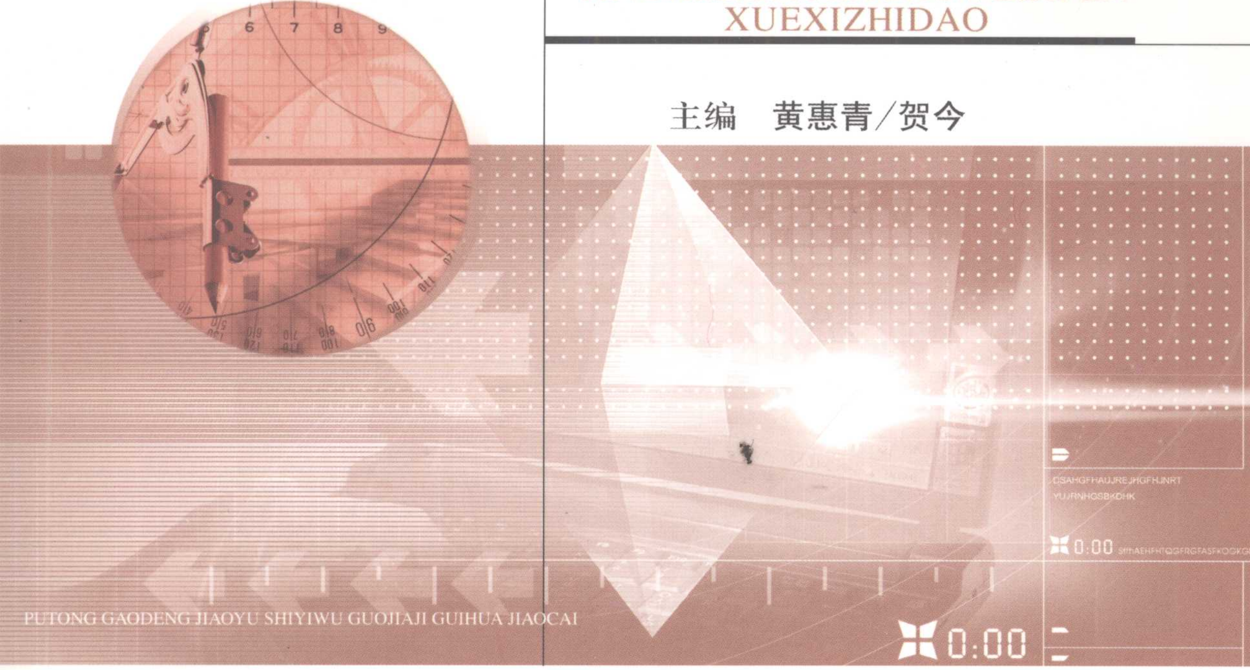
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
《经济数学基础——微积分》配套辅导教材

经济数学基础——微积分

学习指导

JINGJISHUXUEJICHUWEIJIFEN
XUEXIZHIDAO

主编 黄惠青/贺今



PUTONG GAODENG JIAOYU SHIYIWU GUOJIAJI GUIHUA JIAOCAI

经济科学出版社
Economic Science Press

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

《经济数学基础——微积分》配套辅导教材

经济数学基础——微积分

学习指导

主编　黄惠青　贺　今

经济科学出版社

图书在版编目（CIP）数据

经济数学基础——微积分学习指导/黄惠青，贺今主编.
—北京：经济科学出版社，2007.6
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
《经济数学基础——微积分》配套辅导教材
ISBN 978-7-5058-6290-6

Ⅰ.经… Ⅱ.①黄…②贺… Ⅲ.①经济数学-高等学校-教学参考资料②微积分-高等学校-教学参考资料
Ⅳ.F224.0 O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 054414 号

责任编辑：王 丹
责任校对：徐领柱
版式设计：代小卫
技术编辑：李长建

经济数学基础——微积分
学习指导
主编 黄惠青 贺今
经济科学出版社出版、发行 新华书店经销
社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编：100036
总编室电话：88191217 发行部电话：88191540
网址：www.esp.com.cn
电子邮件：esp@esp.com.cn
北京密兴印刷厂印刷
华丰装订厂装订
787×1092 16 开 18 印张 330000 字
2007 年 6 月第一版 2007 年 6 月第一次印刷
ISBN 978-7-5058-6290-6/F·5551 定价：25.00 元
（图书出现印装问题，本社负责调换）

