

高等學校教學用書

材料力學習題選集

В. И. ФЕОДОСЬЕВ 著
東北工學院材料力學教研組譯

高等教育出版社

高等學校教學用書



材料力學習題選集

B. H. 費多謝夫著
東北工學院材料力學教研組譯

高等教育出版社

本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的費多謝夫 (В. И. Феодосьев) 著的“材料力學習題選集” (Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов) 1953 年增訂的第二版譯出的。原書經蘇聯文化部高等教育總署審定為高等學校教學參考書。

參加本書譯校工作者為東北工學院材料力學教研組下列各同志：梅占鵬、褚宗良、賈伯庸、王增華、楊恩德、劉鐸、陳尚綱、永敏棟、張五忱、王以琳。主要校訂者為陳學文。

材料力學習題選集

書號90(選85)

費 多 謝 夫 著

東北工學院材料力學教研組譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

新華書店總經售

京華印書局印刷

北京南新華街甲三七號

開本850×1032—1/28 印張9 1/7 字數 230,000

一九五四年九月北京第一版 印數2,501—4,500

一九五四年十二月北京第二次印刷 定價 14,500

著者第一版序

本書不是一本普通的習題集，其中所收集的習題，不是供初學材料力學的人參考，而是供已經學完材料力學的人參考的。編寫本書時，並不能詳盡地闡述這門課程，而是想使讀者注意到一些在教程中完全未講到的細緻問題，或者一些不僅在學習過程中容易被忽略，而且往往在以後工作中也還會被忽略的問題。

習題的複雜程度也不相同。簡單的和複雜的都有。有些問題，有了一定的知識以後，僅需要善於思考就能解決；也有些問題，則必須使用最簡單的彈性理論工具才能解決。許多看來很複雜的題目，其解答是出乎意外的簡單。也有些情形，驟然看來是很明顯的答案可能是不正確的。

在分析這種習題時，甚至很有能力的讀者也未必能不發生錯誤。因此所有習題都附有詳細的解答，一方面是為了那些對解題原理比對解題過程更感興趣的讀者，幫助擴大其眼界，一方面是為了那些願意獨立地不照書中那種解題方式去做題的讀者，使他們能夠校核其所得的結果。

著者決定發表這本有些特殊的書，認為本書對相當廣大的讀者羣衆能有所補益。

指導學生的經驗說明，只做普通習題集裏的典型習題，常常不能滿足多數學生的要求。很多學生常常發生一些問題，這些問題超出了教程範圍，要求對課程有比較深入的理解；他們自然希望試一試自己的力量，去解答較複雜和較有興趣的習題，解答那些需要善於思考，需要知識，又需要勤勉的習題。

本書首先就是為了滿足青年的這種要求，按照學完材料力學課程

的大學生所能够了解的水平而編寫的。對新教師可能也有所補益，對正在提高自己技術水平的工程師也可能引起興趣。

書中題目多半是著者自己編的。有不少是同事介紹的，有幾個題目曾發表過。著者在參考書刊中僅列入所知道的一些參考書，本書的題目在這些參考書裏是以各種形式出現的。

著者對於幫助選擇和校核習題的 Л. И. 巴拉布賀、В. Л. 彼捷爾曼、И. А. 彼爾格爾和積極參加草稿準備工作的 Л. Е. 安得列娃表示衷心的感謝。對於今後能够提出讀後意見的所有同志，也將不勝感謝。

著者第二版序

第二版中，修正了第一版的幾處錯誤，加了若干新的習題。

特別注意到偏離大的穩定問題(第101、102、103、104各題目)。目前材料力學課程中不講這一部分，對於許多讀者可能是新材料。

有幾個題目作了補充說明。

必須感謝對本書第一版提出了自己意見的所有同志，他們的意見對著者準備本書再版有很大幫助。

著者

目 錄

著者第一版序	i
著者第二版序	iii
習題和問題	1
I 拉伸·壓縮及扭轉	1
II 斷面的幾何性質·彎曲	11
III 複雜應力狀態和強度理論	22
IV 穩定	28
V 雜題	38
解答	49
I 拉伸·壓縮及扭轉	49
II 斷面的幾何性質·彎曲	76
III 複雜應力狀態和強度理論	139
IV 穩定	155
V 雜題	210
參考書刊	245

