

人造卫星测轨方法

Satellite Orbit Determination

张玉祥 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

图书在版编目(CIP)数据

人造卫星测轨方法/张玉祥编著. —北京:国防工业出版社, 2007. 5

ISBN 978-7-118-04934-3

I. 人… II. 张… III. 人造卫星—轨道—计算
IV. P173. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 045958 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

京南印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 10% 字数 276 千字

2007 年 5 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 38.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。
4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下，原国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革。因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗！

**国防科技图书出版基金
评审委员会**

国防科技图书出版基金 第五届评审委员会组成人员

主任委员 刘成海

副主任委员 王 峰 张涵信 程洪彬

秘书 长 程洪彬

副秘书长 彭华良 蔡 镛

委员 (按姓氏笔画排序)

于景元 王小謨 甘茂治 刘世参

杨星豪 李德毅 吴有生 何新贵

佟玉民 宋家树 张立同 张鸿元

陈冀胜 周一字 赵凤起 侯正明

常显奇 崔尔杰 韩祖南 傅惠民

舒长胜

前　　言

自从 1957 年苏联第一颗人造地球卫星上天以来,世界航天事业获得了飞速发展。我国从 1970 年 4 月 24 日发射第一颗人造地球卫星——“东方红一号”以来,已成功地发射了几十颗不同类型的人造卫星,卫星的应用领域不断扩大。“神舟五号”和“神舟六号”载人飞船相继发射成功,标志着我国的航天技术已跻身于世界航天大国的行列,取得了惊人的成绩。

人造卫星的轨道测定是从事航天测控、轨道预报和空间目标监测的科技人员必须具备的知识。本书正是为满足这些工程技术人员的工作需要而编写的。全书内容侧重实际应用,以介绍计算模型和相关公式为主线,突出实用性的特色,略去了很多公式冗长的推导过程;同时力求兼顾人造卫星测轨理论的系统性和完整性,对一些基本原理和概念也作了简单介绍。全书共分 6 章。第 1 章~第 3 章介绍人造地球卫星轨道的基础知识,包括时间系统、坐标系统、二体问题及初轨的计算方法;第 4 章和第 5 章介绍卫星的轨道摄动和摄动计算的方法(分析法与数值法);第 6 章介绍多资料精确定轨问题,即微分轨道改进。为了便于在工程实际中应用,书中比较详尽地列出人造卫星测轨的计算公式,甚至介绍了具体的计算步骤。

本书是编者在 1997 年编写的内部教材的基础上,根据最近几年来工程实践任务的检验情况,经过修改补充后完成的,这里面包含了编者及其同事们多年从事卫星测轨工作的经验总结。

在航天技术发展过程中,我国学者和工程技术人员在人造卫星测轨理论和测轨方法方面作了大量的工作,取得了许多有价值的成绩。本书试图部分地反映他们的工作,书中也引用了他们的

一些研究成果。在这里,要特别感谢中国科学院南京紫金山天文台陆本魁研究员对编者的热情帮助和大力支持,他在百忙中审阅了本书的初稿,提出了许多宝贵的意见。在本书的编写过程中,中国卫星海上测控部和其下属的试验技术部的领导、机关以及编者的同事们,自始至终地给予鼓励和帮助,提供了很多方便。编者谨向所有这些同志表示感谢。

由于编者水平所限,书中难免有不少缺点和错误,恳请读者指正。

编著者
2006年于常州

目 录

第 1 章 预备知识	1
1.1 人造卫星单位系统和常数	1
1.2 时间系统	2
1.3 坐标系统	18
1.4 卫星位置在轨道坐标系中的表示	34
1.5 几种地心系中人造卫星轨道根数之间的关系	35
第 2 章 二体问题	38
2.1 二体问题的运动方程	38
2.2 单位矢量系统	40
2.3 微分方程的解	45
2.4 二体问题的卫星星历计算	56
2.5 二体问题的其他常用公式	71
第 3 章 初轨计算	77
3.1 由 r_0, \dot{r}_0 计算轨道根数	77
3.2 用 t_0 时刻的 r_0, \dot{r}_0 表示 t 时刻的 r, \dot{r}	87
3.3 拉普拉斯方法及其改进	95
3.4 高斯方法	101
3.5 混合资料的定轨方法	119
3.6 多站同步观测资料的定轨	124
3.7 初轨计算的加权单位矢量法	131
3.8 小结	149
第 4 章 人造卫星的受摄运动	151
4.1 摆动方程	152

