Kybernetik

Informationsverarbeitung

Digitale Signal- verarbeitung

Meyer

Contributed by Springer Verlag Wien New York

Kybernetik Informationsverarbeitung

Herausgegeben von

Prof. Dr. sc. techn. Dr.-Ing. E. h. Franz-Heinrich Lange, Rostock

Prof. Dr. rer. nat. Manfred Peschel, Berlin

Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Wunsch, Dresden

JN 9 11.7
M612

8064090

Digitale Signalverarbeitung

Prof. Dr. sc. techn. Gernot Meyer

E8054090

VEB Verlag Technik Berlin

Distributed by Springer Verlag Wien New York

ISBN 3-211-95809-6 Wien New York

1. Auflage

© VEB Verlag Technik, Berlin 1982

Lizenz 201·370/70/82

DK 62-501.14:621.391:681.32.06

LSV 3045·VT 3/5447-1

Lektor: Doris Netz

Umschlaggestaltung: Kurt Beckert

Printed in the German Democratic Republic

Schreibsatz: VEB Verlag Technik, Berlin

Reproduktion, Druck und buchbinderische Verarbeitung:

Druckerei "Thomas Müntzer", 5820 Bad Langensalza

Vorwort

Mit den Begriffen Filterung bzw. Signalverarbeitung verband sich noch vor wenigen Jahren nahezu automatisch eine analoge Realisierungstechnik mit Kondensatoren, Spulen, Übertragern und Widerständen. Später kamen dann durch die Möglichkeiten der sich entwickelnden Halbleitertechnologie aktive Elemente, darunter besonders der Operationsverstärker, hinzu und verdrängten die unhandlich und unexakt arbeitenden Induktivitäten. Kaum hatte sich diese neue Technik der analogen Verarbeitungssysteme mit aktiven Elementen durchgesetzt, boten sich durch eine stürmische Entwicklung der integrierten Technik neue Möglichkeiten der digitalen Signalverarbeitung an. Sie gewährleistete bei gleichem oder sogar geringerem Aufwand an Bauelementen eine höhere Präzision, Arbeitszuverlässigkeit und eine größere Unempfindlichkeit gegenüber Störungen und Parameterstreuungen. Die ursprünglich sehr geringe Verarbeitungsgeschwindigkeit konnte durch Verringerung der Taktzeit der digitalen Systeme und durch Entwicklung neuer Algorithmen und spezieller Signalprozessoren so weit gesteigert werden, daß sich den neuen digitalen Verarbeitungssystemen ein weites Anwendungsfeld in der langsamen bis mittelschnellen Prozeßdatenverarbeitung, wie in der Prozeßmeßtechnik, der Regelungstechnik und der Prozeßoptimierung, erschlossen hat. Durch universelle Rechnerstrukturen in Signalverarbeitungssystemen konnte dabei die Verarbeitungsleistung stark erhöht werden. Bald wurde es möglich, komplexe Verarbeitungsalgorithmen, die bisher nur im Labor mit größeren Rechanlagen sinnvoll angewandt werden konnten, in kleineren industriellen Geräten serienmäßig zu implementieren. Dieser Effekt der „Dezentralisierung der Verarbeitungsleistung“ verstärkt sich gegenwärtig mit jedem neuentwickelten Verarbeitungssystem. Immer leistungsfähigere Algorithmen werden bei stetig steigender Verarbeitungszeit in immer kleiner werdende technische Systeme implementiert. Der aktuelle Stand ist durch komplexe, programmierbare Signalprozessoren auf einem oder wenigen Schaltkreisen gekennzeichnet, die vollständige Verarbeitungsaufgaben autonom realisieren und damit Funktionen ausführen, für die noch vor kurzer Zeit ganze Baugruppen oder gar komplette Geräte eingesetzt werden mußten. In diese neue Technik mit ihren theoretischen Grundlagen und mit ihren Anwendungsmöglichkeiten einzuführen, ist Anliegen dieses Buches. Es ist aufgrund mehrjähriger Forschungs- und Lehrtätigkeit auf diesem Gebiet an der TU Dresden und an der TH Karl-Marx-Stadt entstanden, und in ihm wird versucht, die theoretischen Grundlagen, die Realisierungstechnik und die Anwendungen in ausgewogenem Verhältnis darzustellen. Der Schwerpunkt liegt dabei generell auf dem algorithmischen Aspekt, da hier der Anwender bei vorliegender Hardware die größten Probleme hat und die meisten schöpferischen Ideen einfließen lassen muß. Wie in der Mikrorechen-technik überhaupt, ist auch auf dem Gebiet der digitalen Signalverarbeitung die Erstellung der Software, d.h. die Entwicklung geeigneter Algorithmen und ihre programmtechnische Realisierung, die eigentliche Arbeit, die der Systementwickler zu bewältigen hat.