材料力學習題選集

習題和問題

I 拉伸・壓縮及扭轉

1. 作用力 P_1 及 P_2 加於桿系(圖 1, a)的 A 點。將位能對力 P_1 及 P_2 進行偏微分後, 得到 A 點在 1 及 2 方向的位移 (u_1 及 u_2 圖 1, b)。

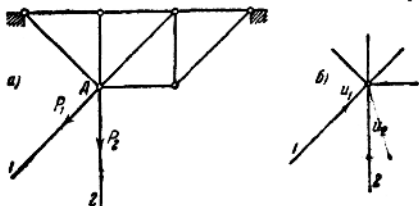


圖 1

試用圖解法說明 A 點的總位移。

2. 由二不計重量的刚性梁 AC 及 EG 與二桿 BE 及 CF 鉸接組成的體系, 在點 D 順着 CF 桿作用有力 P (圖 2)。

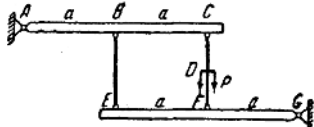


圖 2

- 1) 此體系為幾次靜不定?
- 2) 桿中受力如何?
3. 刚性鉸中有一個孔。其中

插有彈性的螺栓並以預拉力 N 使之拉緊。拉緊之後, 加力 P 於下面螺帽(圖 3)。此時螺栓內力將如何變化?

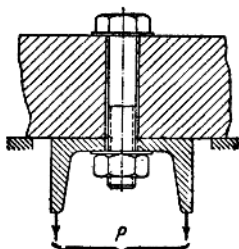


圖 3

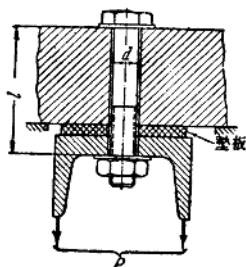


圖 4

4. 使上題之條件複雜化，在下面蓋板下墊一個彈性的墊板（圖 4）。當力 P 壓在墊板上時，如果已知它的厚度減少

$$\Delta = \frac{P}{c},$$

那麼在這種情況下當力 P 加於下面蓋板上時，螺栓內力將如何變化？此處 c — 墊板的剛度。

5. 求帶狀制動機的制動力矩與槓桿端點的位移和 P 力的關係（圖 5 的點 A ）。皮帶和滑輪接觸面間的摩擦係數為 f 。皮帶的拉伸剛度為已知。槓桿及滑輪可視為絕對剛體。