编者的话

本书是与普通高等教育“十一五”国家级规划教材——《经济数学基础——微积分》相配套的学习指导书。

我们编写这本指导书的目的，是为了便于读者复习和巩固学习内容，掌握学习要点，使读者能在学习过程中抓住基本概念和理论，掌握主要的运算方法。本书的内容由两部分组成：第一部分是学习要点，在这部分中，我们对各章的内容进行归纳总结，概括性地给出解题所需要的基本概念和基本公式，使读者加深对教材的理解，并起到复习巩固作用。另外，对每章的重点和难点以及解决这些重点和难点的基本方法和步骤进行归纳，为解题做好准备。第二部分是习题详解，在这部分中我们充分考虑到高职高专及成人高校的教学特点和实际需求，对按教学大纲要求选编的具有针对性和代表性的全部练习和习题给出了详细的解答，便于读者做题时参考，尤其是对自学的读者。尽管我们给出了该书全部练习和习题的详尽解答，但我们还是建议读者在使用时把它们作为独立完成练习和习题后的参考，以达到真正掌握所学知识的目的，这也是我们编写这本指导书的初衷。

参加本书编写的有：中央财经大学的黄惠青、贺今、王义东、孙昭旭。黄惠青、贺今任主编，王义东任副主编。

由于我们水平所限，书中难免有不妥之处，欢迎读者批评指正。

编　者

2007 年 6 月

目录

Contents

第一章 函 数

第一部分 学习要点

1. 函数定义域

通常，当函数关系由数学表达式给出时，求函数的定义域就是求自变量所能取的使这个数学表达式有意义的一切实数的集合．

从函数表达式本身确定函数定义域的基本情况有以下四种：

(1) 对于分式 $\dfrac{1}{P(x)}$，要求 $P(x)\neq 0$，这时分式才有意义；

(2) 对于偶次根式 $\sqrt[2n]{Q(x)}$（n 为正整数），要求 $Q(x)\geqslant 0$，从而保证偶次根号下的被开方数的最终结果仍是实数；

(3) 对于对数式 $\log_a N(x)(a>0,\ a\neq 1)$，要求 $N(x)>0$；

(4) 对于反正弦函数 $\arcsin S(x)$ 与反余弦函数 $\arccos S(x)$，要求 $-1\leqslant S(x)\leqslant 1$.

求函数定义域的方法是：观察所给函数表达式是否含上述四种基本情况．如果表达式中含上述四种基本情况中的一种或多种，则解相应不等式或不等式组得到函数定义域；如果函数表达式不含上述四种基本情况中的任何一种，则说明对自变量取值没有任何限制，这时函数定义域为全体实数，即 $D=(-\infty,\ +\infty)$.

当两个函数的定义域相同且对应规则（解析表达式）也相同时，这两个函数才是一个函数，否则就是两个函数．

2. 函数值

对函数 $y=f(x)$，当其自变量 x 在定义域内取某一数值 x_0 时，对应的函数值记作 $y|_{x=x_0}=f(x_0)$，这时称函数 $f(x)$ 在点 x_0 有定义．$y|_{x=x_0}=f(x_0)$ 表示在 $f(x)$ 的表达式中，凡有 x 的地方都用 x_0 替代所得到的数值．

3. 函数性质

(1) 奇偶性．对于函数 $f(x)$ 的定义域中的任意一点 x，满足 $f(-x)=f(x)$

的 $f(x)$ 是偶函数；满足 $f(-x)=-f(x)$ 的 $f(x)$ 是奇函数．

（2）单调性．对于定义在区间 I 上的函数 $f(x)$，若对 $\forall x_1$，$x_2\in I$，当 $x_1<x_2$ 时，满足 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$ 的 $f(x)$ 是区间 I 上的单调增加函数；满足 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$ 的 $f(x)$ 是区间 I 上的单调减少函数．

（3）有界性．对于定义在区间 I 上的函数 $f(x)$，若对 $\forall x\in I$，存在 $M>0$，使得 $|f(x)|\leqslant M$，则 $f(x)$ 就是区间 I 上的有界函数．

常用的有界函数如，$|\sin x|\leqslant 1$，$|\cos x|\leqslant 1$，$|\arctan x|<\frac{\pi}{2}$，等．

