无多余联系。

〔题 2-9〕 试对平面体系(图 2-19)进行机动分析。

提示: 计算自由度 $W=4>3$, 此内部体系为几何可变体系(常变)。

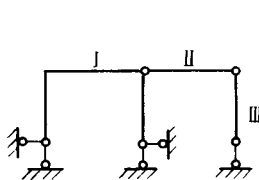


图 2-17

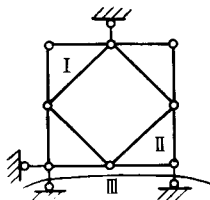


图 2-18

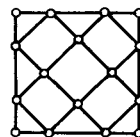


图 2-19

〔题 2-10〕 试对平面体系(图 2-20)进行机动分析(a、b 处非结点)。

提示: 取内部体系分析, 三刚片由不共线三铰(其中两个为虚铰)两两相联成几何不变体系, 无多余联系。

〔题 2-11〕 试对平面体系(图 2-21)进行机动分析(k 处非结点)。

提示: 如图 2-21 所示, 分别选杆件 AB、CD、EF 为刚片 I 和 II、III, 三虚铰共线, 该内部

体系为几何可变(瞬变)。

〔题 2-12〕试对平面体系(图 2-22)进行机动分析。

提示: 刚片 I、II 与地基刚片 III 联结成几何不变体系,再以二元体扩展的整个体系为几何不变,无多余联系。

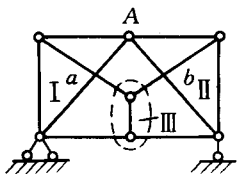


图 2-20

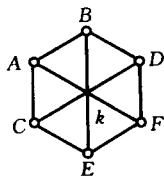


图 2-21

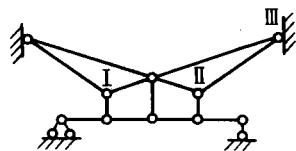


图 2-22

〔题 2-13〕试对平面体系(图 2-23)进行机动分析。

提示: 刚片 I、II 由刚杆添加二元体而成,三刚片以 A、B、C 三铰联结(其中 A、B 为虚铰)。体系几何不变,且无多余联系。

〔题 2-14〕试对平面体系(图 2-24)进行机动分析。

提示: 杆 1-2 为二元体,对称体系,取半分析。AB 杆、ACDE 部分和地基分别取为三刚片,符合三刚片规则。整个体系几何不变,无多余联系。

〔题 2-15〕试对平面体系(图 2-25)进行机动分析。

提示: 分析内部体系,由一个基本三角形增添二元体直至整个体系,故体系几何不变,有一链杆为多余联系。

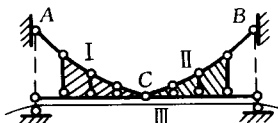


图 2-23

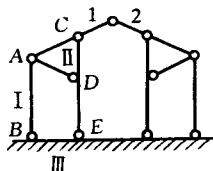


图 2-24

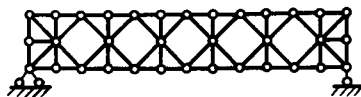


图 2-25

〔题 2-16〕试对平面体系(图 2-26)进行机动分析。

提示: AB 曲梁刚片先与地基刚片联结成大刚片,后依次长出二元体,成为几何不变体系,有 8 根链杆为多余联系。

〔题 2-17〕试对图 2-27 所示平面体系进行机动分析。

提示: 选取三刚片,用三铰两两相联(其中,两铰为无穷远处虚铰,两对链杆不平行),体系几何不变,无多余联系。

〔题 2-18〕试对图 2-28 所示平面体系进行机动分析。

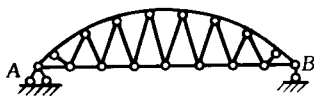


图 2-26

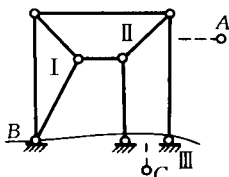


图 2-27

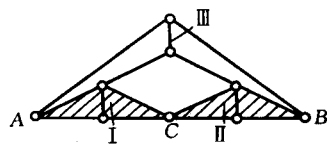


图 2-28

提示：三刚片以共线的三铰 A 、 C 、 B 相联，体系为几何可变(瞬变)。

〔题 2-19〕试对图 2-29 所示平面体系进行机动分析。

提示：计算自由度 $W=1$ ，体系为几何常变。

〔题 2-20〕试对图 2-30 所示平面体系进行机动分析。

提示：选择三刚片，以三个虚铰(其中一个在无穷远处)相联，体系几何不变，且无多余联系。

〔题 2-21〕试对图 2-31 所示体系用零载法进行几何构造分析。

提示：(1)计算自由度：

$$\begin{aligned} W &= 2j - b - r \\ &= 2 \times 8 - 12 - 4 = 0 \end{aligned}$$

(2)用零载法分析：

零荷载作用时， A 、 B 、 C 和 D 四结点均为 T 形结点，判定零杆。此后， E 、 F 、 G 、 H 四结点又为 T 形结点，再判定零杆，可知体系内力和反力均为零，且由平衡条件惟一确定，故体系几何不变，且无多余联系。