4.2	几个概念	163
4.3	地球形状摄动	168
4.4	大气阻力摄动	186
4.5	日月摄动	203
4.6	太阳光压摄动	219
4.7	小结	230
第5章	人卫工作中的数值方法	237
5.1	常微分方程初值问题的数值解法	238
5.2	Runge-Kutta 法	242
5.3	线性多步法	252
5.4	用数值法解卫星受摄运动方程	263
第6章	微分轨道改进	267
6.1	轨道改进的基本原理	267
6.2	观测资料对卫星状态矢量的偏导数	269
6.3	卫星位置、速度对瞬时轨道根数的偏导数	274
6.4	瞬时轨道根数对待估状态量的偏导数	285
6.5	轨道改进的计算步骤	292
6.6	轨道改进中的几个具体问题	304
6.7	用有摄单位矢量法进行微分轨道改进	309
参考文献	328

Contents

Chapter 1 Preparatory Knowledge	1
1. 1 Unit Systems and Constants of Artificial Earth Satellite	1
1. 2 Time Systems	2
1. 3 Coordinate Systems	18
1. 4 Expression of Artificial Satellite Position in the Orbit Coordinate System	34
1. 5 The Mutual Relations between Each Set of Orbital Elements Corresponding to Different Earth-Centered Equatorial Coordinate Systems ...	35
Chapter 2 The Two-Body Problem	38
2. 1 The Motion Equation of the Two-Body Problem	38
2. 2 The Unit Vector Systems	40
2. 3 The Solution of Differential Equation	45
2. 4 Satellite Ephemeris Calculation of the Two-Body Problem	56
2. 5 Usual Formulas of the Two-Body Problem	71
Chapter 3 Initial Orbit Determination	77
3. 1 Calculation of the Orbital Elements from r_0 and \dot{r}_0	77
3. 2 Use the Position and Velocity Vector at a Given Time for Expressing $r(t)$ and $\dot{r}(t)$	87
3. 3 Laplace's Method and Its Improvement	95
3. 4 Gauss's Method	101

3. 5	Calculation of the Orbital Elements with Mixed Data	119
3. 6	Calculation of the Orbital Elements with Multiple Stations' Synchronous Observation	124
3. 7	Weighted Unit-Vector-Method for Initial Orbit Determination	131
3. 8	Summary	149

Chapter 4 The Perturbed Motion of Artificial

	Earth Satellite	151
4. 1	N-Body problem and Equation of Perturbed Motion	152
4. 2	Some Concepts	163
4. 3	Nonspherical Gravitational Potential Perturbation	168
4. 4	Atmospheric Drag Perturbation	186
4. 5	Lunisolar Perturbation	203
4. 6	Solar Radiation Pressure Perturbation	219
4. 7	Summary	230

Chapter 5 Numerical Methods for Motion Equation of

Artificial Earth Satellite

5. 1	Numerical Method for Initial Value Problem of Ordinary Differential Equations	238
5. 2	Runge-Kutta Method	242
5. 3	Linear Multistep Method	252
5. 4	Numerical Method for Perturbed Motion Equations of Artificial Earth Satellite	263

Chapter 6 Differential Orbit Improvement

6. 1	Fundamental Principle of Differential Orbit Improvement	267
6. 2	Partial Derivatives of Measurement Data Taken	

	with Respect to Satellite State Vector	269
6. 3	Partial Derivatives of Satellite Position and Velocity Vector Taken with Respect to Instantaneous Orbital Elements	274
6. 4	Partial Derivatives of Instantaneous Orbital Elements Taken with Respect to State Vector Which Needs Estimating	285
6. 5	Calculation Steps of Differential Orbit Improvement	292
6. 6	Several Problems in Differential Orbit Improvement	304
6. 7	Differential Orbit Improvement by Perturbed Unit Vector Methods	309
References	328

第1章 预备知识

1.1 人造卫星单位系统和常数

为了计算和公式表达的方便,选取适当的计算单位是很有必要的。根据人造卫星(简称人卫)工作的习惯用法,选取地球质量 M 和地球参考椭球体的赤道半径 a_e 分别作为质量单位和长度单位,而时间单位 τ^0 则为导出单位,它将使该单位系统中万有引力常数 $G = 1$ 。

国际大地测量与地球联合会第16届大会推荐的数值如下。

真空光速: $C_0 = (299792458 \pm 1.2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

