

品位 品质 品牌

丛书主编 王朝银



配套 人民教育出版社 实验修订教材

e线互动课堂

步步高

中国教育网
出版参考杂志

鼎力支持发行

高一数学 (上) ● 学生用书

黑龙江教育出版社

Mathematics



REPUBLIC OF TURKEY
MINISTRY OF NATIONAL EDUCATION



TEKNOLOJİ VE İNTERAKTİF EĞİTİM

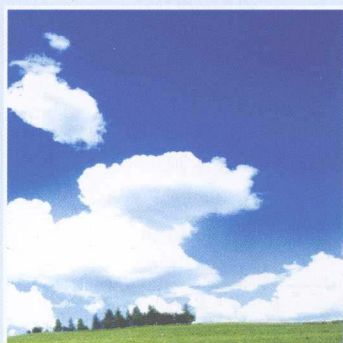


TEKNOLOJİ VE İNTERAKTİF EĞİTİM
A - 1. DÖNEM
2023-2024

TEKNOLOJİ VE İNTERAKTİF EĞİTİM

TEKNOLOJİ VE İNTERAKTİF EĞİTİM
A - 1. DÖNEM
2023-2024

步步高



e线互动课堂

中国教育网 **出版参考** 杂志 鼎立支持发行

丛书主编 王朝银

高一数学

黑龙江教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

步步高·高一数学·(上)/王朝银主编. —哈尔滨: 黑龙江教育出版社, 2007.5

ISBN 978-7-5316-4748-5

I. 步… II. 王… III. 数学课—高中—习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第057748号

丛书主编: 王朝银

本册主编: 李新春

副主编: 张开新 陈天勇 董香蕊

步步高 · e线互动课堂

高一数学(上)

责任编辑	宋舒白 安玉滨
责任校对	徐博驰
封面设计	金榜苑视觉设计中心
整体制作	金榜苑视觉设计中心
出版	黑龙江教育出版社 (哈尔滨市南岗区花园街158号)
印刷	山东汶上新华印刷有限公司 (0537-7212327)
发行	新华书店经销
开本	880 × 1230 1/16
版次	2007年5月第1版第1次印刷
定价	24.00元
书号	ISBN 978-7-5316-4748-5/G·3642

黑龙江教育出版社网址: www.hljep.com.cn

网址: www.yinhuibook.com

如有印装质量问题, 请与印刷厂联系调换。

PREFACE

前言

传统的教学方式只注重学生知识内容的掌握,而素质教育的主旨则对灵活性、创新性有较高要求,要求学生不仅要准确理解和掌握课本知识,而且要具备灵活运用知识和创新探究的能力。本套高一系列丛书《步步高》就是迎着中国教育体制改革的春风,本着素质教育的理念,让学生从课本基础知识入手,逐渐引导他们对知识进行扩展延伸,最终把知识的综合与能力的提高升华到一个新的境界。针对高一学习的特殊阶段,本丛书具有以下几个鲜明特色:

1. 注重基础

本丛书紧扣课本,内容同步于课本知识,不忽视对基础知识的考察。高考中所有的新信息、新材料,最终都能归于课本,在课本中找到题源,找到其解题的突破点,所以只要把课本中的基础知识“吃”透,无论看来多么陌生的题目都能迎刃而解。

2. 讲求创新

本丛书内容丰富,材料新颖。不仅有创新的设计,创新的题型,更有创新的知识考查形式。通过独特的考查切入点,激发学生的创新思维,提升学生分析问题和解决问题的能力,使学生在应试时有较好的心态去面对新材料、新信息,做到胸有成竹,不致于陷入迷茫甚至望而却步。

3. 突出方法

解答问题时,方法至关重要。简便快捷的解题方法能达到事半功倍的目的。有些解题方法一针见血,既省时省力,又让人豁然开朗。本丛书例题中给出的解题方法都是编者经过一番深究总结出来的,学生通过解题方法探究的训练,在遇到问题时,就会寻找技巧,迅速解题,从而节省宝贵的考试时间。

4. 跟踪高考

在平时的学习过程中,每学一个知识点,都查找例年高考中对本知识点的考核方向,这是学习中的一个重要方法。学生通过训练高考题,从中提炼出高考考查知识点的精髓,再以本知识点为中心,纵向扩展延伸,达到知识运用的升华。本丛书在这一点上可助学生一臂之力,因为其中所选的练习题大部分与高考挂钩,是高考考点的拓展。

本丛书除具有以上特色外,还有实用性、开放性、综合性等特点。编者经过层层推敲,使本丛书真正能为学生提供一个多角度的操作平台。

编写本丛书过程中,难免有疏漏之处,真诚地希望广大师生提出宝贵的意见和建议!

