ZHONGBAO EDUCATION
中报教育

中学生学习报

总主编：刘志伟

基础与提升

同步测试与评析

丛书主编：卞朝晖 岳 伟
本册主编：王明章

高中数学 选修2－2

（人教课标B版）

大象出版社

责任编辑：冯富民
封面设计：金　金

图书在版编目（CIP）数据

基础与提升·同步测试与评析：人教课标B版. 高中数学. 2-2:选修/王明章编.
—郑州：大象出版社，2007.6
ISBN 978-7-5347-4693-2

Ⅰ.基… Ⅱ.王… Ⅲ.数学课—高中—习题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第077187号

基础 灵活 高效
同步 创新 实用

基础与提升·同步测试与评析
高中数学人教课标B版（选修2-2）

出版：大象出版社（郑州市经七路25号　邮政编码450002）
印刷：郑州市毛庄印刷厂
开本：787×1092　1/8
印张：4.25　字数：12万
版次：2007年6月第1版　第1次印刷
印数：1～10000册
ISBN 978-7-5347-4693-2/G·3862
定价：6.80元

ISBN 978-7-5347-4693-2
9 787534 746932
定价：6.80元

高中数学同步测试卷(一)

第一章　导数及其应用　A卷

【试题说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.一点沿直线运动,如果由始点起经过ts后距离为$s=\frac{1}{4}t^4-\frac{5}{3}t^3+2t^2$,那么速度为零的时刻是　(　　)

A.1s末　B.0s　C.4s末　D.0,1,4s末

2.已知$f(x)=ax^3+3x^2+2$,若$f'(-1)=4$,则a的值是　(　　)

A.$\frac{19}{3}$　B.$\frac{16}{3}$　C.$\frac{13}{3}$　D.$\frac{10}{3}$

3.若函数$y=x^3-ax^2+4$在$(0,2)$内单调递减,则实数a的取值范围为　(　　)

A.$a\geqslant3$　B.$a=3$　C.$a\leqslant3$　D.$0<a<3$

4.设$f(x)$在点x处可导,a、b为常数,则$\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(x+a\Delta x)-f(x-b\Delta x)}{\Delta x}$等于　(　　)

A.$f'(x)$　B.$(a+b)f'(x)$

C.$(a-b)f'(x)$　D.$\frac{a+b}{2}f'(x)$

5.函数$f(x)$的定义域为开区间(a,b),导函数$f'(x)$在(a,b)内的图象如图1-1所示,则函数$f(x)$在开区间(a,b)内有极小值点　(　　)

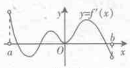


图 1-1

A.1个　B.2个

C.3个　D.4个

6.函数$y=\frac{\sqrt{x^2+1}}{2x-1}$的导数是　(　　)

A.$\frac{2+x}{\sqrt{x^2+1}(2x-1)^2}$　B.$-\frac{2+x}{\sqrt{1+x^2}(2x-1)^2}$

C.$\frac{4x^2-x+2}{(2x-1)^2}$　D.$\frac{4x^2-x+2}{(2x-1)^2\sqrt{x^2+1}}$

7.已知$f(x)=x\lg x$,那么$f(x)$　(　　)

A.在$(0,e)$上单调递增

B.在$(0,10)$上单调递增

C.在$\left(0,\frac{1}{10}\right)$上单调递减,$\left(\frac{1}{10},+\infty\right)$上单调递增

D.在$\left(0,\frac{1}{e}\right)$上单调递减,$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$上单调递增

8.函数$f(x)=x^3-3x\ (|x|<1)$　(　　)

A.有最大值,但无最小值　B.有最大值,也有最小值

C.无最大值,但有最小值　D.既无最大值,也无最小值

9.已知$y=f(x)=\ln|x|$,则下列各命题中,正确的命题是　(　　)

A.$x>0$时,$f'(x)=\frac{1}{x}$;$x<0$时,$f'(x)=-\frac{1}{x}$

B.$x>0$时,$f'(x)=\frac{1}{x}$;$x<0$时,$f'(x)$无意义

C.$x\neq0$时,都有$f'(x)=\frac{1}{x}$

D.$\because x=0$时,$f(x)$无意义,$\therefore$对$y=\ln|x|$不能求导

10.在函数$y=x^3-8x$的图象上,其切线的倾斜角小于$\frac{\pi}{4}$的点中,坐标为整数的点的个数是　(　　)

A.3　B.2　C.1　D.0

11.某公司生产某种产品,固定成本为20000元,每生产一件产品,成本增加100元,已知总收益R与产量x之间的关系是:

$$R=R(x)=\begin{cases}400x-\frac{1}{2}x^2 & (0\leqslant x\leqslant400),\\ 80000 & (x>400),\end{cases}$$

则总利润最大时,产量是　(　　)

A.100　B.150　C.200　D.300

12.设$f(x)=\int_0^x\sin t\,dt$,则$f\left[f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$等于　(　　)

A.-1　B.1　C.$-\cos1$　D.$1-\cos1$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在题中横线上)

13.过原点作曲线$y=e^x$的切线,则切点的坐标为________,切线的斜率为________.

14.已知函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上可导,函数$F(x)=f(x^2-4)+f(4-x^2)$,则$F'(2)=$________.

15.内接于半径为R的球并且体积最大的圆锥的高为________.

16.设$\frac{2}{3}<a<1$,函数$f(x)=x^3-\frac{3}{2}ax^2+b\ (-1\leqslant x\leqslant1)$的最大值为1,最小值为$-\frac{\sqrt{6}}{2}$,则常数$a=$________,$b=$________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)设$f(x)=ax^3+x$恰有三个单调区间,试确定a的取值范围,并求出这三个单调区间.

18.(本小题满分12分)已知$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$在$x=-\frac{2}{3}$与$x=1$时，都取得极值.

(1)求a,b的值；

(2)若对$x\in[-1,2]$，$f(x)<c^2$恒成立，求c的取值范围.

19.(本小题满分12分)当$0<x<\frac{\pi}{2}$时，求证：$\tan x>x+\frac{x^3}{3}$.

20.(本小题满分12分)如图1-2，直线$y=kx$分抛物线$y=x-x^2$与x轴所围图形为面积相等的两部分，求k的值.

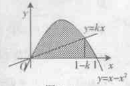


图 1-2

21.(本小题满分12分)(06·江苏高考)请您设计一个帐篷，它下部的形状是高为1m的正六棱柱，上部的形状是侧棱长为3m的正六棱锥(如图1-3所示).试问当帐篷的顶点O到底面中心O_1的距离为多少时，帐篷的体积最大？

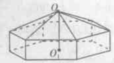


图 1-3

22.(本小题满分14分)在抛物线$y=-x^2+1(x\geqslant0)$上找一点$P(x_1,y_1)$，其中$x_1\neq0$，过点P作抛物线的切线，使此切线与抛物线及两坐标轴所围平面图形的面积最小.