4. 初等函数

（1）基本初等函数．基本初等函数指：常值函数；幂函数；指数函数；对数函数；三角函数；反三角函数等六类．

（2）简单函数．由以上六个基本初等函数经过加减乘除四则运算而得的函数．

（3）复合函数．形如 $y=f[\varphi(\psi(x))]$ 的函数是复合函数．其中 f 是外层函数，φ 是次层函数，ψ 是最里层函数．

复合函数概念的重点是分解．即通过中间变量，将复合函数 $y=f[\varphi(\psi(x))]$ 分解为基本初等函数或简单函数．一般方法是：由外层函数向内层函数分解，由最外层函数起，层层向内进行，直到自变量 x 的基本初等函数或简单函数形式止．即对 $y=f[\varphi(\psi(x))]$，有 $y=f(u)$，$u=\varphi(t)$，$t=\psi(x)$，其中 u，t 是中间变量，最里层函数 $t=\psi(x)$ 应是基本初等函数或简单函数．

（4）初等函数．由基本初等函数经过有限次运算和有限次复合所构成的函数，并能用一个解析表达式来表示的函数称为初等函数．

5. 分段函数

在定义域的有限个各不相交的区间上，由不同解析式表示函数关系的函数是分段函数．分段函数不是初等函数，但分段函数的各段解析式通常是初等函数．

6. 经济函数

（1）总成本函数

$$C(x)=C_0+C_1(x).$$

产品的总成本 C 为产量 x 的单调增加函数．$C_1(x)$ 是变动成本，C_0 是固定成本．$\overline{C}(x)=\frac{C(x)}{x}$ 是均摊在单位产量上的平均单位成本．

（2）收益函数

$$R=R(x).$$

产品的总收益 R 为产量（销量）x 的函数．一般地，有

$$R=R(x)=\begin{cases}P\cdot x, & \text{价格 } P \text{ 是常数，不随产量（销量）的改变而改变，}\\ P(x)\cdot x, & \text{价格 } P \text{ 是产量（销量）的函数 } P(x).\end{cases}$$

$\overline{R}(x)=\dfrac{R(x)}{x}$ 是平均收益．

（3）利润函数

$$L=L(x).$$

产品的总利润 L 为产量（销量）x 的函数．

总利润 $L(x)$ 是从总收益中减去总成本，即

$$L(x)=R(x)-C(x).$$

（4）需求函数

$$Q_d=f(P)\quad(P\geqslant 0).$$

需求函数是价格 P 的单调减少函数．

（5）供给函数

$$Q_s=\varphi(P)\quad(P\geqslant 0).$$

供给函数是价格 P 的单调增加函数．

第二部分 习题详解

练习 1—1

1. 判断以下各题中 y 是否为 x 的函数：

（1）$y=\lg x^2$；　　（2）$y=\lg(-x^2)$；

（3）$y>x$；　　（4）$y=\sqrt{x}+\lg(-x)$.

解：（1）是．（2）、（3）、（4）不是．

因为（2）、（4）的定义域为空集．对（3），取定一个 x 值，y 有多个值与之对应．

2. 作出下列函数的图形：

（1）$y=3x+4$；　　（2）$y=\dfrac{1}{x-1}$；　　（3）$y=\sin x$；

（4）$y=\sqrt{x}$；　　（5）$y=x^2+1$；　　（6）$y=\lg x$；

（7）$y=2^x$；　　（8）$y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$.

解：(1)

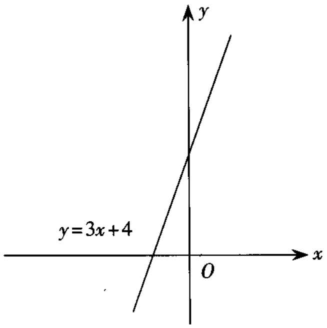


图 1—1

(2)

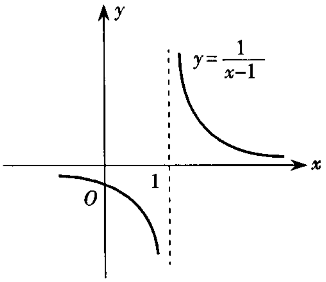


图 1—2

(3)

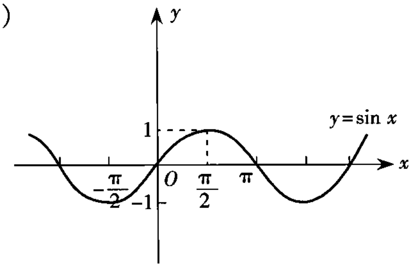


图 1—3

(4)

