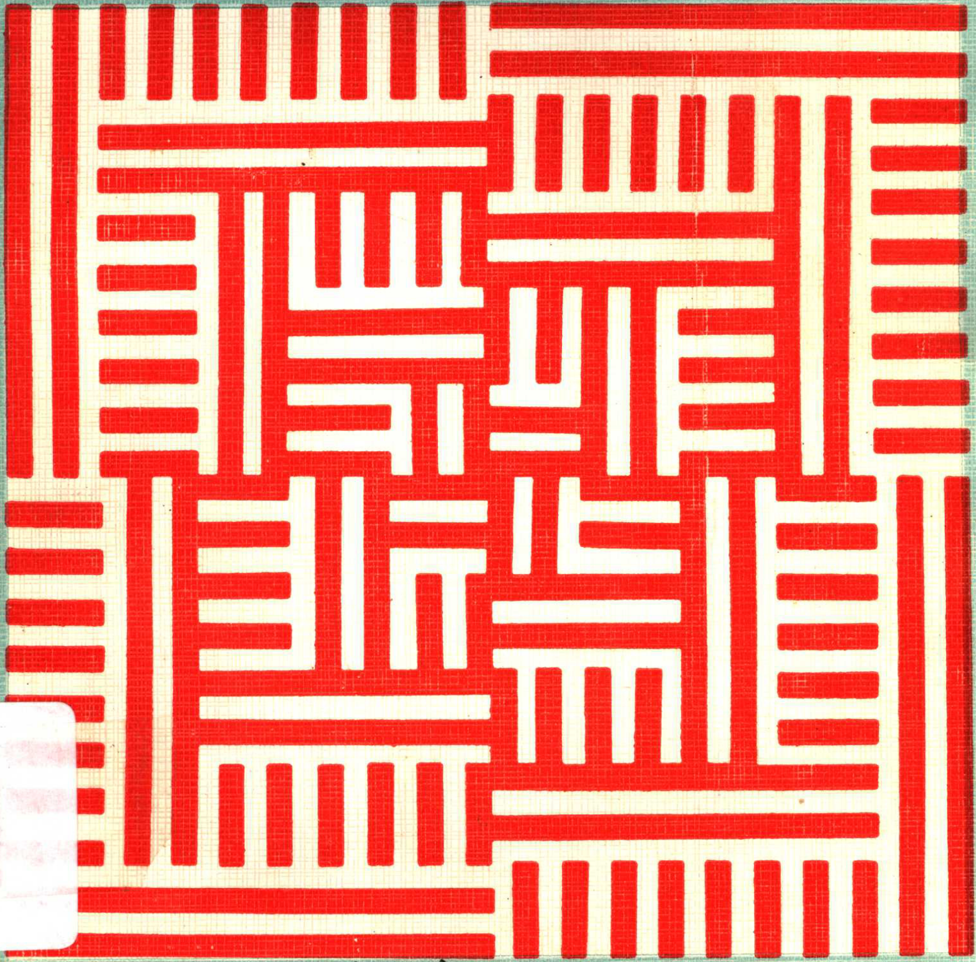
PHYSICS

ALONSO-FINN

物理學

第二冊

謝芳生譯



東華書局印行

前　　言

物理學是一門基本科學，它對其他一切科學都有深遠的影響，所以不只是以物理爲主科和工程方面的學生必須對它的基本觀念有澈底的瞭解，而是任何一個準備以科學爲職業的人（包括主修生物，化學，以及數學的學生們）都必須具有同樣的瞭解。

對理學院和工學院的學生而言，普通物理這門課的主要目的（同時也許是它之所以被列在課程中的唯一原因）是給學生們一個統一的物理觀念。這一點應當由分析各個基本原理和它們的涵意，以及它們的限度來辦到，所以這本書設計爲理學院和工學院學生的一門二學期用的普通物理課——所介紹的是我們認爲構成今日物理學核心的基本觀念。