编者

Contents

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1	§ 2.5 指数(二)	49
一、集 合	1	§ 2.6 指数函数(一)	51
§ 1.1 集 合	1	§ 2.6 指数函数(二)	53
§ 1.2 子集、全集、补集(一)	3	单元测试(二)	55
§ 1.2 子集、全集、补集(二)	5	三、对数与对数函数	56
§ 1.3 交集、并集	6	§ 2.7 对数(一)	56
单元测试(一)	8	§ 2.7 对数(二)	58
§ 1.4 含绝对值的不等式解法	9	§ 2.7 对数(三)	60
§ 1.5 一元二次不等式解法	11	§ 2.8 对数函数(一)	62
单元测试(二)	13	§ 2.8 对数函数(二)	64
二、简易逻辑	14	单元测试(三)	66
§ 1.6 逻辑联结词	14	§ 2.9 函数的应用举例	67
§ 1.7 四种命题(一)	16	章末测试题	69
§ 1.7 四种命题(二)	18	第三章 数 列	71
§ 1.8 充分条件与必要条件	20	§ 3.1 数列(一)	71
单元测试(三)	21	§ 3.1 数列(二)	73
章末测试题	23	§ 3.2 等差数列(一)	75
第二章 函 数	24	§ 3.2 等差数列(二)	78
一、函 数	24	§ 3.3 等差数列的前 n 项和(一)	80
§ 2.1 函数(一)	24	§ 3.3 等差数列的前 n 项和(二)	81
§ 2.1 函数(二)	26	单元测试(一)	83
§ 2.1 函数(三)	28	§ 3.4 等比数列(一)	84
§ 2.2 函数的表示法(一)	31	§ 3.4 等比数列(二)	86
§ 2.2 函数的表示法(二)	33	§ 3.5 等比数列的前 n 项和(一)	88
§ 2.3 函数的单调性(一)	36	§ 3.5 等比数列的前 n 项和(二)	90
§ 2.3 函数的单调性(二)	39	单元测试(二)	92
§ 2.3 函数的单调性(三)	41	章末测试题	93
§ 2.4 反函数	44	期中测试题(一)	95
单元测试(一)	46	期中测试题(二)	97
二、指数与指数函数	47	期末测试题	99
§ 2.5 指数(一)	47		

努力每一天

高步

第一章 集合与简易逻辑

一、集合

§ 1.1 集合

基础导学

● 夯实基础 ●

学习目标

1. 理解集合的概念,知道常用数集及其记法.
2. 了解“属于”关系的意义.
3. 理解集合元素的三个特征.
4. 掌握集合的表示法,了解空集的意义.

自学导引

1. 一般地,某些_____集在一起就成为一个集合,一般用_____表示集合.
2. 集合中的_____叫做这个集合的_____.
3. 自然数集记为_____,正整数集记作_____或_____,整数集记为_____,有理数集记为_____,实数集记为_____.

● 学法指导 ●

1. 集合是一种数学语言,学习集合的内容时,要从语言的角度来学习集合,准确理解集合的确定性、无序性和互异性.
2. 弄清“属于”的含义,会用列举法,描述法来表示集合,弄清元素与集合的关系.
3. 要注意有关术语和符号的规范性.
4. 认清空集在集合中所处的地位及用韦恩图表示集合的重要性.

讲练互动

● 探究学习区 ●

题型一 集合元素的性质

例1 考察下列每组对象能否构成一个集合?

- (1) 美丽的小鸟;
- (2) 不超过 20 的非负数;
- (3) $3, x, x^2$ 这三个实数.

● 对位专练区 ●

● 点拨方法技巧

集合中的元素一定具有确定性、互异性、无序性;反过来,一组对象若不具备这三个特性,则这组对象也就不能构成集合.因此,在分析、处理集合问题的过程中,要时刻注意集合元素的三个特征对集合元素的限制.

● 同类变式

1. 已知集合 $\{1, 2, x, x^2\}$, 求 x 的取值范围.

题型二 集合的表示法

例2 用列举法表示下列集合:

- (1) 方程 $(x+1)(x-\frac{2}{3})(x^2-2)(x^2+1)=0$ 的有理根的集合 A ;
- (2) 方程 $\sqrt{2x-1}+|3y+3|=0$ 的解集 B .

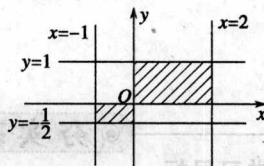
●点拨方法技巧

第(2)小题转化成关于 x, y 的二元方程组, 方程组只有一组解, 用小括号将 $\frac{1}{2}, -1$ 括起来写在大括号内表明集合 $B=\{(\frac{1}{2}, -1)\}$ 只有一个元素, 而有序实数对 $(\frac{1}{2}, -1)$ 按习惯 $\frac{1}{2}, -1$ 分别是 x, y 的值. 所以我们不能把 B 写成 $\{(-1, \frac{1}{2})\}$.