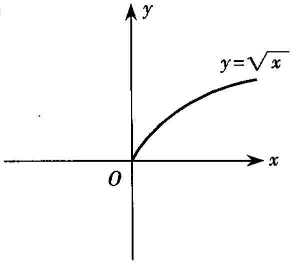


图 1—4

(5)

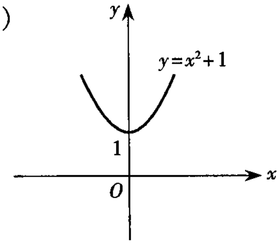


图 1—5

(6)

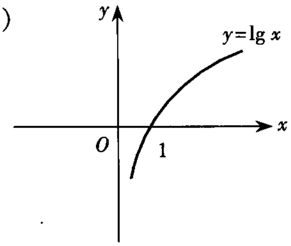


图 1—6

(7)

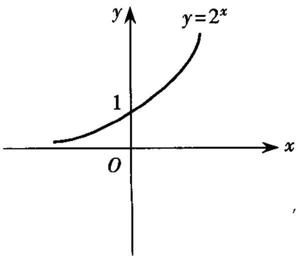


图 1—7

(8)

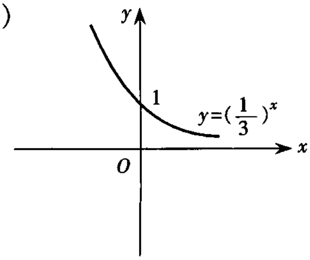


图 1—8

3. 求下列函数的反函数：

(1) $y=3x-1$；　(2) $y=\sqrt[3]{x-1}$；　(3) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$；

(4) $y=1+\ln(x+3)$；　(5) $y=2^{x-1}$.

解：(1) $y=3x-1$.

由 $y=3x-1$，解出 $x=\dfrac{y+1}{3}$，互换 x，y，故所求反函数为

$$y=f^{-1}(x)=\frac{x+1}{3}.$$

(2) $y=\sqrt[3]{x-1}$.

由 $x-1=y^3$，解出 $x=y^3+1$，互换 x，y，故所求反函数为

$$y=f^{-1}(x)=x^3+1.$$

(3) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$.

由 $y=\dfrac{1-x}{1+x}$，得 $(1+x)y=1-x$，有 $y+xy=1-x$，$y-1=-x(1+y)$，

解出 $x=\dfrac{1-y}{1+y}$，互换 x，y，故所求反函数为

$$y=f^{-1}(x)=\frac{1-x}{1+x}.$$

(4) $y=1+\ln(x+3)$.

$y-1=\ln(x+3)$，即 $x+3=\mathrm{e}^{y-1}$，解出 $x=\mathrm{e}^{y-1}-3$，互换 x，y，故所求反函数为

$$y=f^{-1}(x)=\mathrm{e}^{x-1}-3.$$

(5) $y=2^{x-1}$.

由原式得 $x-1=\log_2 y$，即 $x=1+\log_2 y$，互换 x，y，故所求反函数为

$$y=f^{-1}(x)=1+\log_2 x.$$

练习 1—2

1. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{1}{x-1}$；　(2) $y=\sqrt{3x+1}$；　(3) $y=\dfrac{1}{1-\mathrm{e}^x}$；

(4) $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9-x^2}}$；　(5) $y=\dfrac{1}{\dfrac{x-2}{x}}$；　(6) $y=\sqrt{\lg(x-4)}$.

解：(1) $y=\dfrac{1}{x-1}$.

要使解析式有意义，必须有 $x\neq 1$. 所以，定义域为

$$D=\{x|(-\infty,1)\cup(1,+\infty)\}.$$

(2) $y=\sqrt{3x+1}$.

要使解析式有意义，必须有 $3x+1\geqslant 0$，$x\geqslant -\dfrac{1}{3}$. 所以，定义域为

$$D=\left\{x\left|\left[-\frac{1}{3},+\infty\right)\right.\right\}.$$

(3) $y=\dfrac{1}{1-e^x}$.

要使解析式有意义，必须有 $1-e^x\neq 0$，$e^x\neq 1$，得 $x\neq 0$. 所以，定义域为

$$D=\{x|(-\infty,0)\cup(0,+\infty)\}.$$

(4) $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9-x^2}}$.