直到最近爲止，物理學被教得彷彿是由幾門科學聚積而成的，它們之間多少有些關係却又沒有一個眞正統一的觀點。傳統式的分爲力學、熱學、聲學、光學、電磁學，以及近代物理學（…"學"）不再合用。我們脫離了這種傳統的方法。採用一個較更合邏輯而統一的介紹法，強調各項不滅定律，場和波的觀念，以及物質的原子觀。特殊相對論的基本原則在全書中均被用來作爲輔導原理之一，任何物理理論必須符合這點。

主要題材可分爲三部份：(1) 質點，(2) 相互作用及場，(3) 波。在第一篇中我們由力學開始以便建立一些基本原理，這些原理在敘述我們所觀察到的在我們周圍的運動時是必須的。在這一篇中我們由統計力學的觀點，來討論熱力學；我們相信這種方法比較簡單而合理。然後，因爲自然界的一切現象都是相互作用的結果，而這些作用又是以場的觀念來分析的，所以我們在第二篇內考慮現在所認出的各種作用和它們相關的場，重心吸引作用和電磁作用被討論得非常詳細，因爲它們是

大多數所見的巨觀現象 (Macroscopic phenomena) 的起因；和核子現象以及涉及基本質點的過程有關的各種強、弱作用則討論得很簡明。在第三篇中我們將波當作場的觀念的結果來討論。一般包括在聲學和光學內的材料我們都列在這部份內。但是重點則在電磁波方面。最後一章是量子力學的簡短介紹。在全書內我們一再地談到物質的構造，卽是原子，分子，原子核，以及基本質點。

這本書很新穎，不只是它的介紹方法不同，它的觀念也特出，因爲我們加入了一些基本題材是一般普通物理教本中所沒有的；同時也略去了一些傳統上所談到的問題。所用數學限於微積分內的非常基本的觀念。許多基本原理的應用以及一些特殊題材均以做好的例題形式出現。這樣，教師可以趁方便的時候說明，或者選擇地來討論，是以在課程的編組方面伸縮性較大。證明以及限於物理涵義內的數學計算均和教本的主體分開(*用灰色的底)以免讀者在閱讀時失去物理推理的主源。這樣安排同時又使教師在要略去某些證明時可以較爲自由。

我們採用 IUPAP 的符號，單位及名稱委員會的推薦。我們一直用的是 SI 單位，以米，仟克，秒，以及庫侖爲基本單位 (卽 MKSC 制)。然而我們同時也介紹了一些 CGS 制和英制中常用的單位。

所有物理常數，到小數第四位爲止，都是用 1964 年的值。自從本書付印之後又有一些常數被發表出來 (B. N. Taylor, W. H. Parker, 及 D. N. Langenberg, Rev. Mod. Phy. 41, 375, 1969)，它影響書中所列的幾項數值。

所有各項科學的課程都受到很大的壓力要將新近變得有關的各門課包括進去，我們期望這本初級物理的書能減少一些這種壓力，因爲它在不需要不適當的努力下在學生們大學教育的早期提高了學生對物理觀念的瞭解以及運用它們的能力。

我們要對某些人，由於他們的鼓勵和協助才使此書得以完成的人，

譯註：* 在本書中用小號字體以示區分。

表示謝意。我們特別要感謝我們傑出的同事 D. Lazarus 教授，他是這本書的顧問編輯，他的批評和指教幫助我們修正並改進這書的許多地方。我們對 Addison-Wesley 工作人員的才能和努力也十分感激。末了，我們至少應該感謝我們的妻子們，她們一直非常耐心地陪着我們。

艾隆索　M. A.
斐　恩　E. J. F.

