



谜题训练营

智慧耐力大比拼

# 数学谜题的 20种解法

助你成为谜题高手

[日]中村义作/著 鲍重光/译



北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



谜题训练营

智慧耐力大比拼

# 数学谜题的 20种解法

助你成为谜题高手

[日]中村义作/著 鲍重光/译



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

---

## 图书在版编目 (CIP) 数据

数学谜题的 20 种解法: 助你成为谜题高手/(日)中村义作著;  
鲍重光译. —北京: 北京理工大学出版社, 2007. 10

(谜题训练营)

ISBN 978 - 7 - 5640 - 1308 - 0

I. 数… II. ①中…②鲍… III. 智力游戏 IV. G898.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 101975 号

---

北京市版权局著作权合同登记号 图字: 01 - 2007 - 1921 号

《Suugaku Pazuru · 20 no Kaihou》

© Nakamura Gisaku 1991

All rights reserved.

Original Japanese edition published by KODANSHA LTD.

Publication rights for Simplified Chinese character edition arranged with  
KODANSHA LTD. through KODANSHA BEIJING CULTURE LTD. Bei-  
jing, China.

---

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编办) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / [http:// www. bitpress. com. cn](http://www.bitpress.com.cn)

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京圣瑞伦印刷厂

开 本 / 880 毫米 × 1230 毫米 1/32

印 张 / 7.875

字 数 / 146 千字

版 次 / 2007 年 10 月第 1 版 2007 年 10 月第 1 次印刷

印 数 / 1 ~ 6000 册

定 价 / 18.00 元

责任校对 / 张 宏

责任印制 / 母长新

---

图书出现印装质量问题, 本社负责调换



# 前言

所谓数学谜题，在某种意义上说就是与数学有关联的谜题。其中包含着与算术、代数、几何等数学有直接关系的谜题，也有如同迷宫、一笔画、折纸、捡围棋子之类的间接利用数学知识的谜题，其内容堪称丰富多彩。

本书针对这些数学谜题，以如何找出求解问题的技巧为中心来进行说明。即便如此，这类谜题有这类技巧，而另一类谜题有另一类技巧，故要使数学谜题与求解的技巧严丝合缝地对应是困难的。随着题目的不同，可以从若干个方向去求解，而这时所使用的技巧也不尽相同。

然而，即使这样的题目也有代表性的解法或标准的解法。由此，着眼于某种解法的话，任何题目都将与一种技巧相对应。本书就是从这个观点出发，把题目与求解的技巧对应起来。

求解数学谜题有什么样的技巧，存在着不同意见。一种方法是如同代数或几何那样，使之与各自的数学分支相对应。但谜题有其特有的要素，强调趣味性或意外性的题目较多。在这些题目当中，由于推理、逻辑、构思等成为求解方法的中心，故将它们认定是技巧也是顺理成章的。于是，穷举法或者逆向思维也依然可以被认为是技巧。这样一来，我们举出了被认为是具有代表性的 20 种技巧。

本书首先介绍技巧，随后马上给出 5 道数学谜题。这样，以技巧和 5 个题目为一章，全部介绍 20 种技巧。因此，给出的数学谜题为 100 道。

在选择时，是以古典名题为主，再加上近代的杰作和作者



的创造。然而，由于采用的是奇数页为问题和提示，其背面的偶数页为解答的形式，故对在一页当中容纳不下的叙述内容，即使是名题也未收入。

然而，数学谜题的特征在于，即使理解了题目的意图，在试图去求解时，仍然不清楚所使用的技巧。可是在这里，由于是以技巧的说明为中心，所使用的技巧事先已经知道，似乎会对趣味性有所妨碍。为了弥补这一点，在问题的选择上做了考虑。就是说，即使知道了技巧，也不可能简单地看穿应使用的方法。对此，若去挑战书中的题目，即可以明白。正因为如此，技巧使用方法之巧妙，看了解答之后叹为观止的地方随处可见。这一点，相信是可以满足读者的期望的。

最后，在写作本书时，利用了各种数学谜题的古典名题、近代的杰作等。此外，讲谈社的下村坦氏和“蓝封”<sup>\*</sup>编辑部的各位敦促我执笔本书，并给予大力的关照。在此表示衷心的感谢。

1991年1月30日

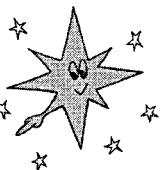
中村义作

---

<sup>\*</sup> “蓝封”（Blue Backs）是日本讲谈社出版的一套科普丛书，该社为此系列丛书专门成立了编辑部。本书所在的“谜题训练营”即出自该丛书。——译者注