/ / / / / ○ / / / / / / ○ 密 ○ 封 ○ 装 ○ 订 ○ 线 ○ / / / / / / ○ / / / / / ○

密封线内不要答题

学校＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(二)

第一章　导数及其应用　B卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.下列命题中正确的是　(　　)

A.$y=\sqrt{x}$在$[0,1]$上可导

B.因为$y=x^2$的导数$y'=2x$,所以曲线$y=x^2$在$(1,1)$处的切线方程是$y-1=2x(x-1)$

C.$y=|x|$在$x=0$处可导

D.函数$f(x)=\begin{cases}x^2 & (x\leq 1)\\ x & (x>1)\end{cases}$,在$x=0$处可导

2.曲线运动方程为$s=\frac{1-t}{t^2}+2t^2$,则$t=2$时的速度为　(　　)

A.4　　B.8　　C.10　　D.12

3.若对于任意x,有$f'(x)=4x^3$,$f(1)=-1$,则此函数为　(　　)

A.$f(x)=x^4$　　B.$f(x)=x^4-2$

C.$f(x)=x^4+1$　　D.$f(x)=x^4+2$

4.已知直线$y=kx$是$y=\ln x$的切线,则k的值为　(　　)

A.e　　B.$-$e　　C.$\frac{1}{e}$　　D.$-\frac{1}{e}$

5.设$f(x)$是$[a,b]$上的连续函数,则$\int_a^b f(x)dx-\int_a^b f(t)dt$的值　(　　)

A.小于0　　B.等于0

C.大于0　　D.不能确定

6.设$f(x)$是$[a,b]$上的连续函数,且在(a,b)内可导,则下面的结论中正确的是　(　　)

A.$f(x)$的极值点一定是最值点

B.$f(x)$的最值点一定是极值点

C.$f(x)$在此区间上可能没有极值点

D.$f(x)$在此区间上可能没有最值点

7.已知函数$y=xf'(x)$的图象如图2-1所示(其中$f'(x)$是函数$f(x)$的导函数),下面四个图象中$y=f(x)$的图象大致是　(　　)

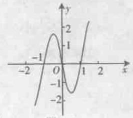
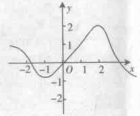
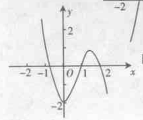
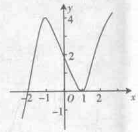
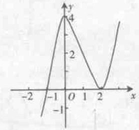


图2-1


A


B


C


D

8.点P在曲线$y=x^3-x+\frac{2}{3}$上移动,设点P处切线的倾斜角为α,则角α的取值范围是　(　　)

A.$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$　　B.$\left[0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

C.$\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$　　D.$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$

9.给出下列函数:

(1)$y=(\sin x)'+(\cos x)'$;

(2)$y=(\sin x)'+\cos x$;

(3)$y=\sin x+(\cos x)'$;

(4)$y=(\sin x)'\cdot(\cos x)'$.

其中值域不是$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$的函数有　(　　)

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个

10.已知三次函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-(4m-1)x^2+(15m^2-2m-7)x+2$在$x\in(-\infty,+\infty)$是增函数,则$m$的取值范围是　(　　)

A.$m<2$或$m>4$　　B.$-4<m<-2$

C.$2<m<4$　　D.以上皆不正确

11.函数$f(x)=x(1-x^2)$在$[0,1]$上的最大值为　(　　)

A.$\frac{2\sqrt{3}}{9}$　　B.$\frac{2\sqrt{2}}{9}$　　C.$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D.$\frac{3}{8}$

12.若函数$f(x)=\log_a(x^3-ax)$ $(a>0,a\neq 1)$在区间$\left(-\frac{1}{2},0\right)$内单调递增,则$a$的取值范围是　(　　)

A.$\left[\frac{1}{4},1\right)$　　B.$\left[\frac{3}{4},1\right)$　　C.$\left(\frac{9}{4},+\infty\right)$　　D.$\left(1,\frac{9}{4}\right)$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在题中横线上)

13.曲线$y=x^3$在点$(1,1)$处的切线与x轴、直线$x=2$所围成的三角形的面积为＿＿＿＿.

14.在下列四个函数中存在极值的是＿＿＿＿.

(1)$y=\frac{1}{x}$;(2)$y=x^{\frac{2}{3}}$;(3)$y=2$;(4)$y=x^3$.

15.由曲线$y=\frac{1}{3}x^3$,x轴及$x=-1$,$x=2$所围成图形的面积是＿＿＿＿.

16.某厂生产某种电子元件,如果生产出一件正品,可获利200元,如果生产出一件次品则损失100元,已知该厂制造电子元件的过程中,次品率p与日产量x的函数关系是:

$p=\frac{3x}{4x+32}(x\in\mathbf{N}_+)$.

(1)将该厂的日盈利额T(元)表示为日产量x(件)的函数＿＿＿＿;

(2)为获最大盈利,该厂的日产量定为＿＿＿＿.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)已知$a>0$,函数$y=f(x)=x^3-ax$在$x\in[1,+\infty)$是一个单调函数.

(1)在$a>0$的条件下,函数$y=f(x)$在$x\in[1,+\infty)$上能否是单调递减函数?请说明理由.

(2)若$f(x)$在区间$[1,+\infty)$上是单调递增函数,试求出实数a的取值范围.

18.(本小题满分12分) 由下列各式：$1>\frac{1}{2}$，$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}>1$，$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}>\frac{3}{2}$，$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{15}>2$，…，你能得到怎样的一般不等式，并加以证明.

19.(本小题满分12分)用数学归纳法证明：$(x+1)^{n+1}+(x+2)^{2n-1}(n\in \mathbf{N}_+)$能被$x^2+3x+3$整除.

20.(本小题满分12分)已知函数$f(x)=a^x+\frac{x-2}{x+1}(a>1)$.

(1)证明：函数$f(x)$在$(-1,+\infty)$上为增函数；

(2)用反证法证明：方程$f(x)=0$没有负数根.

21.(本小题满分12分)当今世界进入了计算机时代，我们知道计算机装置有一个数据输入口A和一个运算结果的输出口B，某同学编入下列运算程序，将数据输入且满足以下性质：

①从A输入1时，从B得到$\frac{1}{3}$.

②从A输入整数$n(n\geqslant 2)$时，在B得到的结果$f(n)$是将前一结果$f(n-1)$先乘以奇数$2n-3$，再除以奇数$2n+1$.

(1)求$f(2)$，$f(3)$，$f(4)$；

(2)试由(1)推测$f(n)$的表达式，并给出证明.

22.(本小题满分14分)在$\triangle ABC$中，$AB\perp AC$，$AD\perp BC$于D，求证：$\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$，那么在四面体$ABCD$中，类比上述结论，你能得到怎样的猜想，并说明理由.