6. 想求得某種金屬在受壓時的彈性係數，作了如下的實驗。在兩塊大的鋼板中間壓縮圓柱狀試件（圖 6）。

為了測計試件變形，安裝了兩個指示器（圖 6），以便除掉由於板的傾斜所引起的差誤。

測計結果指出，這種金屬受壓時的彈性係數為

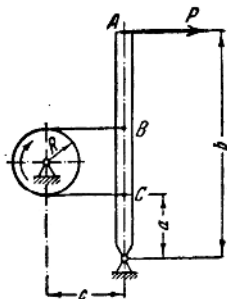


圖 5

$$E_{\text{сж}} = 0.8 \times 10^5 \text{ 公斤/公分}^2.$$

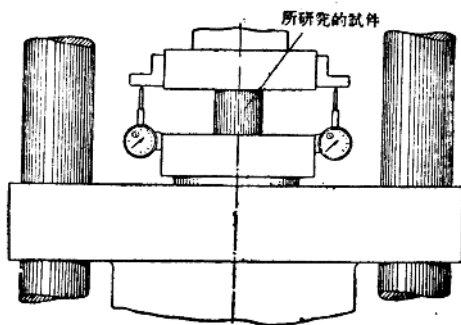


圖 6

這個結果是否可以信賴？

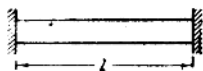


圖 7

7. 一均質等斷面直桿兩端固定(圖 7)。

如何最簡單地證明當均勻加熱時桿中不發生軸向位移？

8. 一桿，上端固定，受軸向力 P (圖 8)。

桿的下端與刚性支座間有空隙 Δ 。當力 $P \geq \frac{EF\Delta}{l}$ ，則下面空隙閉塞。

下端支座反力 N 用條件

$$\frac{(P-N)l}{EF} - \frac{Nl}{EF} = \Delta$$

來求出；因而桿下段的內力是：

$$N = \frac{P}{2} - \frac{\Delta}{l} \frac{EF}{2}.$$

上段的拉力是

$$P - N = \frac{P}{2} + \frac{\Delta}{l} \frac{EF}{2}.$$

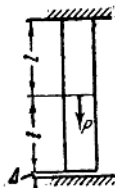


圖 8

P 力作用點的位移是：

$$\delta = \frac{Pl}{2EF} + \frac{\Delta}{2}.$$

現在求桿中貯藏的彈性能。這個能量，一方面可由桿上段及下段的能

量之和來求得，亦即

$$U = \frac{(P-N)2l}{2EF} + \frac{N2l}{2EF}.$$

或

$$U = \frac{P^2 l}{4EF} + \frac{EF \Delta^2}{4l}. \quad (1)$$

另一方面，此能量等於作用力 P 在位移 δ 中所作之功，亦即

$$U = \frac{P\delta}{2} = \frac{P^2 l}{4EF} + \frac{P\Delta}{4}. \quad (2)$$

我們看到，所得的這兩個式子是不同的。什麼原因呢？哪個式子是對的，哪個是錯的呢？

9. 一均質直桿（圖 9）支持於剛性基礎上。求在自重作用下的重心位移。這可以用二個方法來求。

第一法 用普通方法求離基礎為 $\frac{l}{2}$ 的點的位移（看圖 9 的位移圖）。很容易算出這等於

$$\Delta = \frac{3}{8} \frac{ql^2}{EF}. \quad (1)$$

式中 q 是每單位長度桿的重量， EF 是壓縮剛度。

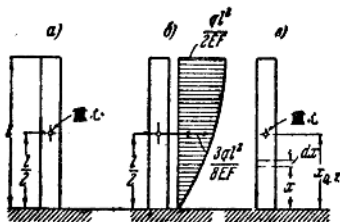


圖 9

第二法 求桿變形後重心 (Ц. Т.) 到基礎的距離（圖 9）。這距離如下：

$$x_{\text{ц.т.}} = \frac{\int_0^l (x-u) dm}{m}. \quad (2)$$

式中 dm 是元長 dx 的質量；

$$dm = \frac{qdx}{g}; \quad m = \frac{ql}{g};$$

u 是按位移圖（圖 9）用下面公式確定的位移變數：

$$u = \frac{qx}{EF} \left(l - \frac{x}{2} \right).$$

把 u , m 和 dm 代進式 (2), 作積分後求得;

$$x_{u, \tau} = \frac{l}{2} - \frac{ql^2}{3EF},$$

因此所求位移是:

$$\Delta = \frac{l}{2} - x_{u, \tau} = \frac{ql^2}{3EF}, \quad (3)$$

這和上面的式 (1) 不同,

為什麼不同呢?

10. 置於水平面上的柔索, 在兩固定支座間受拉力 T_0 (圖 10)。

將中間支座撤走以後, 柔索便下垂。

試說明垂度 $w_{\max}$ 和初拉力 T_0 及柔索每單位長之重 q 的關係, 索的拉伸剛度 EF 及其長 l 為已知。

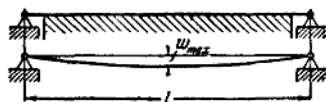


圖 10

11. 圖 11 中示無軌電車工作電線的懸掛方法。

求懸索的拉力並畫懸垂曲線, 假定在吊起下面電線之前, 懸索的最大自由垂度為 $w_{0 \max}$ 。

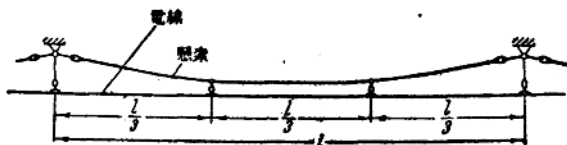


圖 11

試作數字計算, 現已給定:

$$l = 50 \text{ 公尺}; \quad w_{0 \max} = 0.5 \text{ 公尺}.$$

索是鋼製的。橫斷面積 $F = 0.6 \text{ 公分}^2$ 。索的折算彈性係數^① $E = 8 \times 10^5 \text{ 公斤/公分}^2$ 。電線單位長重 q_u 為懸索單位長重 q 的一倍半。

