

新世纪 全国高等中医药院校规划教材



高等数学

供中医药类专业用

主编 周 喆

中国中医药出版社



新世纪全国高等中医药院校规划教材

高等数学

(供中医药类专业用)

主 编 周 喆 (长春中医学院)
副主编 曹治清 (成都中医药大学)
王世钦 (甘肃中医学院)
关明云 (辽宁中医学院)
于鹤丹 (黑龙江中医药大学)
邵建华 (上海中医药大学)

中国中医药出版社

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学/周喆主编. --北京: 中国中医药出版社,
2005. 4

新世纪全国高等中医药院校规划教材
ISBN 7-80156-635-1

I. 高… II. 周… III. 高等数学-中医院校-教材
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 078716 号

中国中医药出版社出版

发行者: 中国中医药出版社

(北京市朝阳区北三环东路 28 号易亨大厦 电话: 64405750 邮编: 100013)

(邮购联系电话: 84042153 64065413)

印刷者: 天津市蓟县宏图印务有限公司

经销者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 850×1168 毫米 16 开

字 数: 453 千字

印 张: 19.25

版 次: 2005 年 4 月第 1 版

印 次: 2006 年 8 月第 3 次印刷

册 数: 10001—15000

书 号: ISBN 7-80156-635-1/R·635

定 价: 25.00 元

如有质量问题, 请与出版社发行部调换。

HTTP://WWW.CPTCM.COM

全国高等中医药专业教材建设

专家指导委员会

- 主任委员** 李振吉 (国家中医药管理局副局长)
- 副主任委员** 王永炎 (中国中医研究院名誉院长 中国工程院院士)
贺兴东 (国家中医药管理局科技教育司司长)
- 委员** (按姓氏笔画排列)
- 王绵之 (北京中医药大学 教授)
- 王明来 (国家中医药管理局科技教育司副司长)
- 王新陆 (山东中医药大学校长 教授)
- 邓铁涛 (广州中医药大学 教授)
- 石学敏 (天津中医学院教授 中国工程院院士)
- 龙致贤 (北京中医药大学 教授)
- 皮持衡 (江西中医学院 教授)
- 刘振民 (北京中医药大学 教授)
- 任继学 (长春中医学院 教授)
- 严世芸 (上海中医药大学校长 教授)
- 李任先 (广州中医药大学 教授)
- 李庆生 (云南中医学院院长 教授)
- 吴咸中 (天津中西医结合医院教授 中国工程院院士)
- 张士卿 (甘肃中医学院院长 教授)
- 肖培振 (中国医学科学院教授 中国工程院院士)
- 陈可冀 (中国中医研究院教授 中国科学院院士)
- 周仲瑛 (南京中医药大学 教授)
- 郑守曾 (北京中医药大学校长 教授)
- 胡之璧 (上海中医药大学教授 中国工程院院士)
- 项 平 (南京中医药大学校长 教授)
- 施 杞 (上海中医药大学 教授)
- 徐志伟 (广州中医药大学副校长 教授)

前 言

“新世纪全国高等中医药院校规划教材”是依据教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神，在教育部、国家中医药管理局规划指导下，由全国中医药高等教育学会组织、全国高等中医药院校联合编写、中国中医药出版社出版的高等中医药院校本科系列教材。

本系列教材采用了“政府指导、学会主办、院校联办、出版社协办”的运作机制。为确保教材的质量，在教育部和国家中医药管理局指导下，建立了系统完善的教材管理体制，成立了全国高等中医药专业教材建设专家指导委员会、全国高等中医药教材建设研究会，对本系列教材进行了整体规划，在主编遴选、教学大纲和教材编写大纲、教材质量等方面进行了严格的审查、审定。

本系列教材立足改革，更新观念，以新的专业目录为依据，以国家规划教材为重点，按主干教材、配套教材、改革创新教材分类，以宽基础、重实践为原则，是一套以国家规划教材为重点，门类齐全，适应培养新世纪中医药高质量、创造性人才需要的系列教材。在教材组织编写的过程中引入了竞争机制，教材主编和参编人员全国招标，按照条件严格遴选，专家指导委员会审议，择优确定，形成了一支以一线专家为主体，以老带新的高本平的教材编写队伍，并实行主编负责制，以确保教材质量。