密○封○装○订○线

密封线内不要答题

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(四)

第二章　推理与证明　B卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.锐角三角形的面积等于底乘高的一半;直角三角形的面积等于底乘高的一半;钝角三角形的面积等于底乘高的一半;所以,凡是三角形的面积都等于底乘高的一半,以上推理运用的推理规则是　(　　)

A.三段论推理　　B.假言推理

C.关系推理　　D.完全归纳推理

2.已知$a_1=3,a_2=6$,且$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$,则a_{33}等于　(　　)

A.3　　B.−3　　C.6　　D.−6

3.等式$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{2}(5n^2-7n+4)$　(　　)

A.n为任何正整数时都成立　　B.仅当$n=1,2,3$时成立

C.当$n=4$时成立,$n=5$时不成立　　D.仅当$n=4$时不成立

4.已知$x_1>0,x_1\neq1$且$x_{n+1}=\frac{x_n(x_n^2+3)}{3x_n^2+1}(n=1,2,\cdots)$.试证:"数列$\{x_n\}$或者对任意正整数$n$都满足$x_n<x_{n+1}$,或者对任意的正整数$n$都满足$x_n>x_{n+1}$,"当此题用反证法否定结论时,应为　(　　)

A.对任意的正整数n,有$x_n=x_{n+1}$

B.存在正整数n,使$x_n=x_{n+1}$

C.存在正整数n,使$x_n\geqslant x_{n-1}$且$x_n\geqslant x_{n+1}$

D.存在正整数n,使$(x_n-x_{n-1})(x_n-x_{n+1})\geqslant0$

5.用数学归纳法证明:等式$1+2+3+\cdots+(n+3)=\frac{(n+3)(n+4)}{2}(n\in\mathbf{N}_+)$时,验证$n=1$时,左边应取的项是　(　　)

A.1　　B.1+2　　C.1+2+3　　D.1+2+3+4

6.已知$c>1,a=\sqrt{c+1}-\sqrt{c},b=\sqrt{c}-\sqrt{c-1}$,则正确的结论是　(　　)

A.$a>b$　　B.$a<b$　　C.$a=b$　　D.a,b大小不定

7.用数学归纳法证明"$n^3+(n+1)^3+(n+2)^3(n\in\mathbf{N}_+)$能被9整除",要利用归纳假设证$n=k+1$时的情况,只需展开　(　　)

A.$(k+1)^3$　　B.$(k+2)^3$　　C.$(k+3)^3$　　D.$(k+1)^3+(k+2)^3$

8.锐角三角形的内角A、B满足$\tan A-\frac{1}{\sin2A}=\tan B$,则有　(　　)

A.$\sin2A-\cos B=0$　　B.$\sin2A+\cos B=0$

C.$\sin2A-\sin B=0$　　D.$\sin2A+\sin B=0$

9.已知$1+2\times3+3\times3^2+4\times3^3+\cdots+n\times3^{n-1}=3^n(na-b)+c$对一切$n\in\mathbf{N}$都成立,那么$a,b,c$的值为　(　　)

A.$a=\frac{1}{2},b=c=\frac{1}{4}$　　B.$a=b=c=\frac{1}{4}$

C.$a=0,b=c=\frac{1}{4}$　　D.不存在这样的a,b,c

10.用数学归纳法证明不等式$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{n+n}>\frac{13}{24}$的过程中,由$n=k$递推到$n=k+1$时,不等式左边　(　　)

A.增加了一项$\frac{1}{2(k+1)}$

B.增加了两项$\frac{1}{2k+1},\frac{1}{2(k+1)}$

C.增加了B中的两项,但又减少了另一项$\frac{1}{k+1}$

D.增加了A中的一项,但又减少了另一项$\frac{1}{k+1}$

11.已知$f(x+y)=f(x)+f(y)$且$f(1)=2$,则$f(1)+f(2)+\cdots+f(n)$不能等于　(　　)

A.$f(1)+2f(1)+\cdots+nf(1)$　　B.$\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]f(1)$

C.$n(n+1)$　　D.$n(n+1)f(1)$

12.当$0<a<1$时,下列不等式一定成立的是　(　　)

A.$|\log_{(1+a)}(1-a)|+|\log_{(1-a)}(1+a)|>2$

B.$|\log_{(1+a)}(1-a)|<|\log_{(1-a)}(1+a)|$

C.$|\log_{(1+a)}(1-a)+\log_{(1-a)}(1+a)|<|\log_{(1+a)}(1-a)|+|\log_{(1-a)}(1+a)|$

D.$|\log_{(1+a)}(1-a)-\log_{(1-a)}(1+a)|>|\log_{(1+a)}(1-a)|-|\log_{(1-a)}(1+a)|$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在题中横线上)

13.函数$y=f(x)$在$(0,2)$上是增函数,函数$y=f(x+2)$是偶函数,则$f(1)$,$f(2.5)$,$f(3.5)$的大小关系是________.

14.如图4-1,若从点O所作的两条射线OM、ON上分别有点M_1、M_2与点N_1、N_2,则三角形面积比$\frac{S_{\triangle OM_1N_1}}{S_{\triangle OM_2N_2}}=\frac{OM_1}{OM_2}\cdot\frac{ON_1}{ON_2}$.若从点$O$所作的不在同一平面内的三条射线$OP$、$OQ$和$OR$上,分别有点$P_1$、$P_2$,点$Q_1$、$Q_2$和点$R_1$、$R_2$,则类似的结论为________.

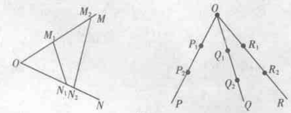


图4-1

15.平面上原有k个圆,它们相交所成圆弧共有$f(k)$段,则增加第$k+1$个与前k个圆均有两个交点,且不过前k个圆的交点的圆,则前k个圆的圆弧增加________段.

16.在德国不来梅举行的第48届世乒赛期间,某商场橱窗里用同样的乒乓球堆成若干堆"正三棱锥"形的展品,其中第1堆只有一层,就一个球;第2、3、4、…堆最底层(第一层)分别按图4-2所示方式固定摆放,从第二层开始,每层的乒乓球自然垒放在下一层之上,第n堆第n层就放一个乒乓球,以$f(n)$表示第n堆的乒乓球总数,则$f(3)=$________;$f(n)=$________(答案用n表示).

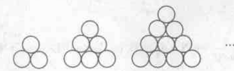


图4-2

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)设二次函数$f(x)=ax^2+bx+c(a\neq0)$中的a,b,c均为整数,且$f(0)$,$f(1)$均为奇数,求证:方程$f(x)=0$无整数根.

18.(本小题满分12分)观察①$\sin^2 10°+\cos^2 40°+\sin 10°\cos 40°=\frac{3}{4}$；

②$\sin^2 6°+\cos^2 36°+\sin 6°\cos 36°=\frac{3}{4}$.

由上面两题的结构规律，你能否提出一个猜想？并证明你的猜想.