●同类变式

2. 用描述法表示下列集合:

- (1) 所有被 3 整除的数;
- (2) 使函数 $y=\frac{\sqrt{2-x}}{x}$ 有意义的 x 的取值范围;
- (3) 图中阴影部分的点(含边界)的坐标的集合.



题型三 分类讨论思想的应用

例3 设集合 $A=\{1, a, b\}, B=\{a, a^2, ab\}$ 且 $A=B$, 求实数 a, b 的值.

●点拨方法技巧

从 $A=B$ 入手, 注意分类讨论思想及集合元素互异性的应用.

●同类变式

3. 已知集合 $M=\{x, xy, \sqrt{x-y}\}$ 与集合 $N=\{0, |x|, y\}$ 表示同一个集合, 求 x, y 的值.

方法小结:

本节主要学习了如下一些内容:

1. 集合的概念: 某些指定的对象集在一起就构成一个集合, 集合中的每个对象叫做这个集合的元素. 集合中元素的性质(或称三要素)是: (1) 确定性: $x \in A$ 与 $x \notin A$, 二者必居其一; (2) 互异性: $x_1 \in A$ 且 $x_2 \in A$, 则 $x_1 \neq x_2$; (3) 无序性: 集合中每一个元素是“平等”的, 无先后次序之分. 如集合 $\{0, 1, 2\}$ 与 $\{2, 0, 1\}$ 是同一个集合.
2. 元素与集合之间的关系只有属于和不属于两种关系, 分别用符号 $\in$ 和 $\notin$ 表示, 即对于元素 a 与集合 A , 它们之间只有 $a \in A$ 或 $a \notin A$ 这两种关系.
3. 集合的表示法及空集的概念.

课堂练习

1. 下列集合是有限集的是

- A. {能被 3 整除的整数}
- B. {正方形}
- C. {方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0, b^2-4ac > 0)$ 的解}
- D. $\{x \in \mathbf{R} | 0 < x < 2\}$

2. 下列集合中表示空集的是

- A. $\{x \in \mathbf{R} | x+5=5\}$
- B. $\{x \in \mathbf{R} | x+5 > 5\}$
- C. $\{x \in \mathbf{R} | x^2=0\}$
- D. $\{x \in \mathbf{R} | x^2+x+1=0\}$

3. 有以下 4 种说法, 其中正确的个数有

- ① $M=\{(1, 2)\}$ 与 $N=\{(2, 1)\}$ 表示同一个集合
- ② $M=\{1, 2\}$ 与 $N=\{2, 1\}$ 表示同一个集合
- ③ $M=\{y | y=x^2+1, x \in \mathbf{R}\}$ 与 $N=\{t | t=(x+1)^2+1, x \in \mathbf{R}\}$ 表示同一个集合
- ④ 空

集是唯一的

- A. 3 个
- B. 2 个
- C. 1 个
- D. 0 个

4. 设集合 $A=\{x \in \mathbf{N} | 2x > -1\}$, 则下列结论中正确的个数有

- ① $\sqrt{2} \in A$
- ② $\pi \notin A$
- ③ $-1 \notin A$
- ④ $0 \in A$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

5. (2006 · 高考山东卷) 定义集合运算: $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$, 设集合 $A=\{0, 1\}, B=\{2, 3\}$. 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为

- A. 0
- B. 6
- C. 12
- D. 18

§1.2 子集、全集、补集(一)

基础导学

● 夯实基础 ●

学习目标

了解子集、真子集的概念,掌握用韦恩图表示集合的方法,通过子集理解两集合相等的意义.

自学导引

1. 一般地,对于两个集合 A, B , 如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 的元素,我们就说这两个集合有_____,称集合 A 为集合 B 的_____,记作_____(或_____).

2. 如果集合 A 是集合 B 的子集($A \subseteq B$),且集合 B 是集合 A 的子集($B \subseteq A$),此时,集合 A 与集合 B 中的元素是一样的,因此,集合 A 与集合 B _____,记作_____.

3. 如果集合 $A \subseteq B$,但存在元素 $x \in B$,且 $x \notin A$,我们称集合 A 是集合 B 的_____,记作_____(或_____).

4. 空集是任何集合的_____,空集是任何非空集合的_____.

● 学法指导 ●

元素与集合之间是属于关系,而集合与集合之间是包含关系,判断集合与集合间的关系时要分清相对的“身份”,从元素与集合的关系入手.

空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集,含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集,有 $(2^n - 1)$ 个真子集,有 $(2^n - 2)$ 个非空真子集. 可用这些一般性结论检验解题结果的正误.

讲练互动

● 探究学习区 ●

题型一 求集合的子集与真子集

例1 写出集合 $\{0, 1, 2\}$ 的所有子集,并指出其中哪些是它的真子集.

题型二 子集的应用

例2 设集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2 - a + 1\}$, $A \supseteq B$, 求 a 的值.