12. 如果下述的預先實驗的結果為已知, 則如圖 12 所示之縱向鋼

① 參看第 125 題。

接的鉚釘 I, II, III, IV 間的內力分配怎樣求得？

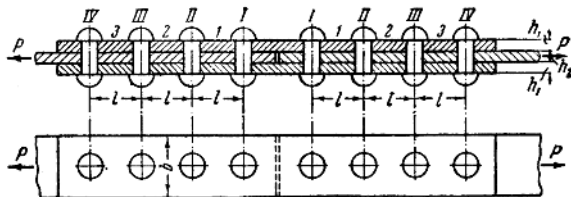


圖 12

厚度為 h_1 , h_2 , 和 h_1 及寬度為 b 的三塊板，以一個鉚釘聯接，作拉伸試驗（圖 13）。精確的測量確定了點 A （在上面板上）和點 B （在中間板上）間距離的變化和力 T 的關係。此關係成下列形式：

$$\Delta a = \frac{T}{k}$$

此處 k 是定值。所選的測量基數 a 相當大，因而 A 和 B 斷面內的應力



圖 13

分佈可以看成是均勻的。

13. 把上題解答推廣到鉚釘數為任意數 n 時的情形。

14. 螺栓和螺帽受拉力 P （圖 14）。如果已知每圈螺紋上的力與螺栓螺帽的相對位移成正比 $t = k(u_n - u_f)$ ，其中 t 是被刻螺紋表面上單

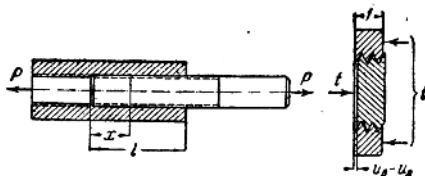


圖 14

位長度中的內力； k 是實驗得到的係數； $u_B - u_C$ 平行於螺栓和螺帽軸線而為螺紋之變形所引起的相對位移（圖 14）；試表示出沿螺栓和螺帽長度的軸向力分佈規律（以 x 函數表示）。

15. 一棒有螺帽的螺栓，受拉力 P 。在上題那樣條件下，試表示出軸向力和作用在螺紋上的力沿着螺栓和螺帽長度的分佈規律。

16. 螺栓（圖 16）上擰有一螺帽，螺帽的螺距比螺栓的螺距 s 小 Δ 。

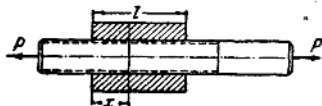


圖 15

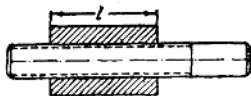


圖 16

如果像前二題一樣 $t = k(u_B - u_C)$ ，現在這種情況下，螺栓和螺帽的內力的分佈規律如何，作用在螺紋上的力又如何？

17. 哪種螺帽構造（圖 16 的第一或第二種）可使螺紋的工作條件更好些？

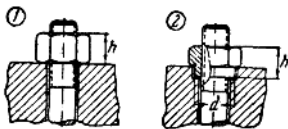


圖 17

18. 三根相同的橡皮拉桿受力 P （圖 18）。如果已知各拉桿的拉伸

圖成圖 18 所示的曲線形式，試求節點 A 的位移和 P 力的關係。

19. 圓形雙層線橡皮圓筒受內壓力 p 的作用（圖 19）。觀察指

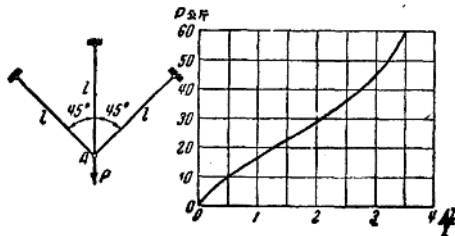


圖 18

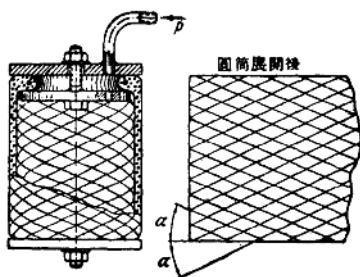


圖 19

出，由於線的角度 α 不同，因內壓力作用而變形之後，圓筒可能採取圖 20 所示形式之一。在第一種情況，彎曲後的圓筒母線向外凸出，而第二種情況，則向內凸。第三種情況，受同樣壓力時不呈現顯著的變形，圓筒幾乎就保持原來形狀，因而可以