華盛頓
1969　十月

第二册　目　錄

11

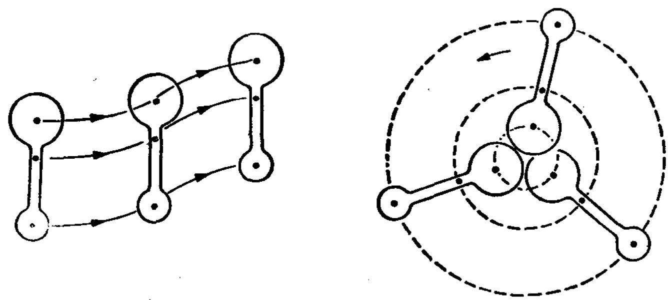
剛體的動力學

(Dynamics of Rigid Body)

11-1 引 論 (Introduction)

由許多質點組成的系統中的一個重要的特例是**剛體**(rigid body)；就是說這種物體的組成質點間的距離，在外加的力或轉矩下恆保持一定。所以剛體在運動時保持它的形狀不變。

我們可以將剛體的運動分爲二類，當所有質點循平行的路線進行，於是聯接任何二點的連線總和它的最初位置平行（見圖 11-1a)，這種



(a) (b)

圖 11-1 (a) 剛體的移動，(b) 剛體的轉動

運動稱爲**移動** (translation)。當所有質點依照圍繞一條線的各圓周路線運動時，這種運動稱爲繞一軸的**轉動** (rotation)，這條線被稱爲轉動軸(圖 11-1b)，軸本身可以是固定的，也可以在運動時改變它對物體的方向。

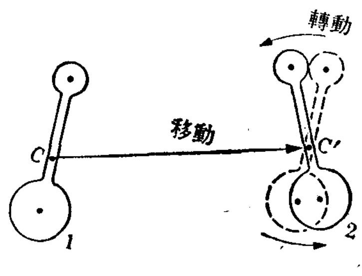


圖 11-2 剛體的一般運動

一個剛體的最普通的運動總可以被認爲是一項轉動和一項移動的組合。舉例而言，圖 11-2 中的物體由 1 的位置到 2 的位置的運動可以被認爲是由位移 CC'——連接二質量中心的位置——所代表的移動和圍繞經過質量中心 C' 的軸的轉動所合成的。

按照 (10-8) 式

$$M\frac{d\boldsymbol{v}_{CM}}{dt}=\boldsymbol{F}_{ext},$$

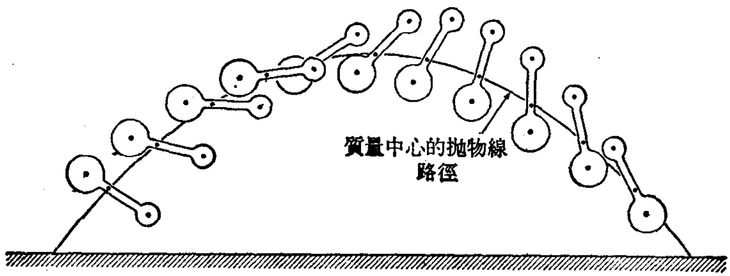


圖 11-3　剛體在重力作用下的運動，質量中心走的是拋物路線，相當於一個質量 M 的質點在 Mg 力的作用下，而物體繞質量中心轉。

質量中心的運動和一個質點的完全一樣，這質點的質量等於物體的質量，同時它受到一力的作用，此力等於加在物體上一切外力之和（圖 11-3）。這運動可以依照第七章內談到一質點的動力學時所解釋的方法來分析，所以並不涉及特殊技術。本章內我們將檢查剛體繞一軸的轉動，這軸可以經過一個慣性系統內的一個固定點，也可以經過物體的質量中心。

11-2　剛體的角動量
(Angular momentum of a rigid body)