● 对位专练区 ●

● 点拨方法技巧

分类讨论是写出所有子集的有效方法,一般按集合中元素个数的多少来划分标准,遵循由少到多的原则,做到不重不漏.

● 同类变式

1. 已知集合 M 满足 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 写出集合 M .

● 点拨方法技巧

解决集合中元素的问题,最后应注意检验,结果不应与题设矛盾,也不应与元素的互异性排斥.

● 同类变式

2. 已知 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 所构成的集合 M , 并写出 M 的所有子集.

题型三 集合相等关系的应用

例3 已知集合 $A = \{2, x, y\}$, $B = \{2x, 2, y^2\}$ 且 $A = B$, 求 x, y 的值.

●点拨方法技巧

集合相等则元素相同,但要注意集合中元素的互异性,防止错解.

●同类变式

3. 已知集合 $A = \{x, xy, x-y\}$, $B = \{0, |x|, y\}$ 且 $A = B$, 求 x 与 y 的值.

方法小结:

1. 元素、集合间的关系用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”,集合、集合间的关系用“ $\subseteq$ ”“ $\subsetneq$ ”“ $=$ ”或“ $\supsetneq$ ”等表示.
2. 在特定的情况下,集合也可以作为元素,如集合 $B = \{\{4\}, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$, 则此时 $\{1\} \in B \cdots \cdots$ 而不能是 $\{1\} \subseteq B$.
3. 解集合关系的问题时还需注意以下几个方面.
 - (1) 当 $A \subseteq B$ 时, 则 $A = B$ 或 $A \subsetneq B$.
 - (2) 判断两个集合间的关系: ①用列举法表示两个集合再判断; ②分类讨论.
 - (3) 解数集问题学会运用数轴表示集合.
 - (4) 集合与集合间的关系可用 Venn 图直观表示.

课堂练习

1. 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集, 并指出哪些是它的真子集.

(3) $A = \{x | x \text{ 是 } 4 \text{ 与 } 10 \text{ 的公倍数}\}$, $B = \{x | x = 20m, m \in \mathbf{N}_+\}$.

2. 用适当的符号填空:

- (1) a _____ $\{a, b, c\}$;
- (2) 0 _____ $\{x | x^2 = 0\}$;
- (3) $\emptyset$ _____ $\{x \in \mathbf{R} | x^2 + 1 = 0\}$;
- (4) $\{0, 1\}$ _____ $\mathbf{N}$;
- (5) $\{0\}$ _____ $\{x | x^2 = x\}$;
- (6) $\{2, 1\}$ _____ $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$.

3. 判断下列两个集合之间的关系:

- (1) $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x | x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$;
- (2) $A = \{x | x = 3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 6z, z \in \mathbf{N}\}$;

4. 下列结论中正确的有 _____.

- (1) $a \subseteq \{a, b\}$; (2) $\{a\} \subseteq \{\{a\}, \{b\}\}$; (3) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$;
- (4) $a \subseteq \{\emptyset\}$; (5) $\emptyset \in \{\emptyset\}$.

5. (2002 · 全国) 设集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则正确的是 _____.

- A. $M = N$ B. $M \subsetneq N$ C. $M \supsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

§ 1.2 子集、全集、补集(二)

基础导学

● 夯实基础 ●

学习目标

1. 在进一步理解子集、真子集的基础上,理解补集的概念.
2. 结合补集的概念,了解全集的意义.

自学导引

1. 一般地,设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集(即 $A \subseteq S$),由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 S 中子集 A 的补集(或余集),记作 $\complement_S A$,即: $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{且 } x \notin A\}$.

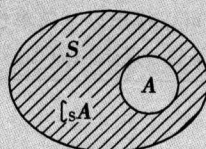
2. 用韦恩图表示 A 在 S 中的补集 $\complement_S A$ 为:

3. 如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看作一个_____,全集通常用_____表示.

● 学法指导 ●

1. 补集是相对于全集而言的一个概念,没有全集,则不谈补集.补集也是一个集合, $\complement_S A$ 是由全集中剔除集合 A 的元素后,剩余元素组成的集合.

2. 全集与补集关系的图形表示.



3. 如果把 A 和 $\complement_S A$ 的元素放在一起则组成的集合就是 S .

讲练互动

● 探究学习区 ●

题型一 求补集

例1 已知全集 $U = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{等腰三角形}\}$,求 $\complement_U A$, $\complement_U B$.

题型二 全集、补集概念的理解

例2 已知全集 $S = \{1, 3, x^3 + 3x^2 + 2x\}$, $A = \{1, |2x - 1|\}$,如果 $\complement_S A = \{0\}$,则这样的实数 x 是否存在? 若存在,求出 x ;若不存在,请说明理由.

● 对位专练区 ●

● 点拨方法技巧

在几何中应用补集概念时,一定要注意几何图形的定义及性质,同时还要注意问题反面的所有可能.