Das Buch besteht aus insgesamt fünf Abschnitten und aus einem Anhang. Nach der Einleitung werden im Abschn. 2. die theoretischen Grundlagen der digitalen

Signalverarbeitung zusammengestellt. Sie gehen prinzipiell auf die Grundgedanken der allgemeinen Systemtheorie zurück, zeigen aufgrund des digitalen Charakters der zu verarbeitenden Größen einige Spezifika, auf die besonders eingegangen wird. Dabei wird weitgehend die moderne algebraische Notierung bevorzugt, die für die Analyse zeitdiskreter Signale besonders geeignet ist.

Abschn. 3. befaßt sich mit der Synthese eindimensionaler zeitdiskreter Systeme. Es werden der Entwurf digitaler Filter auf der Grundlage eines analogen Filterentwurfes und durch direkte Methoden im Zeit- und Frequenzbereich behandelt und einander gegenübergestellt. Am Ende werden Grundstrukturen digitaler Filter behandelt.

Mit Abschn. 4. wird der Übergang von eindimensionalen zu mehrdimensionalen Verarbeitungssystemen vollzogen, wie sie etwa in der optischen Bildauswertung und Objekterkennung eingesetzt werden. War die gewöhnliche (eindimensionale) Differenzengleichung das Grundmodell in den vorangegangenen Abschnitten, so ist es hier die partielle Differenzgleichung, deren Theorie und Anwendung in der Signalverarbeitung dargestellt werden.

Abschn. 5. ist der Realisierungstechnik diskreter bzw. digitaler Systeme zur Signalverarbeitung gewidmet. Hier werden zunächst einige rechentechnische Grundlagen der Zahlendarstellung der Arithmetik und interne Steuerungsprinzipien behandelt. Daran schließt sich eine Analyse von Quantisierungs- und Begrenzungseffekten, die prinzipiell in digitalen signalverarbeitenden Systemen auftreten, an. Zuletzt werden konkrete Ausführungsbeispiele von technischen Signalprozessoren vorgeführt und erläutert.

Im Anhang schließlich sind wesentliche mathematische Grundlagen in übersichtlicher Form zum bequemen Nachschlagen zusammengestellt.

Das Buch wendet sich sowohl an den Studierenden elektrotechnisch-elektronischer Fachrichtungen wie auch an den Entwicklungsingenieur in der Praxis. Ihnen soll es sowohl die theoretischen Grundlagen des relativ neuen Fachgebietes der digitalen Signalverarbeitung erschließen als auch den Schritt zum kreativen Umgang mit und zu den Anwendungen von digitalen signalverarbeitenden Systemen erleichtern. Vorausgesetzt werden Kenntnisse in Mathematik, wie sie etwa durch ein Hochschulstudium erworben werden.

Das Vertrautsein mit einigen systemtheoretischen Grundbegriffen ist für eine erfolgreiche Arbeit mit dem Buch nützlich.

Es ist mir ein besonderes Anliegen, Herrn Prof. Dr. sc. techn. W. Schwarz für seine wertvolle Mitarbeit und die vielen anregenden Diskussionen herzlichen Dank zu sagen. Mein Dank für den intensiven Meinungsaustausch gilt ferner den Herren Prof. Dr.-Ing. habil. P. Vielhauer, Doz. Dr. sc. Unger und Prof. Dr. rer. nat. habil. M. Peschel.

Der Autor möchte abschließend dem Verlag Technik und insbesondere der Lektorin, Frau D. Netz, für die vertrauensvolle Zusammenarbeit seinen herzlichen Dank aussprechen.