認為線是不可伸長的。

相當於每一種變形形式的角 α 為多大？

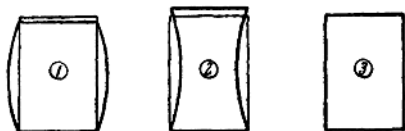


圖 20

20. 鋼環以一定的緊度套在鋁環上（圖 21）。

實驗指出，在某些情況下體系加熱到一定溫度而逐漸冷卻時，內環即由外環脫落。

試確定在什麼條件下能有此現象。爲了得到所示現象的數字估計，需要什麼資料？

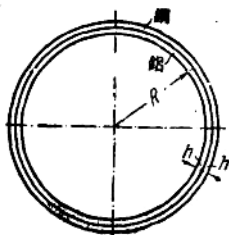


圖 21

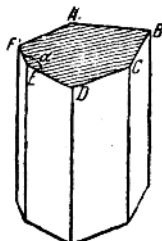


圖 22

21. 證明當橫斷面爲多角形的稜柱形桿扭轉時，任意外角 $A, B, C, \dots$ （圖 22）處的切應力等於零。

22. 一受力矩 M 扭轉的圓柱狀桿，在中心部分穿一個直徑為 d 的孔(圖 23)。如果外力矩 M 保持不變，則桿的彈性能有什麼變化？

23. 圓形斷面直桿受扭轉時，在其橫斷面內發生切應力 τ ，其大小與到桿軸的距離 r 成比例(圖 24)。按成對性法則，在通過桿軸的平面 xy 中發生完全相同的切應力 τ' 。後者對 z 軸形成合力矩。

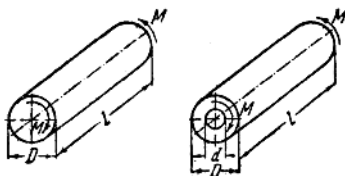


圖 23

桿的被分離部分應處於平衡狀態。這力矩由什麼力平衡？

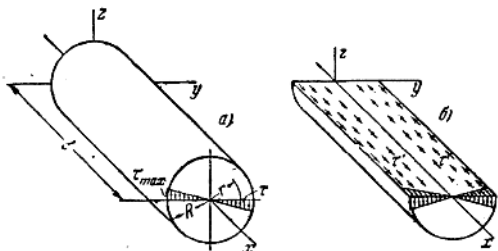


圖 24

24. 一薄板受扭矩與軸向拉力 P 同時作用(圖 25)；其扭轉剛度與軸向拉力有什麼關係？

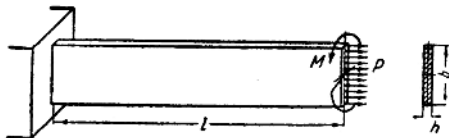


圖 25

25. 被插於管中的圓軸，給摩擦力拉住(圖 26)。產生此摩擦力的緊箍的接觸壓力，以及摩擦係數的值，可以足夠精確地認為在整個接觸

面上都是相同的。兩個相等而方向相反的力矩 M 作用在軸與管上。當



圖 26

$M > M_0$ 時，軸在管中發生滑動。

設 $M < M_0$ ，試畫出管與軸的扭矩圖。

26. 在受扭轉的桿的橫斷面

上畫一任意閉合曲線(圖 27)。把

曲線上各點的切應力分解成法向 (τ_n) 與切向 (τ_s) 兩成分。在斷面上沒有垂直應力(非約束扭轉)。證明不論桿的形狀及畫在斷面上的曲線的形狀如何，

$$1) \int_s \tau_n ds = 0,$$

$$2) \int_s \tau_s ds = 2GF_s\theta,$$

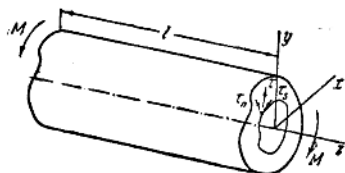


圖 27

其中: ds —曲線弧的元

素; G —剪切彈性係數,

F_s —曲線所圍的面積; θ —單位桿長的扭角。(積分遍於全閉合曲線。)

27. 受純扭轉的桿的橫斷面中，切應力 τ 可分解為 τ_x 與 τ_y 兩成分(圖 28)。

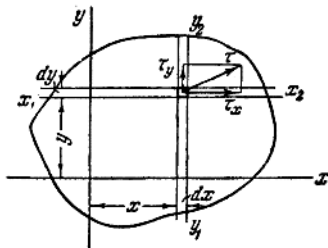


圖 28

顯然，斷面扭矩由下式求出：

$$M_{kp} = \iint_{xy} \tau_{xy} dx dy - \iint_{xy} \tau_{yx} dy dx.$$

試證明不論斷面形狀如何，

下列公式是正確的：

$$\iint_{xy} \tau_{xy} dx dy = \frac{M_{kp}}{2}, \quad - \iint_{xy} \tau_{yx} dy dx = \frac{M_{kp}}{2}.$$