牛顿引力常数: $G = (6672 \pm 4.1) \times 10^{-14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$

地球自转角速度(凑整值): $\omega = (7292115) \times 10^{-11} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

地心引力常数(含大气层): $GM = (3986005 \pm 3) \times 10^8 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$

带球谐系数: $J_2 = (108263 \pm 1) \times 10^{-8}$

$$J_3 = (-254 \pm 1) \times 10^{-8}$$

$$J_4 = (-161 \pm 1) \times 10^{-8}$$

$$J_5 = (-23 \pm 1) \times 10^{-8}$$

$$J_6 = (54 \pm 1) \times 10^{-8}$$

地球赤道半径: $a_e = (6378140 \pm 5) \text{ m}$

扁率 f : $1/f = (298257 \pm 1.5) \times 10^{-3}$

根据 a_e 和 GM 的数值,可导出时间单位为

$$\tau^0 = \left[\frac{a_e^3}{GM} \right]^{1/2} = 806.8116347 \text{ s} = 13.44686058 \text{ min}$$

通常把

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{长度单位 } a_e = 6378140\text{m} \\ \text{质量单位 } M = 5.974 \times 10^{24}\text{kg} \\ \text{时间单位 } \tau^0 = 806.8116347\text{s} \end{array} \right. \quad (1-1)$$

称为“人卫单位制”，或称为“理论单位制”。在“人卫单位制”中，地球自转角速度为

$$\omega = 0.058833632\text{rad}/\tau^0 \quad (1-2)$$

1.2 时间系统

时间的含义包括时间间隔和时刻两个方面。时间系统包括时间单位和时间计量的起始点。

在轨道计算中往往涉及不同的时间系统，例如各种观测量的采样时刻是 UTC，计算日月坐标时候用的是动力学时，计算测站位置使用的是 UT₁。因此必须知道各时间系统的定义和相互转换。目前采用的时间基准有世界时系统，原子时系统和动力学时系统。

1. 世界时系统

人类建立的第一个科学时间基准系统是以地球自转运动为基础的世界时系统。

1) 恒星时(Sidereal Time, ST)

恒星时以春分点为基准，春分点连续两次上中天的时间间隔叫做恒星日。取春分点上中天的时刻作为恒星日的开始。由于春分点的上中天通过某一地点的子午圈，因此恒星时是有地方性的。格林尼治的地方恒星时，称为格林尼治恒星时 S_G。任一经度为 λ 的地方恒星时 S 与格林尼治恒星时 S_G 之间的关系式

$$S = S_G + \lambda \quad (1-3)$$

式中： λ 为地方经度(东经为正，西经为负)。

恒星时以春分点的时角来量度。由于岁差和章动的影响，春分点有缓慢的位置变化，所以恒星日并不严格是地球的自转周期。

定义：

(1) 随岁差、全章动移动的是真春分点。以真春分点起计的恒星时是真恒星时：

$$S_{\text{真}} = S_0 + (\omega + m_1)t + m_2 t^2 + \Delta\phi \cos e \quad (1-4)$$

(2) 只随岁差移动的，称为平春分点。相应的是平恒星时：

$$S = S_0 + (\omega + m_1)t + m_2 t^2 = S_{\text{真}} - \Delta\phi \cos e \quad (1-5)$$

(3) 随岁差以及章动长周期项部分而移动的，称为准真春分点。相应的是准真恒星时。

式中： ω 是地球自转速率； m_1, m_2 为岁差效应的系数； $\Delta\phi \cos e$ 为赤经章动； S_0 为起始格林尼治恒星时。

在人造卫星轨道计算中，一般采用格林尼治真恒星时 S_G （真）来实现真赤道坐标系到准地固坐标系间的转换。

2) 太阳时(Mean Solar Time, MT)

真太阳圆面中心连续两次上中天的时间间隔，叫做一个“真太阳日”。取真太阳圆面中心下中天的时刻作为真太阳日的开始，即零时；真太阳时定义为真太阳的时角 t_θ 加上 12^h ，即

$$m_\theta = t_\theta + 12^h \quad (1-6)$$

若 $t_\theta > 12^h$ ，则从式(1-6) 中减去 12^h 。

由于真太阳日的不均匀性，所以一般不予采用。为了克服这一缺陷，人们采用长度不变的“平太阳日”，其长度等于一年中真太阳日的平均长度。以平太阳日为准来量度的时间叫做平太阳时，简称平时。