Gernot Meyer

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	11
2.	Diskrete Signale und Systeme	16
2.1.	Operatorenrechnung für diskrete Signale	16
2.1.1.	Symbolik und Terminologie	16
2.1.2.	Signaloperationen	19
2.1.3.	Spezielle Operatoren	25
2.1.4.	Operatorgleichungen	31
2.2.	Diskrete Systeme	40
2.2.1.	Lineare eindimensionale Systeme	42
2.2.1.1.	Systembeschreibungen	42
2.2.1.2.	Systemeigenschaften	46
2.2.1.3.	Tastsysteme	49
2.2.1.4.	Systemstrukturen	63
2.2.2.	Lineare mehrdimensionale Systeme	69
2.2.2.1.	Systembeschreibung	69
2.2.2.2.	Tastsysteme	71
2.2.2.3.	Systemstrukturen	74
2.2.3.	Lineare eindimensionale Transformationssysteme	86
2.2.3.1.	Allgemeines	86
2.2.3.2.	Exponentialtransformationen	95
2.2.3.3.	Systemstrukturen	99
2.2.4.	Lineare mehrdimensionale Transformationssysteme	109
2.2.5.	Nichtlineare eindimensionale Transformationssysteme	110
2.3.	Signalwandlungen	111
2.3.1.	Abtastung	111
2.3.2.	Interpolation und Extrapolation	116
3.	Entwurf eindimensionaler linearer Systeme	119
3.1.	Einführung	119
3.2.	Entwurf auf der Grundlage analoger Systeme	121
3.2.1.	Diskretisierung der Übertragungscharakteristik	122
3.2.2.	Wellendigitalfilter	129
3.2.2.1.	Wellendigitalfilterstrukturen ohne Adaptoren	138
3.2.2.2.	Wellendigitalfilterstrukturen mit Adaptoren	161
3.3.	Direkter Entwurf im Frequenzbereich	180
3.3.1.	Entwurf rekursiver diskreter Systeme mit Standardverfahren	182
3.3.2.	Entwurf nichtrekursiver diskreter Systeme mit Standardverfahren	184
3.3.3.	Entwurf diskreter Systeme mit Optimierungsverfahren	190
3.4.	Direkter Entwurf im Zeitbereich	192
3.4.1.	Systeme mit Standardzeitverhalten	192

3.4.2.	Entwurf diskreter Systeme mit Optimierungsverfahren . . .	193
3.5.	Strukturierung	195
3.5.1.	Reihenstruktur und Parallelstruktur	195
3.5.2.	Kettenstrukturen	196
3.5.2.1.	Einseitig abgeschlossene Kettenstrukturen	203
3.5.2.2.	Zweiseitig abgeschlossene Kettenstrukturen	211
4.	Entwurf mehrdimensionaler Systeme	216
4.1.	Einführung	216
4.2.	Modellierung mehrdimensionaler analoger Systeme	216
4.2.1.	Stabilität, Konsistenz und Konvergenz	217
4.2.2.	Numerische Differentiationsformeln	219
4.2.3.	Differenzenschemata für partielle parabolische Differentialgleichungen	220
4.2.4.	Differenzenschemata für partielle hyperbolische Differentialgleichungen	226
4.3.	Entwurf zweidimensionaler diskreter Systeme	238
5.	Realisierung diskreter Systeme	244
5.1.	Einführung	244
5.2.	Zahlensysteme	245
5.2.1.	Polyadische Zahlensysteme	246
5.2.2.	Restklassenzahlensysteme	249
5.3.	Realisierungstechniken	250
5.3.1.	Konvertierungstechniken	251
5.3.2.	Arithmetik in polyadischen Zahlensystemen	256
5.3.3.	Arithmetik im Restklassenzahlensystem	267
5.3.4.	Steuerungsprinzipien	272
5.4.	Quantisierung und Begrenzung	281
5.4.1.	Quantisierungsmodelle	281
5.4.2.	Parameterquantisierung	285
5.4.3.	Quantisierungsruschen	290
5.4.4.	Signalbegrenzung und Signalquantisierung	292
5.4.4.1.	Dynamikbereich	292
5.4.4.2.	Grenzyklen	293
5.4.4.3.	Lineare Modelle	301
5.5.	Signalprozessoren	307
5.5.1.	Einführung	307
5.5.2.	Signalprozessor 2920	311
5.5.3.	Signalprozessor μ PD 7720	319
5.5.4.	Arithmetikprozessoren	322
6.	Anhang	329
6.1.	Algebraische Grundbegriffe	329
6.1.1.	Gruppen	329
6.1.2.	Ringe	330
6.1.3.	Körper	331
6.1.4.	Polynome	334
6.1.5.	Restklassen	339
6.2.	Irreduzible Polynome über dem Körper $GF(2)$	343
6.3.	Äquivalente Darstellungen eindimensionaler diskreter Signale über dem Körper der reellen Zahlen	344

6.4. Bestimmung der Eigenwerte einer tridiagonalen symmetrischen Matrix A	345
6.5. Sätze aus der Matrizenrechnung	346
6.6. Integrationsformeln	347
6.7. Differentiationsformeln	348
6.8. Definition und Eigenschaften des Kroneckerprodukts von Matrizen	349
Literaturverzeichnis	351
Sachwörterverzeichnis	358