● 同类变式

1. 已知全集 $U = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{等腰直角三角形}\}$,求 $\complement_U A$.

● 点拨方法技巧

因为 A 与 $\complement_S A$ 中元素放在一起组成的集合一定是 S ,所以本题中由 $\complement_S A = \{0\}$ 可知, $0 \in S$ 且 $0 \notin A$,另一方面,此类问题得出的结果要检验这是十分重要的一点.

● 同类变式

2. 设全集 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|a + 1|, 2\}$, $\complement_U A = \{5\}$,求 a 的值.

题型三 补集思想的应用

例3 若方程 $x^2+x+a=0$ 至少有一根为非负实数,求实数 a 的取值范围.

●点拨方法技巧

此题渗透了补集的思想,即正难则反的解题思路.

●同类变式

3. 若三个方程 $x^2+4ax-4a+3=0$, $x^2+(a-1)x+a^2=0$, $x^2+2ax-2a=0$ 中至少有一个方程有实数解,试求实数 a 的取值范围.

方法小结:

1. 若 $A \subseteq S$, 则 $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{且 } x \notin A\}$.
2. 所谓全集是指含有所要研究的各个集合的全部元素的集合,通常用 U 表示.
3. 由补集的定义可以得出以下简单性质:
① $\complement_U U = \emptyset$; ② $\complement_U \emptyset = U$; ③ $\complement_U (\complement_U A) = A$.

课堂练习

1. 设全集 $U = \mathbb{Z}$, $A = \{n | n = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $M = \complement_U A$, 下列关系中:

(1) $0 \in M$, (2) $\emptyset \in M$, (3) $-3 \in M$, (4) $\{\frac{1}{2}\} \subseteq M$. 其中正确的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 设全集 $U = \{2, 3, 5\}$, $A = \{2, |a-5|\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 则 a 的值为 ()

- A. 2 B. 8 C. 2 或 8 D. -2 或 8

3. 全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | x > 2\sqrt{3}\}$, $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, 则 ()

- A. $a \subseteq A$ B. $\{a\} \in A$
C. $a \in \complement_U A$ D. $a \notin \complement_U A$

4. 已知全集 U , M, N 是 U 的非空子集, 若 $\complement_U M \supseteq N$, 则必有 ()

- A. $M \subseteq \complement_U N$ B. $M \subseteq \complement_U N$
C. $\complement_U M = \complement_U N$ D. $M = N$

§ 1.3 交集、并集

基础导学

●夯实基础●

学习目标

1. 正确理解交集、并集的意义,能正确运用交集和并集的符号.
2. 会求两个集合的交集、并集,并能运用交集和并集的相关知识解决有关问题.

自学导引

1. 一般地由 组成的集合叫做 A 与 B 的交集,记作 .
2. 一般地由 组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 .
3. $A \cap A = \underline{\hspace{1cm}}$ $A \cap \emptyset = \underline{\hspace{1cm}}$.
4. $A \cup A = \underline{\hspace{1cm}}$ $A \cup \emptyset = \underline{\hspace{1cm}}$.
5. 形如 $2n(n \in \mathbb{Z})$ 的整数叫做 , 形如 的整数叫做奇数.

●学法指导●

1. 理解交集和并集的概念时,要注意借助韦恩图和一些符号语言,这样可以将抽象问题直观化,达到一目了然的效果.
2. 运用交集和并集的运算性质进行计算时,通过数形结合(特别是数轴)能起到事半功倍的效果.

讲练互动

● 探究学习区 ●

题型一 交、并集的运算

例1 已知集合 $S=\{x|1<x\leq 7\}$, $A=\{x|2\leq x<5\}$, $B=\{x|3\leq x<7\}$

求: (1) $(\complement_S A) \cap (\complement_S B)$; (2) $\complement_S (A \cup B)$; (3) $(\complement_S A) \cup (\complement_S B)$;
(4) $\complement_S (A \cap B)$.

● 对位专练区 ●

● 点拨方法技巧

(1) 切入点: 并、交、补集的概念.

(2) 关键点: 利用数轴、数形结合求解.

● 同类变式

1. 已知全集 $U=\{x|x\leq 4\}$, 集合 $A=\{x|-2<x<3\}$, $B=\{x|-3<x\leq 3\}$, 求 $\complement_U A$, $A \cap B$, $\complement_U (A \cap B)$, $(\complement_U A) \cap B$.

题型二 运用分类讨论思想求集合的并交

例2 设集合 $A=\{x^2, 2x-1, -4\}$, $B=\{x-5, 1-x, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 $A \cup B$.

● 点拨方法技巧

(1) 切入点: $A \cap B = \{9\}$.

(2) 关键点: 集合中元素的互异性.

● 同类变式

2. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 集合 $A=\{-3, x^2, x+1\}$, $B=\{x-3, 2x-1, x^2+1\}$, 如果 $A \cap B = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

题型三 利用性质求参数的值

例3 设 $A=\{x|x^2+4x=0\}$, $B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$.