要使解析式有意义，必须有 $9-x^2\neq 0$，$x^2\neq 9$，$x\neq\pm 3$. 所以，定义域为

$$D=\{x|(-\infty,-3)\cup(-3,3)\cup(3,+\infty)\}.$$

(5) $y=\dfrac{1}{\dfrac{x-2}{x}}$.

要使解析式有意义，必须有 $x\neq 0$，且 $x\neq 2$. 所以，定义域为

$$D=\{x|(-\infty,0)\cup(0,2)\cup(2,+\infty)\}.$$

(6) $y=\sqrt{\lg(x-4)}$.

要使解析式有意义，必须有 $\lg(x-4)\geqslant 0$，即 $x-4\geqslant 1$，$x\geqslant 5$. 所以，定义域为

$$D=\{x|[5,+\infty)\}.$$

2. 判断以下各对函数是否为相同的函数：

(1) $y=\lg x^2$，$y=2\lg x$；　　(2) $y=x$，$y=\sqrt{x^2}$；

(3) $y=|x|$，$y=\sqrt{x^2}$；　　(4) $y=\sqrt[3]{x^5-x^4}$，$y=x\sqrt[3]{x^2-x}$；

(5) $y=\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}$，$y=\dfrac{x}{x-1}$；　　(6) $y=2x+1$，$u=2t+1$；

(7) $y=\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-1}$，$y=\sqrt{x(x-1)}$.

解：(1) $y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$ 不是相同函数，因为定义域不相同.

$y=\lg x^2$ 的定义域是 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$；

$y=2\lg x$ 的定义域是 $(0,+\infty)$.

(2) $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ 不是相同函数，因为解析式不相同，从而值域不同.

$y=x$ 的值域是 $(-\infty,+\infty)$；$y=\sqrt{x^2}$ 的值域是 $[0,+\infty)$.

(3) $y=|x|$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ 是相同函数.

(4) $y=\sqrt[3]{x^5-x^4}$ 与 $y=x\sqrt[3]{x^2-x}$ 是相同函数.

(5) $y=\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}$ 与 $y=\dfrac{x}{x-1}$ 不是相同函数，因为定义域不相同.

$y=\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}$ 的定义域是 $(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(1,+\infty)$；

$y=\dfrac{x}{x-1}$ 的定义域是 $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$.

(6) $y=2x+1$，$u=2t+1$ 是相同函数.

(7) $y=\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-1}$ 与 $y=\sqrt{x(x-1)}$ 不是相同函数，因为定义域不相同.

$y=\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-1}$ 的定义域是 $[1,+\infty)$；

$y=\sqrt{x(x-1)}$ 的定义域 $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$.

3. 已知 $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x}-6$，求 $f(1)$，$f(2)$，$f(-1)$，$f(-x)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$，$f(x^3)$，$f(u)$.

解：$f(1)=1^2+\dfrac{1}{1}-6=-4$.

$$f(2)=2^2+\frac{1}{2}-6=-1.5.$$

$$f(-1)=(-1)^2-\frac{1}{1}-6=-6.$$

$$f(-x)=(-x)^2+\frac{1}{-x}-6=x^2-\frac{1}{x}-6.$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^2+\frac{1}{\frac{1}{x}}-6=\frac{1}{x^2}+x-6.$$

$$f(x^3)=(x^3)^2+\frac{1}{x^3}-6=x^6+\frac{1}{x^3}-6.$$

$$f(u)=u^2+\frac{1}{u}-6.$$

4. $f(x+1)=x^2+3x+5$，求 $f(x)$，$f(0)$.

解：令 $t=x+1$，则 $x=t-1$，

$$f(x+1)=f(t)=(t-1)^2+3(t-1)+5=t^2+t+3.$$

所以
$$f(x)=x^2+x+3,$$
$$f(0)=0^2+0+3=3.$$

5. 如果 $f(x-1)=x^2$，求 $f(x+1)$.

解：令 $t=x-1$，则 $x=t+1$，代入 $f(x-1)=x^2$，得

$$f(t)=(t+1)^2=t^2+2t+1,$$

所以
$$f(x+1)=(x+1)^2+2(x+1)+1=x^2+4x+4.$$

6. 若 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$，求下列函数的定义域：

(1) $f(2x)$；　　(2) $f(x+5)$；

(3) $f(x^2)$；　　(4) $f\left(x+\frac{1}{4}\right)+f\left(x-\frac{1}{4}\right)$.