讓我們考慮一個剛體以角速度 ω 在繞 Z 軸轉動（圖 11-4），它的每一質點在一個圓心在 Z 軸上的圓周上運動。舉例而言，質點 A_i 走的是半徑 $R_i=A_iB_i$ 的圓，速度是

$$\boldsymbol{v}_i=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}_i,$$

其中 $\boldsymbol{r}_i$ 是對 O 的位置向量（這 O 點可以被選在慣性坐標中的一個固定點處，或者在物體的質量中心處）。速度的大小是：

$$v_i = \omega R_i.$$

注意：我們寫的是 ω 而不是 ω_i，因爲剛體內各質點的角速度都是一樣的。質點 A_i 對原點 O 的角動量是：

$$\boldsymbol{L}_i = m_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{v}_i. \qquad (11\text{-}1)$$

它的方向垂直於由向量 $\boldsymbol{r}_i$ 和 $\boldsymbol{v}_i$ 所定的平面，而在 $\boldsymbol{r}_i$ 和 Z 軸所定的平面內。物體的總角動量是：

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_1 + \boldsymbol{L}_2 + \boldsymbol{L}_3 + \cdots\cdots = \sum_i \boldsymbol{L}_i,$$

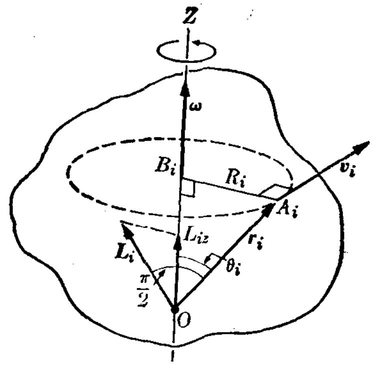


圖 11-4 轉動剛體的角動量

而一般說來並不平行於轉動軸，像圖 11-4 所畫的，總和中的各項 $\boldsymbol{L}_i$ 不和軸平行的。

我們現在要規定一量：

$$I = m_1 R_1{}^2 + m_2 R_2{}^2 + m_3 R_3{}^2 + \cdots\cdots = \sum_i m_i R_i{}^2, \qquad (11\text{-}2)$$

稱爲物體對轉動軸 Z 的**轉動慣量** (moment of inertia)。這量的求法是先將各個質點的質量與它到軸的距離的平方二者相乘，再將所有各質點的這項乘積相加而得到的。轉動慣量是一個非常重要的量，在許多和剛體的轉動有關的式子中都會出現，它必須以質量的單位和距離單位平方的乘積來表示。在 *MKSC* 制中轉動慣量是以米^{2}仟克作單位來表示的。

在下面將證明沿轉動軸 Z 的總角動量是：

$$L_z = I\omega. \qquad (11\text{-}3)$$

不論質點系統是不是剛體，這式子都是正確的。然而在系統不是剛體的情形下轉動慣量 I 就不是一個固定的量，是以失去了它大部份的用處。

(11-3) 式的證明 利用圖 11-4，我們注意質點 A_i 的角動量 $\boldsymbol{L}_i$ 和轉動軸 Z 成

$\pi/2-\theta$ 的角度。按照(11-1)式 L_i 的大小是 $m_ir_iv_i$；如果再利用

$$R_i=r_i\sin\theta_i \quad 及 \quad v_i=\omega R_i,$$

則平行於 Z 軸的 L_i 的分量是：

$$\begin{aligned}L_{iz}&=(m_ir_iv_i)\cos(\pi/2-\theta_i)\\&=m_i(r_i\sin\theta_i)(\omega R_i)=m_iR_i^2\omega,\end{aligned}$$

所以轉動物體的總角動量沿轉動軸 Z 的分量是：

$$\begin{aligned}L_z&=L_{1z}+L_{2z}+L_{3z}+\cdots\cdots\\&=(m_1R_1^2+m_2R_2^2+m_3R_3^2+\cdots\cdots)\omega\\&=(\sum_i m_iR_i^2)\,\omega=I\omega.\end{aligned}$$