19.(本小题满分12分)设$a\in\mathbf{R}$，$f(x)=\frac{a\cdot 2^x+a-2}{2^x+1}$是奇函数，

(1)求a的值；

(2)如果$g(n)=\frac{n}{n+1}(n\in\mathbf{N}_+)$，试比较$f(n)$与$g(n)$的大小$(n\in\mathbf{N}_+)$.

20.(本小题满分12分)设S_n，T_n分别为下列表格中两个等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项之和.

n	1	2	3	4	5	6	7	…
a_n	5	3	1	−1	−3	−5	−7	…
b_n	−14	−10	−6	−2	2	6	10	…

(1)请求出S_1,S_2,S_4,S_5和T_2,T_3,T_5,T_6；

(2)依据上述结果，对于存在正整数k满足$a_k+a_{k+1}=0$的等差数列$\{a_n\}$的前n项之和$S_n(n\leqslant 2k-1)$的规律，猜想一个正确的结论，并加以证明.

21.(本小题满分12分)若不等式$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{3n+1}>\frac{a}{24}$对一切正整数$n$都成立，求正整数$a$的最大值，并证明你的结论.

22.(本小题满分14分)自然状态下的鱼类是一种可再生的资源，为持续利用这一资源，需从宏观上考察其再生能力及捕捞强度对鱼群总量的影响.用x_n表示某鱼群在第n年年初的总量，$n\in\mathbf{N}_+$，且$x_1>0$，不考虑其他因素，设在第n年内鱼群的繁殖量及被捕捞量都与x_n成正比，死亡量与x_n^2成正比，这些比例系数依次为正常数a,b,c.

(1)求x_{n+1}与x_n的关系式；

(2)猜测，当且仅当x_1,a,b,c满足什么条件时，每年年初鱼群的总量保持不变？(不要求证明)

(3)设$a=2,c=1$，为保证对任意$x_1\in(0,2)$，都有$x_n>0$，$n\in\mathbf{N}_+$，则捕捞强度b的最大允许值是多少？证明你的结论.

高中数学同步测试卷(五)

第三章 数系的扩充与复数 A卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.下面四个式子中,正确的是 ( )

A.$3i>2i$ B.$|2+3i|>|1-4i|$

C.$|2-i|>2i^4$ D.$i^2>-i$

2.在复平面内,$\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AC}$对应的复数分别为$-1+2i$,$-2-3i$,则$\overrightarrow{BC}$对应的复数为 ( )

A.$-1-5i$ B.$-1+5i$ C.$3-4i$ D.$3+4i$

3.已知复数z满足$(\sqrt{3}+3i)z=3i$,则z等于 ( )

A.$\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ B.$\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$

C.$\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ D.$\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i$

4.已知复数$z_1=3+4i$,$z_2=t+i$,且$z_1\cdot\bar{z}_2$是实数,则实数t等于 ( )

A.$\frac{3}{4}$ B.$\frac{4}{3}$ C.$-\frac{4}{3}$ D.$-\frac{3}{4}$

5.满足条件$|z-i|=|3+4i|$的复数z在复平面上对应点的轨迹是 ( )

A.一条直线 B.两条直线 C.圆 D.椭圆

6.当$\frac{2}{3}<m<1$时,复数$z=(3m-2)+(m-1)i$在复平面上对应的点位于( )

A.第一象限 B.第二象限

C.第三象限 D.第四象限

7.若复数$\frac{a+3i}{1+2i}$($a\in\mathbf{R}$,i为虚数单位)是纯虚数,则实数a的值为 ( )

A.-2 B.4 C.-6 D.6

8.已知$a,b\in\mathbf{R}$,则$a=b$是$(a-b)+(a+b)i$为纯虚数的 ( )

A.充要条件 B.充分不必要条件

C.必要不充分条件 D.既不充分也不必要条件

9.复数$\frac{(-1+\sqrt{3}i)^3}{1+\sqrt{3}i}$的值是 ( )

A.-16 B.16 C.$-\frac{1}{4}$ D.$\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$

10.设$f(z)=\bar{z}$,且$z_1=1+5i$,$z_2=-3+2i$,则$f(\overline{z_1-z_2})$的值是 ( )

A.$-2+3i$ B.$-2-3i$ C.$4-3i$ D.$4+3i$

11.定义运算$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=ad-bc$,则符合条件$\begin{vmatrix}1 & -1\\ z & zi\end{vmatrix}=4+2i$的复数$z$为 ( )

A.$3-i$ B.$1+3i$ C.$3+i$ D.$1-3i$

12.复数$z=x+yi(x,y\in\mathbf{R})$满足条件$|z-4i|=|z+2|$,则2^x+4^y的最小值为 ( )

A.2 B.4 C.$4\sqrt{2}$ D.16

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.若复数z同时满足$z-\bar{z}=2i$,$\bar{z}=iz$(i为虚数单位),则z=______.

14.若关于x的实系数二次方程$x^2+ax+b=0$的一个根是$2+i$,则a=______,b=______.

15.设$f(z+i)=1-\bar{z}$,$z_1=1+i$,$z_2=1-i$,则$f(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2})$=______.

16.已知$z=(m+3)+(2m+1)i(m\geq0)$,则$|z|$的最小值是______.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)已知x是实数,y是纯虚数,且满足$(2x-1)+(3-y)i=y-i$,求x,y的值.

18.(本小题满分12分)设$z\in\mathbf{C}$,若$|z|=1$,且$z\neq\pm i$,证明$\frac{z}{1+z^2}$必是实数,并求$\frac{z}{1+z^2}$对应点的轨迹.

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(六)

第三章 数系的扩充与复数 B卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.若$(x^2-1)+(x^2+3x+2)i$是纯虚数,则实数x的值为 ( )

A.1 B.±1 C.−1 D.−2

2. 以$2i-\sqrt{5}$的虚部为实部,以$\sqrt{5}i+2i^2$的实部为虚部的新复数是 ( )

A.2−2i B.2+i

C.$-\sqrt{5}+\sqrt{5}i$ D.$\sqrt{5}+\sqrt{5}i$

3.设$z=(2t^2+5t-3)+(t^2+2t+2)i$,$t\in\mathbf{R}$,则以下结论中正确的是 ( )

A.z对应的点在第一象限 B.z一定不是纯虚数

C.z对应的点在实轴上方 D.z一定是实数

4.复平面内点A、B、C对应的复数分别为i,1,4+2i,由$A\to B\to C\to D$按逆时针顺序作平行四边形$ABCD$,则$|\overrightarrow{BD}|$等于 ( )

A.5 B.$\sqrt{13}$ C.$\sqrt{15}$ D.$\sqrt{17}$

5.$\frac{1-i}{(1+i)^2}+\frac{1+i}{(1-i)^2}$等于 ( )

A.i B.−i C.1 D.−1

6.$i-i^2+i^3-i^4+\cdots+(-1)^{100}i^{99}$的值为 ( )