(1) 若 $A \cap B = B$, 求 a 的值; (2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的值.

● 点拨方法技巧

$B=\emptyset$ 也是 $B \subseteq A$ 的一种情况, 不能遗漏. 要注意结果的检验. 显然 $A \cap B = B \nRightarrow A \cup B = B$.

● 同类变式

3. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x-10\leq 0\}$, $B=\{x|p+1\leq x\leq 2p-1\}$, 若 $A \cup B = A$, 求实数 p 的取值范围.

方法小结:

1. 交、并、补运算要特别注意数形结合、韦恩图和数轴能使问题形象化、直观化.

2. $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$, $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$ 这两个结论要记熟会用.

3. 在交、并、补的混合运算中注意下列两大应用

(1) $\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

(2) $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$.

课堂练习

1. 若 $A \cup B = \emptyset$, 则 ()
 A. $A = \emptyset, B \neq \emptyset$ B. $A \neq \emptyset, B = \emptyset$
 C. $A = \emptyset, B = \emptyset$ D. $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$
2. 若集合 A, B, C 满足 $A \cap B = A, B \cup C = C$, 则 A 与 C 之间的关系必定是 ()
 A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \subseteq C$ D. $C \subseteq A$
3. 下列 4 个命题中, 与 $A \subseteq B$ 等价的有 ()
 ① $A \cap B = A$ ② $A \cup B = B$ ③ $A \cap \complement_U B = \emptyset$ ④ $A \cup B = U$
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
4. 设全集 $U = \{x | x \leq 8, x \in \mathbf{N}\}$, 若 $A \cap (\complement_U B) = \{1, 8\}, (\complement_U A) \cap B = \{2, 6\}, (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4, 7\}$, 则 ()
 A. $A = \{1, 8\}, B = \{2, 6\}$
 B. $A = \{1, 3, 5, 8\}, B = \{2, 3, 5, 6\}$
 C. $A = \{1, 8\}, B = \{2, 3, 5, 6\}$
 D. $A = \{1, 3, 8\}, B = \{2, 5, 6\}$
5. (2006 · 北京卷, 1) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | x > 1\}, P = \{x | x^2 > 1\}$, 则下列正确的是 ()
 A. $M = P$ B. $P \subseteq M$
 C. $M \subseteq P$ D. $(\complement_U M) \cap P = \emptyset$

单元测试(一)

(时间 100 分钟, 满分 120 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 60 分)