主軸　我們可以證明每一個物體不論它的形狀如何都(至少)有三個互相垂直的方向，在這方向的角動量和轉動軸平行，這些軸被稱爲**慣性的主軸** (principle axes of inertia)，而它們的轉動慣量就被稱爲**主要轉動慣量** (principle moment of inertia)，以 I_1, I_2，和 I_3 來代表，令 $X_0Y_0Z_0$ 代表主軸，它們就形成一個聯在物體上的參考坐標，所以一般而言是在對觀察者作轉動的。當物體具有某些對稱性的時候主軸就會和一些對稱軸相重合。舉例而言，在圓球中任何經過圓心的軸就是一個主軸。就柱體來說，一般上凡是具有柱形對稱性的物體它的對稱軸和垂直於對稱軸的任一軸都是主軸。長方形塊狀的三個主軸是垂直於表面而通過中心的，這些軸都畫在圖 11-5 上。

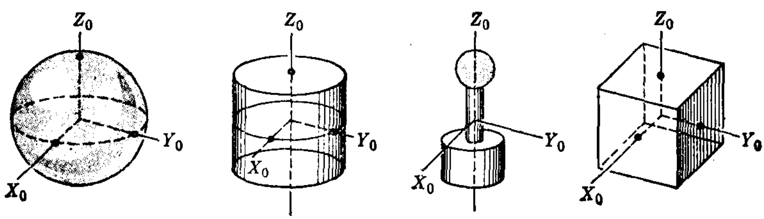


圖 11-5　對稱物體的主軸

當物體繞慣性主軸轉動時，總角動量 L 和角速度 ω 平行，而後者總是沿轉動軸的，所以我們可以不用 (11-3) 的無向量式——此式對於

沿轉動軸的 Z 分量永遠成立——而寫成向量關係：

$$\mathbf{L}=I\boldsymbol{\omega} \quad \text{(只可用於主軸)}, \tag{11-4}$$

其中 I 是對這主軸的主要轉動慣量。我們必須強調這向量式只能在對慣性主軸轉動時才成立。

例11-1 圖 11-6 所畫的系統的角動量，這系統是由二個一樣的球組成的，球的質量為 m，裝在聯到軸承而繞軸轉的二臂上。臂的質量可以略去不計。

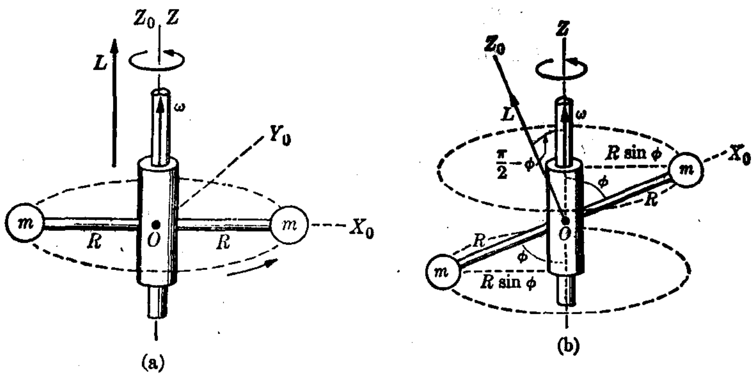


圖 11-6

解：在圖 11-6(a) 中二臂是垂直於轉動軸 Z 的。每個球以速度 $v=\omega R$ 在半徑為 R 的圓圈上運行，於是各球對 O 的角動量是

$$mRv=mR^2\omega,$$

方向是沿 Z 軸的。系統的總角動量是

$$L=2mR^2\omega,$$

且是沿 Z 軸的這就表示這系統是繞一主軸在轉。

注意：$I=2mR^2$ 是繞 Z 軸的轉動慣量。

在圖 11-6(b) 中二臂和轉動軸 Z 成 ϕ 角，所以 ω 不是和主軸平行的。各球所行圓圈的半徑是 $R\sin\phi$，所以它們速度的大小是 $(R\sin\phi)\omega$. 於是各球對 O 的角動量是

$$mRv=mR\,(R\omega\sin\phi),$$

方向是沿 Z_0 軸的，垂直於連接二球的線而在由 Z 和 X_0 軸所定的平面

內。系統的總角動量是

$$L=(2mR^2 \sin\phi)\,\boldsymbol{\omega}$$

而與轉動軸成 $\pi/2-\phi$ 的夾角。所以在這情形下之系統，並不是繞一主軸轉動的，這一點由系統的幾何形狀上也可以看出來。向量 $\boldsymbol{L}$ 以和系統同樣的時率在繞 Z 軸轉動〔或者，有的時候說在**進動** (precessing)〕。