解：(1) 因为 $2x\in[0, 1]$，所以 $x\in\left[0, \frac{1}{2}\right]$，即 $f(2x)$ 的定义域为 $\left[0, \frac{1}{2}\right]$.

(2) 因为 $x+5\in[0, 1]$，所以 $x\in[-5, -4]$，即 $f(x+5)$ 的定义域为 $[-5, -4]$.

(3) 因为 $x^2\in[0, 1]$，所以 $x\in[-1, 1]$，即 $f(x^2)$ 的定义域为 $[-1, 1]$.

(4) 因为 $x+\frac{1}{4}\in[0, 1]$，所以 $x\in\left[-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$；

且 $x-\frac{1}{4}\in[0, 1]$，所以 $x\in\left[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$；

于是 $f\left(x+\frac{1}{4}\right)+f\left(x-\frac{1}{4}\right)$ 的定义域为 $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$.

7. 在下列函数定义域内的任意点 x 处，自变量有了改变量 Δx 后，求函数的改变量 $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$：

(1) $f(x)=C$(C 是常数)；　　(2) $f(x)=x^2$；　　(3) $f(x)=\sqrt{x}$；

(4) $f(x)=e^x$；　　(5) $f(x)=\sin x$.

解：(1) $f(x)=C$.

$$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=C-C=0.$$

(2) $f(x)=x^2$.

$$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=(x+\Delta x)^2-x^2=2x\cdot\Delta x+(\Delta x)^2.$$

(3) $f(x)=\sqrt{x}$.

$$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}=\frac{\Delta x}{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}}.$$

(4) $f(x)=\mathrm{e}^x$.

$$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=\mathrm{e}^{x+\Delta x}-\mathrm{e}^x=\mathrm{e}^x(\mathrm{e}^{\Delta x}-1).$$

(5) $f(x)=\sin x$.

$$\begin{aligned}\Delta y&=f(x+\Delta x)-f(x)=\sin(x+\Delta x)-\sin x\\&=2\sin\left(\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right).\end{aligned}$$

练习 1—3

1. 讨论下列函数在指定区间的增减性：

(1) $f(x)=1-2x$，$x\in(-\infty,+\infty)$；

(2) $f(x)=3^{x-1}$，$x\in(0,+\infty)$；

(3) $f(x)=x+\lg x$，$x\in(0,+\infty)$.

解： (1) $f(x)=1-2x$，$x\in(-\infty,+\infty)$.

对 $\forall x_1$，$x_2\in(-\infty,+\infty)$ 令 $x_1<x_2$，

则 $$f(x_2)-f(x_1)=(1-2x_2)-(1-2x_1)=2(x_1-x_2)<0,$$

所以函数 $f(x)=1-2x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是单调递减的函数．

(2) $f(x)=3^{x-1}$，$x\in(0,+\infty)$.

对 $\forall x_1$，$x_2\in(0,+\infty)$ 令 $x_1<x_2$，

则 $$f(x_2)-f(x_1)=3^{x_2-1}-3^{x_1-1}=\frac{1}{3}(3^{x_2}-3^{x_1})>0.$$

所以 $f(x)=3^{x-1}$ 在 $(0,+\infty)$ 上是单调递增的．

(3) $f(x)=x+\lg x$，$x\in(0,+\infty)$.

对 $\forall x_1$，$x_2\in(0,+\infty)$ 令 $x_1<x_2$，

则 $$f(x_2)-f(x_1)=x_2+\lg x_2-(x_1+\lg x_1)=(x_2-x_1)+\lg\frac{x_2}{x_1},$$

由于 $\frac{x_2}{x_1}>1$，所以 $\lg\frac{x_2}{x_1}>0$，且又由于 $x_2-x_1>0$，于是有 $f(x_2)-f(x_1)>0$，

所以 $f(x)=x+\lg x$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上是单调递增的．

2. 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=\dfrac{\tan x}{x}$；　(2) $f(x)=\dfrac{a^{x}+a^{-x}}{2}$；

(3) $f(x)=x|x|$；　(4) $f(x)=|x+1|+|x-1|$；

(5) $f(x)=2^{-x}$.

解：(1) $f(x)=\dfrac{\tan x}{x}$，

因为
$$f(-x)=\frac{\tan(-x)}{-x}=\frac{-\tan x}{-x}=\frac{\tan x}{x}=f(x),$$

所以 $f(x)=\dfrac{\tan x}{x}$ 是偶函数.