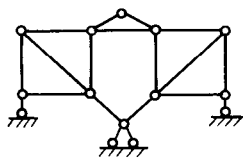


图 2-29

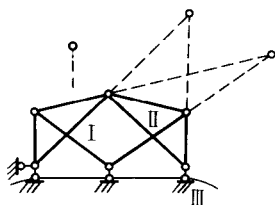


图 2-30

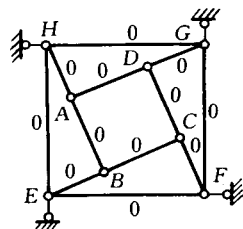


图 2-31

〔题 2-22〕试对图 2-32 所示平面体系用零载法进行机动分析。

提示：先隔离 $ABCD$ 框内的杆件—— AB 杆、 $BFCE$ 部分及 AD 与 DC (二元体)，依次与地基刚片联接成大刚片 I，又与框内的基本三角形所成的刚片 II 以共点三链杆相联。整个体系为瞬变体系。

〔题 2-23〕试对图 2-33 所示体系进行几何构造分析。

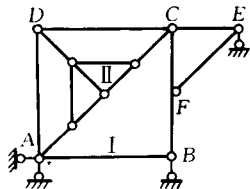


图 2-32

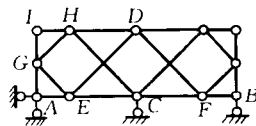


图 2-33

解：(1)计算自由度：

$$\begin{aligned} W &= 2j - b - r \\ &= 2 \times 12 - 20 - 4 = 0 \end{aligned}$$

(2)用零载法分析：

在零荷载作用下，取整体考虑，由 $\sum X=0$ ，得 $H_A=0$ 。利用体系对称性，有 $S_{DE}=S_{DF}$ 。

由 D 结点(K形结点)分析可得, $S_{DE} = -S_{DF}$, 故 $S_{DE} = S_{DF} = 0$, 由 T 形结点和 L 形结点判定零杆, $S_{GE} = S_{GH} = S_{HC} = 0$ 和 $S_{GI} = S_{IH} = 0$, 于是 $S_{EC} = S_{AE} = S_{AG} = S_{HD} = 0$, 即左半部杆力和反力都为零。由对称可知, 整个体系内力、反力等于零被惟一确定, 故该体系为几何不变, 且无多余联系。

〔题 2-24〕试用零载法对图 2-34 所示体系进行几何构造分析。

提示: (1) 计算自由度:

$$\begin{aligned} W &= 3m - 2h - r \\ &= 3 \times 7 - 2 \times 8 - 5 = 0 \end{aligned}$$

(2) 用零载法分析:

在零荷载作用下, 设 $R_B = X (\uparrow)$, 作 I-I 截面, S_{FG} 在 F 点分解为 X_{FG} 和 Y_{FG} 。由 $\sum M_D = 0$, 得

$$X_{FG} = \frac{2a}{h} X, \quad Y_{FG} = 2X \text{ (拉)}$$

取结点 F 分析, 得

$$X_{FH} = \frac{2a}{h} X, \quad Y_{FH} = 2X \text{ (拉)}$$

则

$$R_F = -Y_{FG} - Y_{FH} = -4X (\downarrow)$$

其次, 作 II-II 截面, 取 CDB 段为隔离体。由 $\sum M_C = 0$, 得

$$X_{EK} \cdot h + 3a \cdot R_F - 5a \cdot R_B = 0$$

即

$$X_{EK} = -\frac{7a}{h} X, \quad Y_{EK} = -7X \text{ (压)}$$

取结点 E 平衡, 得

$$X_{EJ} = -\frac{7a}{h} X, \quad Y_{EJ} = -7X \text{ (压)}$$

于是

$$R_E = -Y_{EK} - Y_{EJ} = 14X (\uparrow)$$

最后取整体平衡分析, 由 $\sum M_B = 0$, 得

$$R_A = -\frac{62}{7} X (\downarrow)$$

由 $\sum Y = 0$, 得

$$-\frac{62}{7} X + 14X - 4X + X = 0$$

即

$$\frac{15}{7} X = 0, \quad X = 0$$

在零荷载下, 体系零反力和零内力解答被惟一确定, 故整个体系几何不变, 无多余联系。

〔题 2-25〕试用零载法对图 2-35 所示体系进行几何构造分析。

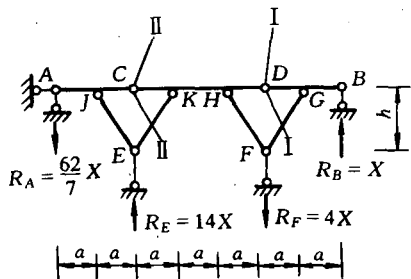


图 2-34

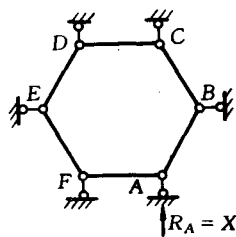


图 2-35