A.1 B.−1 C.i D.−i

7.若$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n=2$,则$n$的值可能为 ( )

A.4 B.5 C.6 D.7

8.设$z\in\mathbf{C}$,$2iM=z^2-\bar{z}^2$,$N=z\cdot\bar{z}$,则复数M与N的关系是 ( )

A.$M\leqslant N$ B.$M\geqslant N$ C.$M=N$ D.不能比较大小

9.当$z=-\frac{1-i}{\sqrt{2}}$时,$z^{100}+z^{50}+1$的值等于 ( )

A.1 B.−1 C.i D.−i

10.已知$|z-3|+|z+3|=10$,且$|z-5i|-|z+5i|=8$,则复数z等于 ( )

A.4i B.−4i C.±4i D.以上都不对

11.设$z\in\mathbf{C}$,且$|z+1|-|z-i|=0$,则$|z+i|$的最小值为 ( )

A.0 B.1 C.$\frac{\sqrt{2}}{2}$ D.$\frac{1}{2}$

12.若$\sin2\theta-1+i(\sqrt{2}\cos\theta+1)$是纯虚数,则$\theta$的值为 ( )

A.$2k\pi-\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$ B.$2k\pi+\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$

C.$2k\pi\pm\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$ D.$\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$

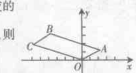
第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.若复数$z=(m-2)+(m+1)i$为纯虚数(i为虚数单位),其中$m\in\mathbf{R}$,则$|z|=$________.

14.已知复数$z_0=3+2i$,复数z满足$z\cdot z_0=3z+z_0$,则复数$z=$________.

15.如图,在平行四边形$OABC$中,各顶点对应的复数分别为$z_O=0$,$z_A=2+\frac{a}{2}i$,$z_B=-2a+3i$,$z_C=-b+ai$,则实数a,b之差为________.



16.若复数$z=x^2-2x-3+\left[\left(\log\frac{1}{2}x\right)^2-\log\frac{1}{2}x-2\right]i$是虚部为正数的非纯虚数,则实数$x$的取值范围是________.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)证明:在复数范围内,方程$|z|^2+(1-i)\bar{z}-(1+i)z=\frac{5-5i}{2+i}$(i为虚数单位)无解.

18.(本小题满分12分)已知复数$z=\frac{(-1+3i)(1-i)-(1+3i)}{i}$,$\omega=z+ai(a\in\mathbf{R})$,当$\left|\frac{\omega}{z}\right|\leqslant\sqrt{2}$时,求$a$的取值范围.

19.（本小题满分12分）设全集$U=\mathbf{C}$，$A=\{z\mid ||z|-1|=1-|z|, z\in\mathbf{C}\}$，$B=\{z\mid |z|<1, z\in\mathbf{C}\}$，若$z\in A\cap(\complement_U B)$，求复数$z$在复平面内对应点的轨迹.

20.（本小题满分12分）已知$z\in\mathbf{C}$，且$|z|=1$，求$|z^2-z+1|$的最值.

21.（本小题满分12分）如果复数z的模不大于1，而z的虚部的绝对值不小于$\frac{1}{2}$，那么复数z对应点组成的平面图形的面积是多少？

22.（本小题满分14分）设i是虚数单位，复数z和ω满足$z\omega+2iz-2i\omega+1=0$.

（1）若z和ω又满足$\overline{\omega}-z=2i$，求z和ω的值；

（2）求证：如果$|z|=\sqrt{3}$那么$|\omega-4i|$的值是一个常数，并求这个常数.

高中数学同步测试卷(七)

选修2-2综合测试 A卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的)

1.已知直线$y=kx$是曲线$y=x^3+2$的一条切线,则k的值为 ( )

A.1 B.2 C.3 D.4

2.复数$z=\frac{1}{1-i}$的共轭复数是 ( )

A.$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ B.$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$ C.$1-i$ D.$1+i$

3.否定结论"至多有两个解"的说法中,正确的是 ( )

A.有一个解 B.有两个解

C.至少有三个解 D.至少有两个解

4.如果$(m^2+i)(1+mi)$是实数,则实数m等于 ( )

A.1 B.-1 C.$\sqrt{2}$ D.$-\sqrt{2}$

5.已知等比数列$a_n=\frac{1}{3^{n-1}}$,其部分和为$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$,则S_{k+1}与S_k的递推关系不满足 ( )

A.$S_{k+1}=S_k+\frac{1}{3^{k-1}}$ B.$S_{k+1}=1+\frac{1}{3}S_k$

C.$S_{k+1}=S_k+a_{k+1}$ D.$S_{k+1}=3S_k-3+a_k+a_{k+1}$

6.在复平面内,复数$\frac{i}{1+i}+(1+\sqrt{3}i)^2$对应的点位于 ( )

A.第一象限 B.第二象限

C.第三象限 D.第四象限

7.设函数$f(x)=(1-2x^3)^{10}$,则$f'(1)$等于 ( )

A.0 B.-1 C.-60 D.60

8.已知n为正偶数,用数学归纳法证明:$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n-1}=2\left(\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+4}+\cdots+\frac{1}{2n}\right)$时,若已假设$n=k(k\geqslant2$为偶数)时成立,则还需利用归纳假设再证 ( )

A.$n=k+1$时等式成立 B.$n=k+2$时等式成立

C.$n=2k+2$时等式成立 D.$n=2(k+2)$时等式成立

9.$\frac{(-1+\sqrt{3}i)^3}{(1+i)^6}-\frac{-2+i}{1+2i}$等于 ( )

A.0 B.1 C.-1 D.i

10.对于$\mathbf{R}$上可导的任意函数$f(x)$,若满足$(x-1)f'(x)\geqslant0$,则必有 ( )

A.$f(0)+f(2)<2f(1)$ B.$f(0)+f(2)\leqslant2f(1)$

C.$f(0)+f(2)\geqslant2f(1)$ D.$f(0)+f(2)>2f(1)$

11.上一个n层台阶,若每次可上一层或两层,设所有不同的上法的总数为$f(n)$,则下列猜想中正确的是 ( )

A.$f(n)=n$ B.$f(n)=f(n-1)+f(n-2)$

C.$f(n)=f(n-1)\times f(n-2)$ D.$f(n)=\begin{cases}n & (n=1,2)\\ f(n-1)+f(n-2) & (n\geqslant3)\end{cases}$

12.函数$f(x)=x^3-3x^2$,给出下列命题:

(1)$f(x)$是增函数,无极值;

(2)$f(x)$是减函数,无极值;

(3)$f(x)$的增函数区间为$(-\infty,0]$及$[2,+\infty)$,减函数的区间是$[0,2]$;

(4)$f(0)=0$是极大值,$f(2)=-4$是极小值.

其中正确的命题的个数是 ( )

A.1 B.2 C.3 D.4

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.若$a=\int_0^2x^2dx$,$b=\int_0^2x^3dx$,$c=\int_0^2\sin xdx$,则a,b,c的大小关系是＿＿＿＿.