本系列教材编写实施“精品战略”，从教材规划到教材编写、专家审稿、编辑加工、出版，都有计划、有步骤实施，层层把关，步步强化，使“精品意识”、“质量意识”贯彻全过程。每种教材的教学大纲、编写大纲、样稿、全稿，都经过专家指导委员会审定，都经历了编写会、审稿会、定稿会的反复论证，不断完善，重点提高内在质量。尤其是根据中医药教材的特点，在继承与发扬、传统与现代、理论与实践、中医与西医等方面进行了重点论证，并在继承传统精髓的基础上择优吸收现代研究成果；在写作方法上，大胆创新，使教材内容更为系统化、科学化、合理化，更便于教学，更利于学生系统掌握基本理论、基本知识和基本技能；注意体现素质教育和创新能力与实践能力的培养，为学生知识、能力、素质协调发展创造条件。

在出版方面，出版社全面提高“精品意识”、“质量意识”，从编辑、设计、印刷、装帧质量，在各个环节都精心组织、精心施工，力争出版高水平的精品教材，使中医药教材的出版质量上一个新台阶。

本系列教材按照中医药专业培养目标和国家中医药执业医师资格考试要求，以国家规划教材为重点，门类齐全，适合全国各高等中医药院校中医学专业、针灸推拿学专业、中药学专业本科教学使用。是国家中医执业医师资格考试、国家中医药专业技术人员职称资格考试的参考书。

本系列教材于2002年年底出版的主要为中医专业、针灸推拿专业、中药专业教材，共计46门，其中34门被教育部评选为“普通高等教育‘十五’国家级规划教材”。

值得提出的是，本系列教材在审定时，专家指导委员会王永炎院士、邓铁涛教授、任继学教授、肖培根院士、胡之璧院士等专家对教材书稿进行了严格把关，提出精辟的意见，对保证教材质量起了重要作用；水套教材的编写出版，得到中国中医药出版社和全国高等中医药院校在人力、物力上的大力支持，为教材的编写出版创造了有利条件。各高等中医药院校，既是教材的使用单位，又是教材编写任务的承担单位，在本套教材建设中起到了主体作用。在此一并致谢！

本系列教材在继承的基础上进行了一定力度的致革与创新，在探索的过程中难免有不足之处，甚或错漏之处，敬请各教学单位、各位教学人员在使用中发现问题，及时提出批评指正，以使我们重印或再版时予以修改，使教材质量不新提高，更好地适应新世纪中医药人才培养需要。

全国中医药高等教育学会
全国高等中医药教材建设研究会

2002年8月

新世纪全国高等中医药院校规划教材

《高等数学》编委会

- | | | |
|-----|-----|------------|
| 主 编 | 周 喆 | (长春中医学院) |
| 副主编 | 曹治清 | (成都中医药大学) |
| | 王世钦 | (甘肃中医学院) |
| | 关明云 | (辽宁中医学院) |
| | 于鹤丹 | (黑龙江中医药大学) |
| | 邵建华 | (上海中医药大学) |
| 编 委 | 刘明芝 | (湖南中医学院) |
| | 张琮琮 | (江西中医学院) |
| | 曹 敏 | (贵阳中医学院) |
| | 王淑媛 | (长春中医学院) |
| | 严云良 | (浙江中医学院) |
| | 谢海林 | (山西中医学院) |
| | 赵文峰 | (河南中医学院) |
| | 黄 浩 | (福建中医学院) |