1. 下列说法中正确的是 ()
 A. $0 \in \emptyset$ B. $0 \cup \emptyset = \{\emptyset\}$
 C. $0 \subseteq \{0\}$ D. $\emptyset \subseteq \{0\}$
2. 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}, N = \{x | x = 2a, a \in M\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$
3. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, Q = \{x \in \mathbf{R} | 2 \leq x \leq 6\}$, 那么下列结论正确的是 ()
 A. $P \cap Q = P$ B. $P \cap Q$ 包含 Q
 C. $P \cup Q = Q$ D. $P \cup Q$ 真包含 P
4. 设 $U = \mathbf{R}, A = \{x | 0 \leq x < 5\}, B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ 等于 ()
 A. $\{x | x \geq 0\}$ B. $\{x | x < 1 \text{ 或 } x \geq 5\}$
 C. $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x > 5\}$ D. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x \geq 5\}$
5. 下列六个关系式中正确的有 ()
 ① $\{a, b\} = \{b, a\}$ ② $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$ ③ $\emptyset = \{\emptyset\}$
 ④ $\{0\} = \emptyset$ ⑤ $\emptyset \subseteq \{0\}$ ⑥ $0 \in \{0\}$,
 A. 6 个 B. 5 个
 C. 4 个 D. 3 个及 3 个以下
6. 已知非空集合 A 满足: ① $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$; ② 若 $x \in A$, 则 $5 - x \in A$. 符合上述要求的集合 A 的个数是 ()
 A. 32 B. 8 C. 5 D. 3
7. 下列 4 个命题正确的是 ()
 A. 若 $A = \{2, 5\}, B = \{(x, y) | \sqrt{x-2} + (y-5)^2 = 0\}$, 则 $A = B$
 B. 若 $A = \{x | x^2 - x + 1 = 0\}$, 则 $\{0\} \subseteq A$
 C. 若 $A = \{2, 3\}, B = \{x | x \in A\}$, 则 $A \subseteq B$
 D. 若 $A = \{2, 3\}, B = \{x | x \subseteq A\}$, 则 $A \in B$
8. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y < 0, xy > 0\}$ 和 $P = \{(x, y) | x < 0, y < 0\}$, 那么 ()
 A. $P \subseteq M$ B. $M \subseteq P$ C. $M = P$ D. $M \not\subseteq P$
9. (2004 · 湖北高考题) 设集合 $P = \{m | -1 < m < 0\}, Q = \{m \in \mathbf{R} | mx^2 + 4mx - 4 < 0 \text{ 对任意实数 } x \text{ 恒成立}\}$, 则下列关系中成立的是 ()
 A. $P \subseteq Q$ B. $Q \subseteq P$ C. $P = Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$
10. (2003 · 安徽春季高考题) 集合 $S = \{a, b, c, d, e\}$, 则 S 包含 $\{a, b\}$ 的子集个数共有 ()
 A. 2 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 8 个
11. 设 $A = \{x | 1 < x < 2\}, B = \{x | x - a < 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围为 ()
 A. $a \geq 2$ B. $a \leq 1$ C. $a \geq 1$ D. $a \leq 2$
12. 集合 $A = \{x | x = \frac{1}{9}(2k+1), k \in \mathbf{Z}\}$ 与 $B = \{x | x = \frac{4}{9}k \pm \frac{1}{9}, k \in \mathbf{Z}\}$ 之间的关系是 ()
 A. $A = B$ B. $A \subseteq B$ C. $B \subseteq A$ D. $A \not\subseteq B$
- 二、填空题(每小题 5 分, 共 20 分)
13. A, B 是两个非空集合, A 不是 B 的子集, B 也不是 A 的子集, 若 $T = A \cap B$, 则 $A \cup T =$ _____.
14. 已知集合 $P = \{(x, y) | y = 2x^2 + 4x + 7, -2 \leq x \leq 5\}, Q = \{(x, y) | x = a, y \in \mathbf{R}\}$, 则 $P \cap Q$ 中所含元素的个数为 _____.
15. 设集合 $M = \{x | x^2 - x - 6 = 0\}, N = \{x | x^2 - 3x = 0\}$, 则 $M \cup N =$ _____.
16. 已知 $x \in \{1, 2, x^2\}$, 则 $x =$ _____.
- 三、解答题(每小题 10 分, 共 40 分)
17. 已知非空集合 A 满足: 若 $a \in A, a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$.
 求证: 集合 A 中不可能只有一个元素.
18. 设 $M = \{y | y = x^2 + 2x + 4, x \in \mathbf{R}\}, P = \{y | y = ax^2 - 2x + 4a, a \neq 0, x \in \mathbf{R}\}$.
 若 $M \cap \complement_{\mathbf{R}} P = \emptyset$, 求实数 a 的集合.

19. 设 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | ax + 1 = 0\}$, 满足 $A \cup B = A$, 求实数 a 的集合.

20. 已知正整数集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2\}$, 其中 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$, $A \cap B = \{a_1, a_4\}$, 且 $a_1 + a_4 = 10$, $A \cup B$ 中所有元素之和为 124, 求 A .

§ 1.4 含绝对值的不等式解法

基础导学

● 夯实基础 ●

学习目标

1. 理解绝对值的意义, 掌握绝对值不等式的性质.
2. 会运用分类讨论法解含绝对值符号的不等式.

自学导引

1. $|x| < a$ ($a > 0$) 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
 $|x| > a$ ($a > 0$) 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
2. $|ax + b| > c$ ($a > 0, c > 0$) 的解集是 $\{x | x > \frac{c-b}{a} \text{ 或 } x < \frac{-c-b}{a}\}$.
3. $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) \text{ 或 } f(x) < -g(x)$.

● 学法指导 ●

1. 用数形结合、分类讨论、方程与化归思想学习本节内容.
2. 注意绝对值的几何意义, 正确地将 $|ax + b| < c$ 向 $|x| < m$, $|ax + b| > c$ 向 $|x| > m$ 转化.
3. 遇字母就讨论是不对的, 要根据需要去讨论.

讲练互动

● 探究学习区 ●

题型一 考查 $c < |ax + b| < d$ ($d > c > 0$) 型不等式

例1 解不等式 $1 < |2x + 1| \leq 3$.

题型二 含两个绝对值的不等式

例2 解不等式 $|x - 1| + |x - 2| > 2$.

● 对位专练区 ●

● 点拨方法技巧

- (1) 切入点: 去绝对值符号.
- (2) 关键点: 利用几何意义去掉绝对值符号.

● 同类变式

1. 解不等式 $2 < |2x - 5| \leq 7$.

● 点拨方法技巧

- (1) 切入点: 利用零点分区间去绝对值符号.
- (2) 关键点: 去掉绝对值符号.

● 同类变式

2. 求不等式 $|x + 2| + |x - 3| < 6$ 的解集.

题型三 含参数的绝对值不等式

例3 (2002·北京海淀区)若不等式 $|x+1|+|x-1|<m$ 的解集为非空数集,求实数 m 的取值范围.