## 目 录



## ☆ 解法 1 利用算术

|     |                  |    |
|-----|------------------|----|
| 问 1 | 能进行奇妙除法的数 .....  | 3  |
| 问 2 | 两个沙漏测时间 .....    | 5  |
| 问 3 | 由余数知道年龄的方法 ..... | 7  |
| 问 4 | 父亲和两个孩子的年龄 ..... | 9  |
| 问 5 | 移动黑白棋子 .....     | 11 |

1

## ☆ 解法 2 利用代数

|      |                      |    |
|------|----------------------|----|
| 问 6  | 五人平分遗产 .....         | 15 |
| 问 7  | 周长和面积数字相同的正方形 .....  | 17 |
| 问 8  | 能够被分开的 4 位数 .....    | 19 |
| 问 9  | 重复的 $\sqrt{2}$ ..... | 21 |
| 问 10 | 具有有趣性质的两个正方形 .....   | 23 |

## ☆ 解法 3 利用几何

|      |                     |    |
|------|---------------------|----|
| 问 11 | 平行四边形的裁切(1) .....   | 27 |
| 问 12 | 被正方形包围的三角形的面积 ..... | 29 |
| 问 13 | 三等分直角三角形 .....      | 31 |
| 问 14 | 平行四边形的裁切(2) .....   | 33 |
| 问 15 | 分割为锐角等腰三角形 .....    | 35 |

## ☆ 解法4 超越常识

|      |                    |    |
|------|--------------------|----|
| 问 16 | 通过九个点的折线 .....     | 39 |
| 问 17 | 移动六个 10 日元硬币 ..... | 41 |
| 问 18 | 地球上的奇妙点 .....      | 43 |
| 问 19 | 圆形土地分割为三 .....     | 45 |
| 问 20 | 正三角形的奇妙分割 .....    | 47 |

## ☆ 解法5 穷举法

|      |                  |    |
|------|------------------|----|
| 问 21 | 逃离迷宫 .....       | 51 |
| 问 22 | 剪断绳编吊床 .....     | 53 |
| 问 23 | 三行并列的九个数字 .....  | 55 |
| 问 24 | 正方形套匣 .....      | 57 |
| 问 25 | 纵横字谜式的计算公式 ..... | 59 |

## ☆ 解法6 靠逻辑减少试错次数

|      |                |    |
|------|----------------|----|
| 问 26 | 有趣的英语密码题 ..... | 63 |
| 问 27 | 大全填空 .....     | 65 |
| 问 28 | 可确认的环数 .....   | 67 |
| 问 29 | 口袋中的硬币 .....   | 69 |
| 问 30 | 不含正方形的排列 ..... | 71 |

## ☆ 解法7 抓住问题的本质

|      |                   |    |
|------|-------------------|----|
| 问 31 | 阿弥陀签的横线 .....     | 75 |
| 问 32 | 地图着色 .....        | 77 |
| 问 33 | 13 位整数 .....      | 79 |
| 问 34 | 构成等腰三角形的六个点 ..... | 81 |





|      |              |    |
|------|--------------|----|
| 问 35 | 公平分配橘子 ..... | 83 |
|------|--------------|----|

### ☆ 解法 8 找出规律性

|      |                |    |
|------|----------------|----|
| 问 36 | 二维排列的数 .....   | 87 |
| 问 37 | 乘法循环数 .....    | 89 |
| 问 38 | 单轨错车 .....     | 91 |
| 问 39 | 分割为等积三角形 ..... | 93 |
| 问 40 | 正三角形的个数 .....  | 95 |

### ☆ 解法 9 用图形表示题目的实质

|      |                  |     |
|------|------------------|-----|
| 问 41 | 骑士周游 .....       | 99  |
| 问 42 | 狼和山羊与圆白菜过河 ..... | 101 |
| 问 43 | 分油算法 .....       | 103 |
| 问 44 | 晚餐会邀请 .....      | 105 |
| 问 45 | 网球双打的组合 .....    | 107 |

### ☆ 解法 10 巧妙地对应

|      |                |     |
|------|----------------|-----|
| 问 46 | 狗往返的距离 .....   | 111 |
| 问 47 | 淘汰赛的比赛次数 ..... | 113 |
| 问 48 | 交错的车数 .....    | 115 |
| 问 49 | 将豆腐切为骰子块 ..... | 117 |
| 问 50 | 剪柿饼的方法 .....   | 119 |