(2) $f(x)=\dfrac{a^{x}+a^{-x}}{2}$，

因为
$$f(-x)=\frac{1}{2}(a^{-x}+a^{-(-x)})=\frac{1}{2}(a^{-x}+a^{x})=\frac{1}{2}(a^{x}+a^{-x})=f(x),$$

所以 $f(x)=\dfrac{1}{2}(a^{x}+a^{-x})$ 是偶函数.

(3) $f(x)=x|x|$，

因为
$$f(-x)=(-x)|-x|=-x|x|=-f(x),$$

所以 $f(x)=x|x|$ 是奇函数.

(4) $f(x)=|x+1|+|x-1|$，

因为
$$f(-x)=|-x+1|+|-x-1|=|x-1|+|x+1|=f(x),$$

所以 $f(x)=|x+1|+|x-1|$ 是偶函数.

(5) $f(x)=2^{-x}$，

因为
$$f(-x)=2^{-(-x)}=2^{x}\neq f(x),$$

且 $f(-x)\neq -f(x)$，

所以 $f(x)=2^{-x}$ 是非奇非偶的函数.

3. 下列各函数在指定区间上是否有界？若有界，求出它的一个界：

(1) $f(x)=\dfrac{1}{x}$，在 $x\in(0, 1)$ 和 $x\in[1, 2]$ 上.

(2) $f(x)=x^{2}$，在 $x\in(-1, 0]$.

解：(1) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $x\in(0, 1)$ 上无界，因为不论正数 M 多么大，总能找到不等于零的正数 x_0 满足 $|x_0|<\dfrac{1}{M}$，于是 $\left|\dfrac{1}{x_0}\right|>M$；在 $x\in[1, 2]$ 上

有界，因为当 $x\in[1, 2]$ 时，有 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant 1$，故界为 1，即 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant 1$.

(2) $f(x)=x^2$ 在 $x\in(-1, 0]$ 上有界，因为当 $x\in(-1, 0]$ 时，有 $|x^2|<1$，故界为 1，即 $|x^2|<1$.

练习 1—4

1. 求由所给函数复合而成的函数：

(1) $y=u^2$，$u=\cos x$；

(2) $y=\ln u$，$u=\sin x$；

(3) $y=\arccos u$，$u=e^v$，$v=\sqrt{x}$；

(4) $y=2^u$，$u=v^2$，$v=\arctan x$.

解：(1) $y=u^2$，$u=\cos x$，则 $y=\cos^2 x$.

(2) $y=\ln u$，$u=\sin x$，则 $y=\ln\sin x$.

(3) $y=\arccos u$，$u=e^v$，$v=\sqrt{x}$，则 $y=\arccos e^{\sqrt{x}}$.

(4) $y=2^u$，$u=v^2$，$v=\arctan x$，则 $y=2^{\arctan^2 x}$.

2. 指出下列各函数是由哪些基本初等函数或简单函数复合而成的：

(1) $y=\sin^2(x^3+1)$；　　(2) $y=e^{\sin\sqrt{x^2+1}}$；

(3) $y=\ln\cos e^x$；　　(4) $y=\arccos\sqrt{\ln(x^2-1)}$.

解：(1) 令 $y=u^2$，则 $u=\sin(x^3+1)$.

令 $y=\sin v$，则 $v=x^3+1$.

所以 $y=\sin^2(x^3+1)$ 是由 $y=u^2$（幂函数），$u=\sin v$（三角函数），$v=x^3+1$（简单函数）复合而成的.

(2) 令 $y=e^u$，则 $u=\sin\sqrt{x^2+1}$.

令 $u=\sin v$，则 $v=\sqrt{x^2+1}$.

令 $v=\sqrt{w}$，则 $w=x^2+1$.

所以 $y=e^{\sin\sqrt{x^2+1}}$ 是由 $y=e^u$（指数函数），$u=\sin v$（三角函数），$v=\sqrt{w}$（幂函数），$w=x^2+1$（简单函数）复合而成的.

(3) 令 $y=\ln u$，则 $u=\cos e^x$.

令 $u=\cos v$，则 $v=e^x$.

所以 $y=\ln\cos e^x$ 是由 $y=\ln u$（对数函数），$u=\cos v$（三角函数），$v=e^x$（指数函数）复合而成的.

(4) 令 $y=\arccos u$，则 $u=\sqrt{\ln(x^2-1)}$.