编写说明

数学教育的重要性源于它的教育价值。众所周知,数学首先是一种计算工具,在现代科技发展的时代,精确地量化处理实际问题是众多学科的一致要求,这一点已在充分影响现代社会发展的计算机技术中得到体现。同时,数学是一种语言,是一种高度抽象的科学语言,正是这种高度抽象,使其成为一种从量的角度对客观事物及其变化规律进行研究的有力工具。传统的力学、物理学、天文学以及化学,正是借助于这样的工具使学科自身获得突飞猛进的发展。进入20世纪以后,不仅以生物学为代表的众多自然学科逐步迈入这个领域;相对论、量子力学、信息论、控制论等也借助数学工具成为现代科学的里程碑;而诸如语言学、文学、史学、哲学、经济学等社会科学也纷纷向这一领域迈进,数学已经成为所有学科发展的重要基础。数学不仅是知识,还是一种严密的思维运动。数学教育的基本要素是使认识与结论具有严格的逻辑性,正是这种由数学化引起的思维变化,使人类的思维能力得到了空前的提高。在当前深化教育改革、全面推进素质教育的形势下,加强学生的数学教育尤为重要。数学教育的价值还体现在培养学生真诚、正直、坚韧和勇敢的性格特征,以及严谨、踏实的工作作风上。因此,高等数学已经成为高等院校众多专业学生必修的基础课程。

本教材是“新世纪全国高等中医药院校规划教材”之一,根据教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神,为适应我国高等中医药教育发展的需要,全面推进素质教育,培养新世纪高素质创新人才而编写的。本教材由全国中医药院校长期从事数学教学工作的教师编写。在编写过程中,我们既注重教学学科本身的科学性与系统性,又注意其在中医药学科领域的应用,并使二者教好地结合起来。

全书共10章,包括一元函数微积分、多元函数微积分、微分方程与矩阵的基本知识,并将空间解析几何的有关部分以预备知识的形式编入相应的章节中,还根据全国高校数学教育的改革发展趋势,介绍了以Mathcad为代表的计算软件,以期在培养学生抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想像能力的同时,进一步强化学生的实践技能、激发学生的创新意识。本书可供医药院校各专业、