### ☆ 解法 11 考察组合

|      |                       |     |
|------|-----------------------|-----|
| 问 51 | 相邻二数之和 .....          | 123 |
| 问 52 | 利用两种颜色来区分立方体的色彩 ..... | 125 |
| 问 53 | 两两移动棋子 .....          | 127 |

|      |                  |     |
|------|------------------|-----|
| 问 54 | 三人以上才能开的保险柜····· | 129 |
| 问 55 | 利用天平鉴定假金币·····   | 131 |

### ☆ 解法 12 考察奇偶性

|      |                    |     |
|------|--------------------|-----|
| 问 56 | 铺设长方形·····         | 135 |
| 问 57 | 正方形格子上形成的闭合回路····· | 137 |
| 问 58 | 复杂图形的一笔画·····      | 139 |
| 问 59 | 由圆的外部进入中心的通路·····  | 141 |
| 问 60 | 六面群的装箱·····        | 143 |

### ☆ 解法 13 考察概率

|      |                    |     |
|------|--------------------|-----|
| 问 61 | 假骰子的赌博·····        | 147 |
| 问 62 | 投掷 10 日元硬币的赌博····· | 149 |
| 问 63 | 相扑的冠军争夺战·····      | 151 |
| 问 64 | 两张卡片上某数之和·····     | 153 |
| 问 65 | 6 个正二十面体骰子·····    | 155 |

### ☆ 解法 14 发挥推理的作用

|      |                               |     |
|------|-------------------------------|-----|
| 问 66 | 两数之和的集合·····                  | 159 |
| 问 67 | 环绕圆形的数列·····                  | 161 |
| 问 68 | 复原被抹的数字·····                  | 163 |
| 问 69 | $99^{9999}$ 除以 $2^4$ 的余数····· | 165 |
| 问 70 | 令乘积最大的四个数·····                | 167 |

### ☆ 解法 15 讲求逻辑

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 问 71 | 环绕各个城市的途径·····  | 171 |
| 问 72 | 城镇内警备人员的配置····· | 173 |





|      |               |     |
|------|---------------|-----|
| 问 73 | 岔道处的机智提问····· | 175 |
| 问 74 | 用四个开关开电灯····· | 177 |
| 问 75 | 三个人帽子的颜色····· | 179 |

### ☆ 解法 16 逆向思考

|      |                     |     |
|------|---------------------|-----|
| 问 76 | 扑克牌的排列方法·····       | 183 |
| 问 77 | 依次剪断的两条绳子·····      | 185 |
| 问 78 | 三人猜拳·····           | 187 |
| 问 79 | 钟表的两个指针处于对称的位置····· | 189 |
| 问 80 | 给定三个高的三角形·····      | 191 |

### ☆ 解法 17 巧妙构思

5

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 问 81 | 方格花纹的地毯·····    | 195 |
| 问 82 | 混入假金币的口袋·····   | 197 |
| 问 83 | 移动火柴棍·····      | 199 |
| 问 84 | 不能构成长方形的摆放····· | 201 |
| 问 85 | 捡棋盘上的棋子·····    | 203 |

### ☆ 解法 18 探索背后的数学原理

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 问 86 | 分数填空·····       | 207 |
| 问 87 | 作成面积最大的长方形····· | 209 |
| 问 88 | 硬币旋转后的转向·····   | 211 |
| 问 89 | 五等分三角形·····     | 213 |
| 问 90 | 四条狗的追逐·····     | 215 |

### ☆ 解法 19 代数和几何并用

|      |                   |     |
|------|-------------------|-----|
| 问 91 | 用三合的量斗量出两合的酒····· | 219 |
|------|-------------------|-----|

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 问 92 | 正八边形折纸·····     | 221 |
| 问 93 | 折出来的梯形的面积·····  | 223 |
| 问 94 | 正方形中套入的圆·····   | 225 |
| 问 95 | 由正方形做成的立方体····· | 227 |

### ☆ 解法 20 求解不定方程式

|       |                |     |
|-------|----------------|-----|
| 问 96  | 苹果和桃子的个数·····  | 231 |
| 问 97  | 三个人工作的天数·····  | 233 |
| 问 98  | 找错钱·····       | 235 |
| 问 99  | 参加茶话会的双亲·····  | 237 |
| 问 100 | 两个正方形的面积 ····· | 239 |



# 利用算术



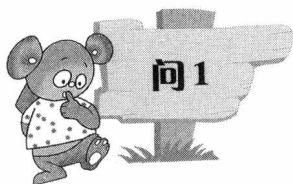
在数学谜题当中，最基本的是算术谜题。由于是有关数的问题，故完全不需要高深的知识，有小学文化程度的算术就足够了。为此，从小孩到成年人，谁都可以轻松享受其中的乐趣。