纽康(Newcomb) 定义平均太阳的赤经等于平黄道太阳的视黄经：

$$\begin{aligned} \alpha_\theta &= 279^\circ 41' 27''.54 + 129602768''.13T + 1''.3935T^2 = \\ &18^h 38^m 45^.836 + 8640184^.542T + 0^.0929T^2 \end{aligned} \quad (1-7)$$

式中： T 为从 1900 年 1 月 0 日格林尼治正午起算的儒略世纪数。

$$T = \frac{JD(t) - 2415020.0}{36525} \quad (1-8)$$

平太阳在当地的时角 t_λ 加上 12^h , 称为该地的地方平太阳时:

$$m_\lambda = t_\lambda + 12^h \quad (1-9)$$

3) 世界时(Universal Time, UT)

世界时 UT 是平太阳在格林尼治的时角 t_G 上加上 12^h , 而 $t_G = S_G - \alpha_\theta$, 故

$$UT = S_G - \alpha_\theta + 12^h \quad (1-10)$$

式中: S_G 为格林尼治平恒星时; α_θ 为平太阳相对于平春分点而言的赤经。

式(1-10)就是格林尼治恒星时与世界时相互换算的严格公式。由此可见, 格林尼治恒星时与世界时并不是相互独立的计时系统。通常是由天文观测得到恒星时, 然后再换算为世界时。

为了便于实用, 人们引进了分区计时的概念——区时。把整个地球表面按子午圈划分为 24 个时区, 每个时区包括经度 15° 。在同一时区内都采取该时区平均子午圈的时间。在格林尼治子午圈两旁各 7.5° 的经度范围内属于零时区, 该时区采用世界时。向东和向西分别为东一、东二……东十二时区和西一、西二……西十二时区。每隔一时区向东递增 $1h$, 向西递减 $1h$ 。以 T_N 表示区时, N 为时区的顺序号, UT 表示世界时, 则有

$$T_N = UT \pm N^h \quad (\text{东经“+”、西经“-”}) \quad (1-11)$$

例如北京属于东八时区, 北京时 PT 与世界时的关系为

$$PT = UT + 8^h \quad (1-12)$$

4) 世界时的不均匀性

世界时是以地球自转为基础的, 由于地球自转的不均匀及极移的影响, 使得世界时也是不均匀的, 必须进行适当的修正。

1956 年起, 国际上把世界时划分为三种: UT_0 、 UT_1 和 UT_2 。

UT_0 是以地球瞬时极为参考而测定的时间,由各天文台根据观测恒星的结果直接计算而得。

UT_1 是对 UT_0 进行极移改正得到的,是相对于平均极的子午圈的世界时:

$$UT_1 = UT_0 + \Delta\lambda_s = UT_0 + \frac{1}{15}(x_p \sin\lambda - y_p \cos\lambda) \tan\varphi$$

(1-13)

式中: λ, φ 为测站的天文经纬度 λ 以东经为正。 x_p, y_p 是地极坐标(“)。

UT_2 是在 UT_1 的基础上,进一步参考地球自转速率周年变化而确定的时间:

$$\begin{aligned} UT_2 &= UT_1 + \Delta T_s = \\ &UT_1 + 0^\circ.022 \sin 2\pi t - 0^\circ.012 \cos 2\pi t - \\ &0^\circ.006 \sin 4\pi t + 0^\circ.007 \cos 4\pi t \end{aligned} \quad (1-14)$$

式中: t 以白塞尔年为单位,自 B2000.0 起算,即 $t = (MJD(t) - 51544.033)/365.2422$ 。

在三种世界时系统中,只有 UT_1 能够反映地球在空间的实际走向,在人卫定轨工作中, UT_1 被用来计算格林尼治恒星时。

2. 原子时系统

原子时是以物质内部原子运动的特征为基础建立的时间计量系统。

1) 国际原子时(TAI)

1967 年 10 月第 13 届国际度量衡会议决定以原子时秒作为新的国际单位秒(SI)。它定义为:位于海平面上铯原子 ^{133}Cs 基态两超精细能级间在零磁场中跃迁辐射振荡 9192631770 周所经历的时间作为 1s 的长度。原子时的起点定为 1958 年 1 月 1 日 0 时(世界时),这是希望在这一瞬间 TAI 时刻与 UT 时刻相同,但事后发现,在这一瞬间两者相差 $0^\circ.0039$ 。

原子时是一种非常稳定的时间系统,地球动力学时就是通过原子时具体加以实现的。