各层次的学生使用，也可作为医药工作者学习高等数学的参考书。

由于我们水平有限，编写时间仓促，难免有不当与错误之处，恳请读者与同行批评指正。

《高等数学》编委会

2004年6月

目 录

1 函数与极限

1.1 函数 1

1.1.1 常量与变量 1

1.1.2 函数的概念 1

1.1.3 函数的表示法 2

1.1.4 几种特殊的函数性质 3

1.1.5 反函数 3

1.1.6 函数概念的应用 4

1.2 初等函数 5

1.2.1 基本初等函数 5

1.2.2 复合函数 6

1.2.3 初等函数 6

1.3 极限 7

1.3.1 数列的极限 7

1.3.2 函数的极限 8

1.3.3 无穷小量与无穷大量 10

1.4 函数极限的运算 11

1.4.1 函数的极限运算法则 11

1.4.2 未定式的极限运算 12

1.4.3 两个重要极限 13

1.4.4 极限模型 15

1.5 函数的连续性 15

1.5.1 函数的增量 15

1.5.2 函数的连续与间断 16

1.5.3 初等函数的连续性 18

1.5.4 闭区间上连续函数的性质 19

习题 1 19

2 导数与微分

2.1 导数的概念 23

2.1.1 导数的概念 23

2.1.2 可导与连续的关系 24

2.1.3 导数的基本公式 25

2.2 导数的运算法则 26

2.2.1 四则运算求导法则 26

2.2.2 复合函数求导 27

2.2.3 隐函数求导方法 29

2.2.4 取对数求导方法 30

2.2.5 基本初等函数的导数公式 30

2.2.6 高阶导数 31

2.3 变化率模型 32

2.3.1 独立变化率模型 32

2.3.2 相关变化率模型 33

2.3.3 边际函数 34

2.4 函数的微分 35

2.4.1 微分的概念 35

2.4.2 微分的意义 36

2.4.3 微分的计算 36

2.4.4 微分在近似计算中的应用 37

2.4.5 微分在误差估计中的应用 38

习题 2 39

3 导数的应用

3.1 中值定理 42

3.1.1 罗尔定理 42

3.1.2 拉格朗日中值定理 43

3.1.3 柯西中值定理 44

3.1.4 罗必达法则 45

3.2 函数性态的研究 48

3.2.1 函数的单调性和极值 48

3.2.2 曲线的凹凸性与拐点 53

3.2.3 曲线的渐近线	55	5.5 定积分的近似计算	99
3.2.4 函数图形的描绘	57	5.6 广义积分和 Γ 函数	101
3.3 函数展为幂级数	59	5.6.1 广义积分	101
3.3.1 用多项式近似表示函数	59	5.6.2 Γ 函数	105
3.3.2 常用的几个函数的幂级数展 开式	62	习题 5	105
习题 3	65	6 微分方程	
4 不定积分		6.1 微分方程的基本概念	108
4.1 不定积分的概念与性质	67	6.1.1 引出微分方程的两个实例	108
4.1.1 原函数	67	6.1.2 常微分方程	109
4.1.2 不定积分的概念	68	6.1.3 常微分方程的解	109
4.1.3 不定积分的几何意义	68	6.2 常见微分方程的解法	110
4.1.4 不定积分的简单性质	69	6.2.1 可分离变量的微分方程	110
4.2 不定积分的基本公式	70	6.2.2 齐次方程	111
4.2.1 基本公式	70	6.2.3 一阶线性微分方程	112
4.2.2 直接积分法	70	6.2.4 贝努利方程	114
4.3 两种积分法	71	6.2.5 可降阶的微分方程	115
4.3.1 换元积分法	71	6.2.6 二阶常系数线性微分方程	117
4.3.2 分部积分法	78	6.2.7 二阶常系数非齐次线性微分 方程	121
习题 4	81	6.3 拉普拉斯变换	123
5 定积分及其应用		6.3.1 拉普拉斯变换及逆变换	124
5.1 定积分的概念	84	6.3.2 拉氏变换及逆变换性质	125
5.1.1 两个实际问题	84	6.3.3 拉氏变换解初值问题	125
5.1.2 定积分的概念	85	6.4 微分方程的应用	127
5.2 定积分的简单性质	86	6.4.1 化学反应速率模型	127
5.3 定积分的计算	88	6.4.2 医学模型	128
5.3.1 牛顿-莱布尼茨公式	88	6.4.3 药理学模型	129
5.3.2 定积分的换元法和分部积 分法	90	习题 6	131
5.4 定积分的应用	92	7 多元函数微分学	
5.4.1 平面图形的面积	92	7.1 预备知识	134
5.4.2 旋转体的体积	95	7.1.1 空间直角坐标系	134
5.4.3 变力作功	96	7.1.2 向量代数	135
5.4.4 液体压力	97	7.1.3 二次曲面简介	138
5.4.5 定积分在医学上的应用	98	7.1.4 柱面	139
		7.2 多元函数与极限	139

7.2.1 多元函数的概念	139	8.4.4 特殊路径上曲线积分的计算	167
7.2.2 二元函数的极限	141	8.4.5 曲线积分模型	168
7.2.3 二元函数的连续性	141	8.5 格林公式	169
7.3 多元函数的偏导数	142	8.5.1 曲线积分与二重积分的关系	169
7.3.1 偏导数的概念与计算	142	8.5.2 曲线积分计算平面图形面积	171
7.3.2 偏导数的几何意义	143	8.5.3 曲线积分与路无关的条件	171
7.3.3 偏导数与连续的关系	144	8.5.4 二元函数的全微分求积	173
7.3.4 高阶偏导数	144	习题 8	174
7.4 多元函数的全微分	145	9 矩阵	
7.4.1 全增量与全微分的概念	145	9.1 行列式	177
7.4.2 全微分在近似计算上的应用	146	9.1.1 行列式的概念	177
7.5 复合函数的微分法	147	9.1.2 n 阶行列式	179
7.5.1 链式法则	147	9.1.3 行列式的性质	180
7.5.2 全微分形式不变性	149	9.1.4 行列式的计算	181
7.6 多元函数的极值	150	9.2 矩阵	182
7.6.1 极大值和极小值	150	9.2.1 矩阵概念	182
7.6.2 最大值和最小值	151	9.2.2 矩阵加法	183
习题 7	152	9.2.3 数乘矩阵	183
8 多元函数积分学		9.2.4 矩阵乘法	184
8.1 二重积分的概念与性质	155	9.2.5 转置矩阵	186
8.1.1 二重积分的定义	155	9.3 逆矩阵	187
8.1.2 二重积分的性质	156	9.3.1 方阵	187
8.2 二重积分的计算	157	9.3.2 逆矩阵	187
8.2.1 直角坐标系下计算二重积分	157	9.3.3 可逆的充要条件	188
8.2.2 极坐标系下计算二重积分	159	9.3.4 逆矩阵的计算	189
8.3 二重积分的应用	160	9.4 线性方程组	191
8.3.1 二重积分的几何应用	160	9.4.1 高斯消元法	191
8.3.2 二重积分的物理应用	162	9.4.2 齐次线性方程组解的结构	192
8.3.3 利用二重积分计算广义积分	163	9.4.3 非齐次线性方程组解的结构	194
8.4 对坐标的曲线积分	164	9.4.4 矩阵的特征值与特征向量	195
8.4.1 对坐标曲线积分的定义	164	习题 9	196
8.4.2 对坐标曲线积分的性质	165		
8.4.3 对坐标曲线积分的计算	166		