14. 已知等式$\sin^230°+\sin^230°+\sin30°\cdot\sin30°=\frac{3}{4}$,$\sin^240°+\sin^220°+\sin40°\cdot\sin20°=\frac{3}{4}$.请你写出一个具有一般性的等式,使你写出的等式包含了已知的等式,这个等式是＿＿＿＿＿＿＿＿.

15.已知复数z与$(z+2)^2-8i$均是纯虚数,则$z=$＿＿＿＿.

16.如图7-1,在直四棱柱$A_1B_1C_1D_1-ABCD$中,当底面四边形$ABCD$满足条件＿＿＿＿时,有$A_1C\perp B_1D_1$(注:填上你认为正确的一种条件即可,不必考虑所有可能的情形).

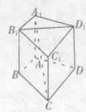


图7-1

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)已知函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx$在点x_0处取得极大值5,其导函数$y=f'(x)$的图象经过点$(1,0)$,$(2,0)$,如图7-2所示,求:

(1)x_0的值;

(2)a,b,c的值.

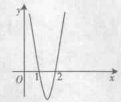


图7-2

18.(本小题满分12分)虚数z满足$|z|=1$,$z^2+2z+\frac{1}{z}<0$,求z.

19.(本小题满分12分)平面内有n条直线,其中任何两条不平行,任何三条不共点,求证:这n条直线把平面分成$f(n)=\frac{n^2+n+2}{2}$部分.

20.(本小题满分12分)已知z是复数,$z+2i$,$\frac{z}{2-i}$均为实数(i为虚数单位),且复数$(z+ai)^2$在复平面上对应的点在第一象限,求实数a的取值范围.

21.(本小题满分12分)统计表明,某种型号的汽车在匀速行驶中每小时的耗油量y(升)关于行驶速度x(千米/小时)的函数解析式可以表示为:$y=\frac{1}{128000}x^3-\frac{3}{80}x+8(0<x\leqslant 120)$.已知甲、乙两地相距100千米.

(1)当汽车以40千米/小时的速度匀速行驶时,从甲地到乙地需耗油多少升?

(2)当汽车以多大的速度匀速行驶时,从甲地到乙地耗油最少?最少为多少升?

22.(本小题满分14分)观察表:

1,

2,3

4,5,6,7

8,9,10,11,12,13,14,15

……

问:(1)此表第n行的最后一个数是多少?

(2)此表第n行的各个数之和是多少?

(3)2008是第几行的第几个数?

(4)是否存在$n\in \mathbf{N}_+$,使得第n行起的连续10行的所有数之和为$2^{27}-2^{13}-120$?若存在,求出n的值;若不存在,请说明理由.

学校______ 班级______ 姓名______ 学号______

密 封 线 内 不 要 答 题

高中数学同步测试卷(八)

选修2-2综合测试　B卷

【试卷说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分为150分,考试时间为120分钟.

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

1.已知$\frac{m}{1+i}=1-ni$,其中m,n是实数,i是虚数单位,则$m+ni$等于　(　)

A.1+2i　　B.1−2i　　C.2+i　　D.2−i

2.若曲线$y=x^4$的一条切线l与直线$x+4y-8=0$垂直,则l的方程为　(　)

A.$4x-y-3=0$　　B.$x+4y-5=0$

C.$4x-y+3=0$　　D.$x+4y+3=0$

3.函数$f(x)=\log_{\frac{1}{5}}(27+6x-x^2)$的递增区间是　(　)

A.$[3,+\infty)$　　B.$(-\infty,3]$　　C.$[3,9)$　　D.$(-3,3]$

4.若复数z满足$|z|-\bar{z}=\frac{10}{1-2i}$,则$z$等于　(　)

A.−3+4i　　B.−3−4i　　C.3−4i　　D.3+4i

5.函数$y=4x-x^4$在$x\in[-1,2]$上的最大值、最小值分别是　(　)

A.$f(1)$与$f(-1)$　　B.$f(1)$与$f(2)$

C.$f(-1)$与$f(2)$　　D.$f(2)$与$f(-1)$

6.平面内原有k条直线,它们的交点个数记为$f(k)$,则增加一条直线后,它们的交点个数最多为　(　)

A.$f(k)+1$　　B.$f(k)+k$　　C.$f(k)+k+1$　　D.$k\cdot f(k)$

7.设$f_0(x)=\sin x,f_1(x)=f_0'(x),f_2(x)=f_1'(x),\cdots,f_{n+1}(x)=f_n'(x),n\in\mathbf{N}$,则$f_{2005}(x)$等于　(　)

A.$\sin x$　　B.$-\sin x$　　C.$\cos x$　　D.$-\cos x$

8.已知复数z,a,x满足$x=\frac{a-z}{1-az}$,且$|z|=1$,则$|x|$等于　(　)

A.0　　B.1　　C.$|a|$　　D.$\frac{1}{2}$

9.已知$f(\overline{z+i})=2z+\bar{z}+i$,则$f(i)$等于　(　)

A.1　　B.−1　　C.i　　D.−i

10.若数列$\{a_n\}$的前8项的值各异,且$a_{n+8}=a_n$,对任意的$n\in\mathbf{N}_+$都成立,则下列数列中可取遍$\{a_n\}$的前8项值的数列为　(　)

A.$\{a_{2k+1}\}$　　B.$\{a_{3k+1}\}$　　C.$\{a_{4k+1}\}$　　D.$\{a_{6k+1}\}$

11.用数学归纳法证明"当n是非负数时,$3^{4n+2}+5^{2n+1}$能被14整除"的第二步中,为了使用归纳假设应将$3^{4k+6}+5^{2k+3}$变形为　(　)

A.$3^{4k+2}\cdot81+5^{2k+1}\cdot25$　　B.$3^{4k+1}\cdot243+5^{2k}\cdot125$

C.$25(3^{4k+2}+5^{2k+1})+56\cdot3^{4k+2}$　　D.$3^{4k+4}\cdot9+5^{2k+2}\cdot5$

12.函数$f(x)=e^{-x}\cdot\sqrt{x}$,则　(　)

A.仅有极小值$-\frac{1}{\sqrt{2e}}$　　B.仅有极大值$\frac{1}{\sqrt{2e}}$

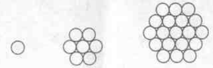
C.有最小值0,极大值$\frac{1}{\sqrt{2e}}$　　D.以上皆不正确

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上)

13.曲线$y=x^3$在点$(a,a^3)(a\neq0)$处的切线与x轴、直线$x=a$所围成的三角形的面积为$\frac{1}{6}$,则$a=$________.

14.在十月一日国庆期间,某广场用花盆摆成如图①、②、③、…的图案,根据图中花盆摆放的规律,第n个图形中的花盆数$a_n=$________.