沿轉動軸的 $\boldsymbol{L}$ 的分量是

$$L_z=L\cos(\pi/2-\phi)=(2mR^2\sin^2\phi)\,\omega=I\omega,$$

這和 (11-3) 式相符合因為

$$I=2m(R\sin\phi)^2$$

是系統對 Z 軸的轉動慣量。

11-3 轉動慣量的計算 (Calculation of the moment of inertia)

一個剛體是由許多很近地在一起的質點所組成的，所以 (11-2) 式中的和也可以用積分來代替

$$I=\sum_i m_i R_i^{\,2}=\int R^2 dm,$$

如果 ρ 是物體的密度，

$$dm=\rho dV$$

$$I=\int \rho R^2 dV \tag{11-5}$$

物體若是均勻的話，密度是一定值，於是我們可以不用 (11-5) 式而寫為

$$I=\rho\int R^2 dV.$$

這積分就簡化為一個幾何因數，凡是形狀和尺寸相同的物體，這因數都

一樣，由圖 11-7 可知，

$$R^2=x^2+y^2,$$

所以繞 Z 軸的轉動慣量是

$$I_z=\int\rho(x^2+y^2)dV, \quad (11\text{-}6)$$

I_x 和 I_y 的關係式是和上式相似的。

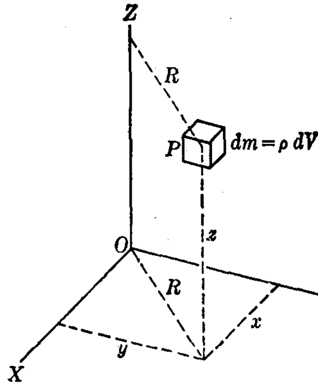


圖 11-7

如果物體是一薄片，如圖 11-8 所示，對 X 和對 Y 軸的轉動慣量可以寫爲

$$I_x=\int\rho y^2dV \quad 和 \quad I_y=\int\rho x^2dV$$

因爲 Z 坐標原則上是零。將上式和 (11-6) 式相比較可得

$$I_z=I_x+I_y,$$

這項結果只有在薄片時成立。

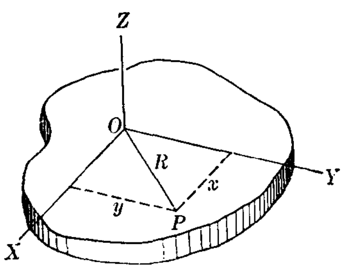


圖 11-8

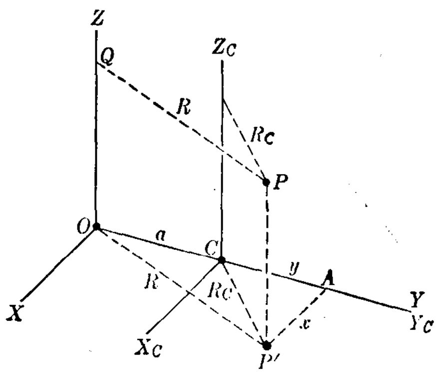


圖 11-9

對於二平行軸的轉動慣量之間的關係可以用一個很簡單的式子來表示，令 Z 爲一任意軸，Z_C 爲平行於 Z 而經過物體的質量中心的一軸（圖 11-9）。如果 a 是二軸之間的間隔則下述關係稱爲**史但納定理**（Steiner's theorem）成立：