10 数学实验	
10.1 函数与极限实验	199
10.1.1 实验目的	199
10.1.2 Mathcad2000 窗口	199
10.1.3 Mathcad2000 数值计算	202
10.1.4 函数运算	204
10.1.5 极限运算	207
实验 10.1	208
10.2 导数与微分实验	209
10.2.1 实验目的	209
10.2.2 Mathcad2000 求导运算	209
10.2.3 变量的求解	211
10.2.4 直角坐标图形	213
10.2.5 极坐标图形	216
实验 10.2	217
10.3 导数的应用实验	217
10.3.1 实验目的	217
10.3.2 Mathcad2000 最值计算	217
10.3.3 Mathcad2000 幂级数展开	220
10.3.4 直角坐标及极坐标动画	221
10.3.5 复平面动画	224
实验 10.3	226
10.4 不定积分实验	227
10.4.1 实验目的	227
10.4.2 Mathcad2000 不定积分运算	227
10.4.3 曲面图	228
10.4.4 三维图形向导	231
10.4.5 用函数绘制图形	233
实验 10.4	235
10.5 定积分实验	235
10.5.1 实验目的	235
10.5.2 Mathcad2000 定积分运算	235
10.5.3 旋转面动画	238
10.5.4 三维动画	240
10.5.5 数据绘图	242
实验 10.5	244
10.6 常微分方程实验	245
10.6.1 实验目的	245
10.6.2 一阶常微分方程的通解	245
10.6.3 二阶常微分方程的通解	247
10.6.4 拉氏变换解初值问题	249
10.6.5 常微分方程的数值解	251
实验 10.6	254
10.7 多元函数微分学实验	254
10.7.1 实验目的	254
10.7.2 Mathcad2000 偏导数计算	254
10.7.3 最优化问题	257
10.7.4 蝴蝶效应	259
10.7.5 曲线拟合与回归	261
实验 10.7	264
10.8 多元函数积分学实验	265
10.8.1 实验目的	265
10.8.2 二重积分及三重积分计算	265
10.8.3 曲线积分与曲面积分计算	268
10.8.4 统计函数	269
10.8.5 傅氏变换与 Z 变换	273
实验 10.8	274
10.9 矩阵实验	274
10.9.1 实验目的	274
10.9.2 矩阵运算	275
10.9.3 投入产出分析	277
10.9.4 线性规划	279
10.9.5 对策论	280
10.9.6 Mathcad 电子书	282
实验 10.9	284
10.10 程序设计实验	284
10.10.1 实验目的	284

10.10.2 顺序程序设计	284	10.10.5 结构化程序设计	289
10.10.3 分支程序设计	285	10.10.6 模块化程序设计	290
10.10.4 循环程序设计	287	实验 10.10	291

1 函数与极限

函数是高等数学的主要研究对象, 极限是高等数学研究函数的重要工具, 并且是微积分各种概念及计算方法建立和应用的基础. 因此, 函数和极限是高等数学中最重要的基础概念.