①　　②　　③　…

15.已知z为复数,则$z+\frac{1}{z}>2$的一个充要条件是z满足________.

16.完成反证法证题的全过程.

题目　设$a_1,a_2,\cdots,a_7$是1,2,…,7的一个排列,求证:乘积$p=(a_1-1)(a_2-2)\cdots(a_7-7)$为偶数.证明:反设$p$为奇数,则______均为奇数.　①

因为奇数个奇数之和为奇数,故有奇数=____________　②

=____________　③

=0.

但奇数≠偶数,这一矛盾说明p为偶数.

三、解答题(本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分12分)$\triangle ABC$的三个内角A、B、C成等差数列,求证:

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}=\frac{3}{a+b+c}.$$

18.(本小题满分12分)设O为坐标原点,已知向量$\overrightarrow{OZ_1}$,$\overrightarrow{OZ_2}$分别对应复数z_1,z_2,且$z_1=\frac{3}{a+5}+(10-a^2)i$,$z_2=\frac{2}{1-a}+(2a-5)i$,(其中$a\in\mathbf{R}$),若$\overline{z_1}+z_2$可以与任意实数比较大小,求$\overrightarrow{OZ_1}\cdot\overrightarrow{OZ_2}$的值.

19.(本小题满分12分)设函数$f(x)=x^3-3ax^2+3bx$的图象与直线$12x+y-1=0$相切于点$(1,-11)$.

(1)求a,b的值;

(2)讨论函数$f(x)$的单调性.

20.(本小题满分12分)已知$z_1=x^2+\sqrt{x^2+1}\,i$，$z_2=(x^2+a)i$对任意的$x\in\mathbf{R}$均有$|z_1|>|z_2|$成立,试求实数a的取值范围.

21.(本小题满分12分)某数列的第一项为1,并且对所有的自然数$n\geqslant 2$,数列的前n项之积为n^2.

(1)写出这个数列的前五项;

(2)写出这个数列的通项公式,并加以证明.

22.(本小题满分14分)设某物体一天中的温度T是时间t的函数;$T(t)=at^3+bt^2+ct+d(c\neq 0)$,其中温度的单位是℃,时间单位是小时,$t=0$表示12:00,$t$取正值表示12:00以后. 若测得该物体在8:00的温度为8℃,12:00的温度为60℃,13:00的温度为58℃,且已知该物体的温度在8:00和16:00有相同的变化率.

(1)写出该物体的温度T关于时间t的函数关系式;

(2)该物体在10:00到14:00这段时间中(包括10:00和14:00)何时温度最高?并求出最高温度.

(3)如果规定一个函数$f(x)$在区间$[x_1,x_2](x_1<x_2)$上函数值的平均数为$\frac{1}{x_2-x_1}\int_{x_1}^{x_2}f(x)\mathrm{d}x$,求该物体在8:00到16:00这段时间的平均温度.

密封线内不要答题

第一卷

命题明细

序号	考查知识点	题号	分值
1	导数的定义	1,4,13	14
2	导数的运算	2,6,9,10,14	24
3	导数的单调性与极值	3,5,7,8,16,17,18,19	60
4	微积分	12,20,22	31
5	实际应用	11,15,21	21

一、选择题

1. D　解析　$\because s'=\left(\frac{1}{4}t^4\right)'-\left(\frac{5}{3}t^3\right)'+(2t^2)'=t^3-5t^2+4t=0$，$\therefore t=0,1,4$.

命题立意　本题考查了瞬时速度与导数之间的关系.

2. D　解析　由 $f'(x)=(ax^3+3x^2+2)'=3ax^2+6x$，得 $f'(-1)=3a-6=4$. $\therefore a=\frac{10}{3}$.

命题立意　本题考查了导数的运算.

3. A　解析　$y'=3x^2-2ax=x(3x-2a)$.

$\because$ 函数 $y=x^3-ax^2+4$ 在 $(0,2)$ 内单调递减，

$\therefore \begin{cases} y'|_{x=0}=0\leqslant 0, \\ y'|_{x=2}=2(6-2a)\leqslant 0. \end{cases}$

$\therefore a\geqslant 3$.

命题立意　本题考查了函数的单调性与导数之间的关系.

4. B　解析　$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+a\Delta x)-f(x-b\Delta x)}{\Delta x}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{[f(x+a\Delta x)-f(x)]+[f(x)-f(x-b\Delta x)]}{\Delta x}=$

$\lim\limits_{a\Delta x\to 0}\left[a\frac{f(x+a\Delta x)-f(x)}{a\Delta x}+(-b)\frac{f(x-b\Delta x)-f(x)}{b\Delta x}\right]$

$=a\lim\limits_{a\Delta x\to 0}\frac{f(x+a\Delta x)-f(x)}{a\Delta x}+b\lim\limits_{-b\Delta x\to 0}\frac{f(x-b\Delta x)-f(x)}{-b\Delta x}$

$=af'(x)+bf'(x)=(a+b)f'(x)$.

命题立意　本题考查了导函数定义的应用.

5. A　解析　$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，极小值点应有先减后增的特点，即 $f'(x)<0\to f'(x)=0\to f'(x)>0$，由图象可知，只有1个极小值点.

命题立意　本题主要考查导函数的概念、极值点及对图象的识别.

6. B　解析　$y'=\left(\frac{\sqrt{x^2+1}}{2x-1}\right)'$

$=\frac{(\sqrt{x^2+1})'(2x-1)-\sqrt{x^2+1}(2x-1)'}{(2x-1)^2}$

$=\frac{\frac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}}(x^2+1)'(2x-1)-2\sqrt{x^2+1}}{(2x-1)^2}$

$=\frac{x(2x-1)-2(x^2+1)}{(2x-1)^2\sqrt{x^2+1}}$

$=-\frac{2+x}{\sqrt{1+x^2}(2x-1)^2}$.

命题立意　本题考查了复合函数的求导法则.

7. D　解析　$f'(x)=\lg x+\lg e=\lg(ex)$.

当 $x\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$，$0<ex<1$，此时 $f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 上单调递减.

同理，$f(x)$ 在 $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 上单调递增.

命题立意　本题考查了利用导数求函数的单调区间.

8. D　解析　$f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$.

令 $f'(x)=0$，得 $x=-1$，或 $x=1$.

又 $x\in(-1,1)$，$\therefore$ 该方程无解.

故函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上既无极值也无最值.

命题立意　本题考查了利用导数研究函数的极值、最值问题.

9. C　解析　$f(x)=\begin{cases}\ln x & (x>0), \\ \ln(-x) & (x<0).\end{cases}$

(1) $x>0$ 时，$f'(x)=\frac{1}{x}$；

(2) $x<0$ 时，$f'(x)=\frac{1}{x}$.

命题立意　本题考查了函数的求导法则.

10. D　解析　$\because y=x^3-8x$，$\therefore y'=3x^2-8$.

根据题意，切线的倾斜角小于 $\frac{\pi}{4}$，则有 $\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right)$.