$$I=I_C+Ma^2, \tag{11-7}$$

其中 I 和 I_C 分別是物體對 Z 和 Z_C 的轉動慣量，M 是物體的質量。

(11-7)式的證明 讓我們將 $X_CY_CZ_C$ 軸的原點選在質量中心 C 處而令 Y_C 軸在 Z 和 Z_C 所定的平面內。選 XYZ 軸時令 Y 和 Y_C 重合。P 點是物體 M 中的一個任意點。然後由圖 11-9 可知 $P'A$ 是垂直於 Y_C 的，同時

$$P'A=x, \quad CA=y, \quad 而 \quad OC=a.$$

由於 $R_C{}^2=x^2+y^2$，是以

$$\begin{aligned}R^2&=x^2+(y+a)^2=x^2+y^2+2ya+a^2\\&=R_C{}^2+2ya+a^2.\end{aligned}$$

對 Z 軸的轉動慣量是

$$\begin{aligned}I&=\sum mR^2=\sum m\,(R_C{}^2+2ya+a^2)\\&=\sum mR_C{}^2+2a\,(\Sigma\, my)+a^2\,(\Sigma\, m)\end{aligned}$$

第一項就是對 Z_C 軸的轉動慣量 I_C，而最後一項中的

$$\Sigma\, m=M$$

是物體的總質量。所以

$$I=I_C+2a\sum my+Ma^2. \tag{11-8}$$

要計算中間項時我們根據 (4-19) 式知道質量中心的位置是

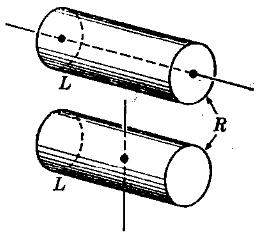
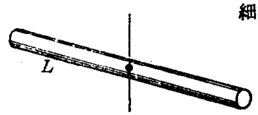
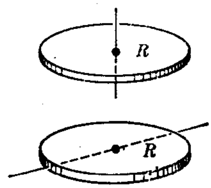
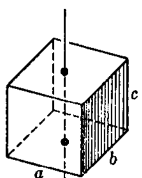
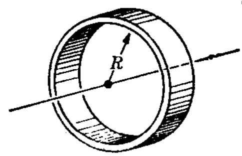
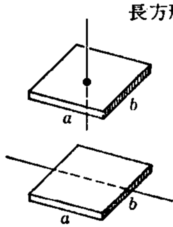
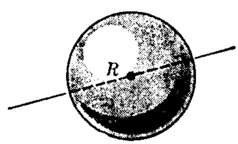
$$y_{CM}=\frac{\sum my}{\sum m}.$$

但是在我們的情形下 $y_{CM}=0$，因為質量中心和 $X_CY_CZ_C$ 坐標的原點 C 相重合。於是

$$\Sigma\, my=0,$$

所以 (11-8) 式就變為 (11-7) 式，後者因而被證實了。

表 11-7 一些簡單物體的迴轉半徑

K^2	軸	K^2	軸
$\frac{R^2}{2}$	圓柱體 	$\frac{L^2}{12}$	細棒 
$\frac{R^2}{4}+\frac{L^2}{12}$		$\frac{R^2}{2}$	圓盤 
		$\frac{R^2}{4}$	
$\frac{a^2+b^2}{12}$	長方體 	R^2	圓環 
$\frac{a^2+b^2}{12}$	長方形薄片 	$\frac{2R^2}{5}$	球體 
$\frac{b^2}{12}$			

一個物體的**迴轉半徑** (radius of gyration) K 是一量，定義是：

$$K=\sqrt{\frac{I}{M}}, \quad \text{或者} \quad I=MK^2, \qquad (11\text{-}9)$$

其中 I 是轉動慣量而 M 是物體的質量。所以 K 代表離軸的距離，所有質量可以聚在這點而不致改變轉動慣量。這是一項很有用的量，因為就均勻物體而言，它可以完全由物體的形狀來決定。它可以被列在表中，再由此來決定轉動慣量。