1.1 函数

1.1.1 常量与变量

在某一过程中, 保持同一数值的量称为**常量**, 可以取不同数值的量称为**变量**.

例 1 圆的面积公式为 $A = \pi r^2$, 其中 π 是固定不变的量, 为常量; r 、 A 是变化的量, 为变量.

在实际问题中, 一个量是常量还是变量, 要视情况而定. 精确度要求不高时, 整个地球上的重力加速度可以看成常量. 要求比较精确时, 整个地球上重力加速度就是变量, 同一地点的重力加速度可以看成常量. 若考虑地层运动引起重力加速度变化, 则同一地点的重力加速度也是变量.

1.1.2 函数的概念

在例 1 圆面积公式中, 半径 r 在 $(0, +\infty)$ 范围内变化时, 面积 A 按公式确定的值进行对应. 两个变量间的这种依存关系称为**函数**.

定义 1 设 x 、 y 为同一过程的两个变量. 若对非空数集 D 中任一 x (记为 $\forall x \in D$), 在数集 M 中存在 y (记为 $\exists y \in M$), 按一定的法则 f 有唯一确定的值与之对应, 则称 f 是定义在 D 上的函数, 记为 $y = f(x)$.

x 称为**自变量**, y 称为**因变量**或**函数**. 自变量的取值范围 D 称为**定义域**, 因变量 y 相应的取值范围 M 称为**函数的值域**.

当 x 取数值 $x_0 \in D$ 时, 与 x_0 对应的 y 的数值 y_0 称为函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**, 常记为 $f(x_0)$ 、 $y(x_0)$ 、 $y|_{x=x_0}$.

例 2 $y > x$ 不是函数关系.

解 函数的定义要求对任一 x 值, 存在唯一确定的 y 值与之对应. 本例按对应法则, 对任一 x 值, 有无数多个 y 值与之对应, $y > x$ 不符合函数的定义, 所以不是函数关系.

例 3 讨论由关系式 $x^2 + y^2 = 1$ 确定的函数.

解 原式可解出 $y = \pm\sqrt{1-x^2}$. 由函数定义可知, 它是定义在同一定义域 $D = [-1, 1]$ 上的两个函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 和 $y = -\sqrt{1-x^2}$.

如果对应法则在整个定义域 D 上不能用一个解析式表示, 而必须把 D 分为若干部分, 在各部分要用不同的解析式表示, 则这样的函数称为分段函数. 分段函数的函数值, 要注意自变量所取值在什么范围.

例 4 绝对值函数

$$y = |x| = \sqrt{x^2} = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

和符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

虽然形式上也可以写为一个式子, 但是, 这两个函数的对应法则都必须把 D 分为小区间表示. 因而, 它们都是分段函数, 图形分别如图 1-1、图 1-2 所示.

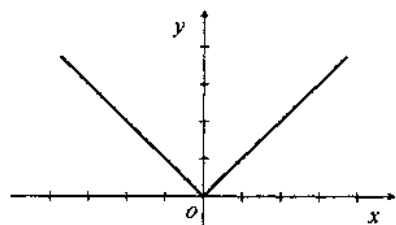


图 1-1

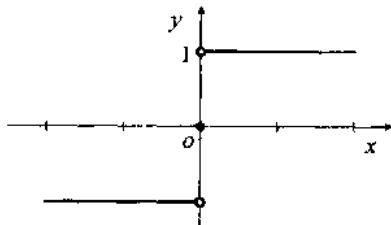


图 1-2

例 5 在生理学研究中, 有人根据血液中胰岛素浓度 $C(t)$ (单位/ml) 随时间 t (min) 变化的数据, 建立经验公式, 即

$$C(t) = \begin{cases} t(10-t) & 0 \leq t \leq 5 \\ 25e^{-k(t-5)} & t > 5 \end{cases}$$

求胰岛素浓度函数 $C(t)$ 的定义域.

解 胰岛素浓度 $C(t)$ 是时间 t 的分段函数, 定义域 $D = [0, 5] \cup (5, +\infty) = [0, +\infty)$.