$\therefore k\in[0,1)$，即 $0\leqslant 3x^2-8<1$.

$\therefore \frac{2\sqrt{6}}{3}\leqslant x<\sqrt{3}$，或 $-\sqrt{3}<x\leqslant-\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

由于 $\frac{2\sqrt{6}}{3}\approx 1.6$，$\sqrt{3}\approx 1.7$，

$\therefore$ 在上述范围内，无适合题意的整数解.

命题立意　本题考查了导数与切线的斜率之间的关系及求整点的方法.

11. D **解析** 由题意，得总利润 $f(x)=R(x)-20000-100x$

$$=\begin{cases}300x-20000-\dfrac{1}{2}x^2 \ (0\leqslant x\leqslant 400),\\ 60000-100x \quad (x>400).\end{cases}$$

$\therefore f'(x)=\begin{cases}300-x \ (0\leqslant x\leqslant 400),\\ -100 \quad (x>400).\end{cases}$

令 $f'(x)=0$，得 $x=300$.

命题立意 本题考查了利用导数解决实际问题中的优化问题.

12. D **解析** $\because f(x)=\int_0^x \sin t\mathrm{d}t=-\cos t|_0^x=-\cos x+1$，

$\therefore f\left[f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right]=f\left(-\cos\dfrac{\pi}{2}+1\right)=f(1)=1-\cos 1.$

命题立意 本题考查了定积分的计算，考查了复合函数的运算.

二、填空题

13. $(1,\mathrm{e})$，e **解析** 易知 $y'=(\mathrm{e}^x)'=\mathrm{e}^x$.

$\therefore y'|_{x=x_0}=\mathrm{e}^{x_0}$，即过切点的切线的斜率为 e^{x_0}.

$\therefore$ 切线方程为 $y-\mathrm{e}^{x_0}=\mathrm{e}^{x_0}(x-x_0)$，

即 $y=\mathrm{e}x^{x_0}\cdot x+\mathrm{e}^{x_0}-\mathrm{e}^{x_0}\cdot x_0$.

$\because$ 切线过原点，

$\therefore \mathrm{e}^{x_0}-\mathrm{e}^{x_0}\cdot x_0=0$，

即 $x_0=1$，此时 $y_0=\mathrm{e}$.

$\therefore$ 切点的坐标为 $(1,\mathrm{e})$，切线的斜率为 e.

命题立意 本题考查了如何用导数求切线的斜率、切点坐标问题.

14. 0 **解析** $F'(x)=[f(x^2-4)]'+[f(4-x^2)]'$

$=f'(x^2-4)\cdot(x^2-4)'+f'(4-x^2)\cdot(4-x^2)'$

$=2xf'(x^2-4)-2xf'(4-x^2)$，

$\therefore F'(2)=4f'(0)-4f'(0)=0.$

命题立意 本题考查了复合函数的求导运算.

15. $\dfrac{4}{3}R$ **解析** 图答 1-1 是圆锥和其外接球的轴截面图形.

图答 1-1

设圆锥的底面半径为 r，高为 h，

则 $h=R+\sqrt{R^2-r^2}$

$\Rightarrow r^2=2Rh-h^2$.

$\therefore V_{锥}=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi h(2Rh-h^2)$

$=\dfrac{2}{3}\pi Rh^2-\dfrac{1}{3}\pi h^3$.

$V'(h)=\dfrac{4}{3}\pi Rh-\pi h^2$.

令 $V'(h)=0$，得 $h=\dfrac{4R}{3}$.

由于只有一个极大值点，所以当 $h=\dfrac{4R}{3}$ 时，V 最大.

命题立意 本题考查了利用导数求函数最值的方法.

16. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$；1 **解析** $f'(x)=3x^2-3ax=3x(x-a)$.

令 $f'(x)=0$，得 $x=0$，或 $x=a$.

当 x 变化时，$f'(x)$ 和 $f(x)$ 的变化状态如表格中所示：

x	-1	$(-1,0)$	0	$(0,a)$	a	$(a,1)$	1
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$b-1-\dfrac{3a}{2}$	↗	b	↘	$b-\dfrac{a^3}{2}$	↗	$b+1-\dfrac{3a}{2}$

由上表可知，当 $x=0$ 时，$f(x)$ 取得极大值 b；当 $x=a$ 时，$f(x)$ 取得极小值 $b-\dfrac{a^3}{2}$.

又 $f(1)>f(-1)$，$\dfrac{2}{3}<a<1$，

$\therefore -\dfrac{3}{2}<-\dfrac{3a}{2}<-1$.

$\therefore b-\dfrac{1}{2}<b+1-\dfrac{3a}{2}<b$，即 $f(1)<f(0)$.

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的最大值为 b. $\therefore b=1$.

又 $f(-1)-f(a)=b-1-\dfrac{3a}{2}-b+\dfrac{a^3}{2}=\dfrac{a^3}{2}-\dfrac{3a}{2}-1$

$=\dfrac{1}{2}(a+1)^2(a-2)<0$，

$\therefore f(-1)<f(a)$.

$\therefore f(-1)$ 为函数 $f(x)$ 的最小值. $\therefore b-1-\dfrac{3a}{2}=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

$\therefore a=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

命题立意 本题考查了二次函数的最值问题，考查了利用导数求函数最值的方法.

三、解答题

17. **分析** 当给定函数含有字母参数时，分类讨论常常难于避免，不同的化归方法和运算程序往往使分类方法不同，应注意分类原则和讨论的准确性.

解 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$ ………………… 2 分

$f'(x)=3ax^2+1$ ………………………………… 4 分

若 $a>0$，则 $f'(x)>0$，此时 $f(x)$ 只有一个单调区间，与已知矛盾……………………………………………… 6 分

若 $a=0$，则 $f(x)=x$，此时 $f(x)$ 也只有一个单调区间，与已知矛盾……………………………………………… 8 分

若 $a<0$，则 $f'(x)=3a\left(x+\dfrac{1}{\sqrt{-3a}}\right)\left(x-\dfrac{1}{\sqrt{-3a}}\right)$ ……

……………………………………………… 10 分

综上可知，$a<0$ 时 $f(x)$ 恰有三个单调区间，其中减区间为 $\left(-\infty,\dfrac{-1}{\sqrt{-3a}}\right]$，$\left[\dfrac{1}{\sqrt{-3a}},+\infty\right)$，其中增区间为

$\left[-\dfrac{1}{\sqrt{-3a}},\dfrac{1}{\sqrt{-3a}}\right]$ ………………………… 12 分

命题立意 本题考查了利用导数求函数单调区间的方法，考查了分类讨论的思想.

解题关键 对参数 a 进行讨论是解题的关键.

错解剖析 忽视了对 $a=0$ 的讨论.

变式拓展 1 讨论函数 $f(x)=a^x-a^{-x}(a>0,a\neq 1)$ 的单调性.