⑨ 点拨方法技巧

本题是既含有两个绝对值又含有字母的绝对值不等式问题,方法一采用分类讨论的方法求解,分类的依据是绝对值的意义(见前面要点归纳),在每一类中,都把原不等式化为一元一次不等式,而在字母范围的确定上,我们采用了一元一次不等式组有解来确定的.方法二、方法三是通过恰当的联想,利用不等式的几何意义,采用数形结合的方法处理.通过两个函数图象之间的上下位置与不等号的方向的关系求解,使得难度大大降低,使问题变得直观、简单.平时做题时,要有意识地去联想,运用数形结合的思想方法分析和解决问题.

⑩ 同类变式

3. 若不等式 $|x-4|+|3-x|<a$ 的解集是空集,求 a 的取值范围.

⑪ 基础过关

⑫ 能力提升

方法小结:

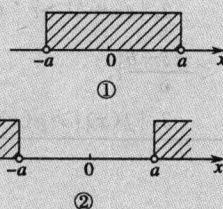
解绝对值不等式,关键在于“转化”.根据绝对值的意义,把绝对值不等式转化为一次不等式(组).

$|x|<a$ 与 $|x|>a(a>0)$ 型不等式的解法及利用数轴表示其解集.

不等式 $|x|<a(a>0)$ 的解集是 $\{x|-a<x<a\}$,其解集在数轴上表示如图①.

不等式 $|x|>a(a>0)$ 的解集是 $\{x|x>a \text{ 或 } x<-a\}$,其解集在数轴上表示如图②.

把不等式 $|x|<a$ 与 $|x|>a(a>0)$ 中的 x 替换成 $ax+b$,就可以得到 $|ax+b|<c$ 与 $|ax+b|>c(c>0)$ 型不等式的解法.



课堂练习

- 不等式 $|8-3x|>0$ 的解集是 ()
A. $\emptyset$ B. $\mathbf{R}$
C. $\{x|x \neq \frac{8}{3}, x \in \mathbf{R}\}$ D. $\{\frac{8}{3}\}$
- 不等式 $|x+b|>c(c \geq 0)$ 的解集是 ()
A. $\{x|x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq b\}$ B. $\mathbf{R}$
C. $\{x|x < -b-c \text{ 或 } x > c-b\}$ D. $\emptyset$
- 不等式 $1 < |x+1| < 3$ 的解集为 ()
A. $(0, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (2, 4)$
C. $(-4, 0)$ D. $(-4, -2) \cup (0, 2)$

- 不等式 $|2x-1| < 2-3x$ 的解集为 ()
A. $\{x|x < \frac{3}{5} \text{ 或 } x > 3\}$ B. $\{x|x < \frac{3}{5}\}$
C. $\{x|x < \frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{1}{2} < x < \frac{3}{5}\}$ D. $\{x|-3 < x < \frac{1}{3}\}$
- (2006·上海卷, 14) 已知集合 $M = \{x||x-1| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$
 $P = \{x|\frac{5}{x+1} \geq 1, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $M \cap P =$.
A. $\{x|0 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$ B. $\{x|0 \leq x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{x|-1 \leq x \leq 0, x \in \mathbf{Z}\}$ D. $\{x|-1 \leq x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$

§1.5 一元二次不等式解法

基础导学

●夯实基础●

学习目标

1. 理解一元二次不等式的概念与一般形式.
2. 掌握利用二次函数的图象解一元二次不等式的方法.

自学导引

1. 若方程 $ax+b=0$ 的根为 x_0 , 则当 $a>0$ 时, 不等式 $ax+b>0$ 的解集为 $\{x|x>x_0\}$, 当 $a<0$ 时, 不等式 $ax+b>0$ 的解集为 _____.

2. 当 $a>0$ 时, 若方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两实根 $x_1<x_2$, 则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 _____.

不等式 $ax^2+bx+c\leq 0$ 的解集为 _____.

若方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两实根 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$, 则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集 _____.

若方程 $ax^2+bx+c=0$ 无实根, 则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 解集为 _____.

●学法指导●

1. 用数形结合、函数方程与化归的思想学习本节内容.
2. 要正确地进行二次函数、一元二次方程、一元二次不等式间合理转化.
3. 要有等价转化的思想.
4. 要按照步骤去解一元二次不等式, 而不可遇到字母就讨论, 要根据需要讨论.

讲练互动

●探究学习区●

题型一 解一元二次不等式

例1 求下列不等式的解集:

- (1) $(x+4)(-x-1)<0$ (2) $-3x^2+x>2$ (3) $4x^2-4x+1>0$
(4) $-x^2+2x-3>0$

●对位专练区●

●点拨方法技巧

由此例我们可以总结出解一元二次不等式的步骤: 先把二次项系数化成正数, 再解对应的一元二次方程, 最后根据一元二次方程的根, 结合不等号的方向, 写出不等式的解集.

●同类变式

1. 解不等式: $x^2-5x+6>0$