定义域和对应法则决定了函数的构成, 是函数的两要素. 两个函数只有在它们的定义域及对应法则都相同时, 它们才是相同的.

例 6 $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ 与 $u = 1$ 是相同的函数.

解 虽然变量用的字母不同、解析式的形式不同, 但它们的定义域与对应法则相同. 因此, 它们是相同的函数.

例 7 $y = x$ 与 $w = |t|$ 是不同的函数.

解 虽然定义域都为 $(-\infty, +\infty)$, 但它们的对应法则不同, 如: 自变量取值 -1 , $y = x$ 用 -1 对应, $w = |t|$ 用 1 对应. 因此, 它们是不同的函数.

1.1.3 函数的表示法

函数的表示法有解析法、列表法、图象法.

解析法用数学公式或方程表示变量间的函数关系,优点是便于计算和理论分析.解析式明显地用一个变量的代数式表示另一个变量时,称为**显函数**,如 $A=\pi r^2$;解析式没有明显地用一个变量的代数式表示另一个变量时,称为**隐函数**,如 $x^2+y^2=1$ 、 $e^{xy}+y=\sin x$ 等.

列表法用表格列出变量间的函数关系,优点是可以不用计算直接从表上读出函数值.试验数据常使用列表法,使用统计方法建立函数关系的解析式,称为经验公式.

图象法用坐标系中的图形表示变量间的函数关系,优点是直观、明显.心电图、自动记录的气温曲线、试验数据绘制的散点图或曲线,都是用图象法表示函数.

在实际问题中,三种表示方法常结合使用.

1.1.4 几种特殊的函数性质

有些函数具有一些特殊的性质,利用这些特性可方便于对这些函数的研究.

1. 奇偶性

若 $\forall x \in D$,总有 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**.偶函数的图形关于纵轴对称.

若 $\forall x \in D$,总有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为**奇函数**.奇函数图形关于原点对称.

例如: $y=x^2$ 及 $y=\cos x$ 是偶函数, $y=\frac{1}{x}$ 及 $y=\sin x$ 是奇函数, $y=x+\cos x$ 是非奇非偶函数.

2. 单调性

若区间 $(a,b) \subset D$, $\forall x_1, x_2 \in (a,b)$,当 $x_1 < x_2$ 时,总有 $f(x_1) < f(x_2)$,则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 上**单调递增**.若区间 $(a,b) \subset D$, $\forall x_1, x_2 \in (a,b)$,当 $x_1 < x_2$ 时,总有 $f(x_1) > f(x_2)$,则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 上**单调递减**.

单调递增函数的图形沿横轴正方向上升,单调递减函数的图形沿横轴正方向下降.例如:函数 $y=x^2$ 在区间 $(-\infty,0)$ 单调递减,在区间 $(0,+\infty)$ 单调递增,在整个区间 $(-\infty,+\infty)$ 不是单调的.

3. 有界性

区间 $(a,b) \subset D$,若日常数 k ,使 $\forall x \in (a,b)$,总有 $f(x) \leq k$,则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 有上界 k ;若总有 $f(x) \geq k$,则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 有下界 k .若 $f(x)$ 在区间 (a,b) 既有上界又有下界,则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) **有界**.有上界函数的图形位于某水平线下方,有下界函数的图形位于某水平线上方.例如:函数 $y=\sin x$ 在整个区间 $(-\infty,+\infty)$ 上有界;函数 $y=\frac{1}{x}$ 在区间 $(-\infty,0)$ 有上界而无下界、在区间 $(0,+\infty)$ 有下界而无上界.

4. 周期性

若日常数 m ,使 $\forall x \in D$,总有 $f(x+m)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为**周期函数**,称 m 为它的**周期**.周期函数的图形按周期循环出现.例如:常值函数 $y=C$ 是以任意常数为周期的周期函数,三角函数 $y=\sin \omega x$ 是以 $\frac{2\pi}{|\omega|}$ 为最小正周期的周期函数.

1.1.5 反函数

在研究两个变量的函数关系时,可以根据问题需要,选定其中一个变量为自变量、另一