然而，这并不说明题目就容易。因为是只靠算术的谜题，有时较之其他问题还难求解。当然，在算术的谜题当中，也有许多是容易的。这类题目一看即懂，故谈不上求解的技巧。但是，在这里提出的5个题目并非是这样的题目。每个都潜藏着巧妙的解法，它将使人恍然大悟并被人们所接受。由此，希望读者能够仔细地品味一下。

当然，并不是说这些题目只能用算术求解。用算术能求解的，用代数也能求解。并且很简单。然而这里的5个题目，希望读者用算术来求解。若用代数方法就仅仅是机械地列出方程式去公式性地求解，无法触及隐藏于背后的求解妙趣。也不可能学到技巧。

求解算术题目时，要下工夫去探索求解的途径，自然成为对头脑的一种训练。找到这种解法时的喜悦，就如同征服了未曾登顶的高山时的喜悦一样，可以进一步去练就更高的技巧。此处的5个题目请读者务必用算术去挑战，品味求解方法的技巧和妙趣。





## 能进行奇妙除法的数

这里，有三位数的奇妙数字。

加上 1 后可被 2 整除，加上 2 后可以被 3 整除，加上 3 后可以被 4 整除，加上 4 后可被 5 整除，加上 5 后可被 6 整除，加上 6 后可被 7 整除。

试问该数是多少？

$$\begin{cases} (x+1) \cdots \cdots \text{被 } 2 \text{ 整除} \\ (x+2) \cdots \cdots \text{被 } 3 \text{ 整除} \\ \vdots \\ (x+6) \cdots \cdots \text{被 } 7 \text{ 整除} \end{cases}$$



### 提示

首先，考虑可被由 2 到 7 为止的任何数都能整除的数。对其稍作修正即可找出所求的数。



能被由 2 到 7 为止的任何数均可整除的数为

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5040$$

但是，其中 4 可能被 2 整除，6 可被 2 和 3 整除，故

$$3 \times 4 \times 5 \times 7 = 420$$

也具有相同的性质。

我们再来看 1，它加上 1 的数可被 2 整除，加上 2 的数可被 3 整除，加上 3 的数可被 4 整除，加上 4 的数可被 5 整除，加上 5 的数可被 6 整除，加上 6 的数可被 7 整除。

于是，1 加上 420 的若干倍的数也具有相同的性质，故在 3 位数中有

$$1 + 420 = 421$$

$$1 + 420 \times 2 = 841$$

4

这两个数，就是所求的数。

用代数也不是不能解，但非常麻烦。

此外，末尾的数字为 1 可由

$$x + 1 = \text{偶数}$$

$$x + 4 = 5 \text{ 的倍数}$$

导出。





## 问 2

## 两个沙漏测时间

现有可测定 5 min 和 7 min 的沙漏各 1 个。请利用它们以一分钟为间隔测量出由 10 min 到 20 min 的时间。

当沙漏处于中间状态时，请勿将其横躺。



7 min



5 min

5



## 提示

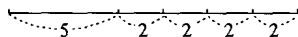
试测量由 10 min 到 14 min 的时间，在其上追加 5 min，就可以测量由 15 min 到 19 min。



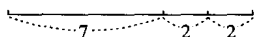
首先考虑如何测量 10~14 min。10 min 可用 5 min 的沙漏测两次，12 min 可用 5 min 的沙漏和 7 min 的沙漏各测量一次，14 min 则可用 7 min 的沙漏测两次，这很简单。

剩下的 11 min 和 13 min 才可以做如下测量：

5分钟沙漏



7分钟沙漏



让 5 min 的与 7 min 的沙漏同时放倒，当 5 min 的沙漏漏完时之时，将 5 min 沙漏颠倒过来。然后，当 7 min 的沙漏漏完 2 min 之后，使 5 min 沙漏与 7 min 沙漏同时倒置。其后，在 5 min 沙漏漏完 2 min 之后，再让 5 min 沙漏与 7 min 沙漏同时倒置，再在 7 min 沙漏漏完 2 min 之后，使 5 min 沙漏倒转。

于是，5 min 沙漏倒完的 2 min 之后，从最初开始数是 13 min 后。

在测量中途的 11 min 时，可在由最初数到 9 min 时，只让 7 min 沙漏倒置。

这样一来，在测定由 10 min 到 14 min 为止的任何时间时，测定终了的最后是处于 5 min 沙漏漏完的状态。由此，由 10 min 到 14 min 再加上 5 min 的话，变为由 15 min 到 19 min，进一步再加 5 min，可变为由 20 min 变为 24 min，以 1 min 为单位，加上多少都可以。