Formelzeichenverzeichnis

d^{-1}	Verschiebungsoperator	$\varphi(k)$	Eulersche Zahlenfunktion
Δ	Differenzenoperator	$\tilde{S}$	Streumatrix
z	komplexe Variable der Z-Transformation	$\tilde{K}_w$	Wellenkettenmatrix
$z_{\infty v}$	Polstellen in der z-Ebene	$\tilde{V}_v$	Spannungswelle
z_{0v}	Nullstellen in der z-Ebene	$\underline{K}$	Kettenmatrix
$p = \sigma + j\omega$	komplexe Variable der Laplace-Transformation	$\underline{K}^*$	inverse Kettenmatrix
f	Frequenz	Diag ($\underline{x}$)	Diagonalmatrix, erzeugt durch den Vektor $\underline{x}$
ω	Kreisfrequenz	Zykl ($\underline{x}$)	zyklische Matrix, erzeugt durch den Vektor $\underline{x}$
ω_v, Ω_v	Frequenzparameter	det	Determinante
$\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$	Vektor der Eingangsgrößen	ggT	größter gemeinsamer Teiler
$\underline{y} = (y_1, \dots, y_m)^T$	Vektor der Ausgangsgrößen	$\text{Im}\{ \}$	Imaginärteil
$\underline{z} = (z_1, \dots, z_s)^T$	Vektor der Zustandsgrößen	$\text{Re}\{ \}$	Realteil
$g_{\mu\nu}$	Übertragungsfaktor Gewichtsfaktor (Operator)	$\ \dots \ $	Norm der Matrix ... Norm des Vektors ...
$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$	Matrizen zur Beschreibung linearer Systeme im Zustandsraum	$ \quad $	Betrag
$\underline{I}$	Einheitsmatrix	DFT	diskrete Fouriertransformation
$\underline{Q}_S$	Erreichbarkeitsmatrix	FFT	schnelle Fouriertransformation
$\underline{Q}_B$	Beobachtbarkeitsmatrix	$F\{ \}$	Fouriertransformation
$V(z)$	Ljapunov-Funktion	$L\{ \}$	Laplacetransformation
$a(\omega)$	Dämpfung	$E\{ \}$	Erwartungswert
$b(\omega)$	Phase		
$y(\omega)$	Gruppenlaufzeit		
$wal(x, t)$	Walsh-Funktionen		

1. Einleitung

Die rasche Entwicklung auf dem Gebiet der Mikroelektronik führte zu einem breiten Einsatz digitaler Systeme zur digitalen Verarbeitung der Prozeßsignale in Meßsystemen, Steuer- und Regelungssystemen und Nachrichtensystemen. Wesentlich trug dazu das Erscheinen einer breiten Palette von integrierten Prozessoren bei. Das Spektrum reicht von universell einsetzbaren Mikroprozessoren bis zu programmierbaren Signalprozessoren mit analogen Ein- und Ausgängen.

Für die digitale Verarbeitung mit Prozessoren muß das Eingangssignal in einer für die digitale Verarbeitung geeigneten Form vorliegen. Im einfachsten Fall erfordert das eine Umkodierung eines durch Zählen ermittelten diskreten Eingangssignals. Bei kontinuierlichen Eingangssignalen ist eine Abtastung und Digitalisierung notwendig. Nach der Abarbeitung des Algorithmus im Prozessor sind die Ausgangsdaten wieder in die vorgeschriebene Ausgangssignalfom zu bringen. Grundlage der eindeutigen Charakterisierung der Signalwandlungsvorgänge ist die Präzisierung der verschiedenen Signalklassen.

Als Signale kommen Funktionen des Ortes und der Zeit in Betracht. Damit bieten sich als Kriterien für die Klassifizierung der Signale die Anzahl der Veränderlichen der Funktionen und die Charakterisierung des Wertebereiches und des Definitionsbereiches an. Die Unterscheidung zwischen Funktionen mit einer Veränderlichen und Funktionen mit mehreren Veränderlichen führt folglich auf die Einteilung in eindimensionale und in mehrdimensionale Signale. Der Definitionsbereich liefert das Kriterium für die Unterscheidung in orts-zeit-kontinuierliche und orts-zeit-diskrete Signale.

Ein orts-zeit-diskretes Signal liegt vor, wenn die Raum-Zeit-Funktionen nur an ausgewählten Raum-Zeit-Punkten, auch Stützstellen genannt, bekannt sind oder betrachtet werden. Von besonderem Interesse ist der Fall äquidistanter Stützstellen, weil dann die Menge der Stützstellen bei geeigneter Normierung eine beliebige Teilmenge aus der Menge der ganzen Zahlen ist. Der letzte Gesichtspunkt ist die Charakterisierung durch den Wertebereich. Dies führt auf die Begriffe amplitudenkontinuierliches und amplitudendiskretes Signal. Ein amplitudenkontinuierliches Signal nimmt Werte aus der Menge der reellen Zahlen an und ein amplitudendiskretes Signal Werte aus einer endlichen Menge. Aufgrund der Unterscheidungsmerkmale kontinuierlich und diskret unterteilt man die ausschließlich von der Zeit abhängigen Signale in

- amplituden- und zeitkontinuierliche (analoge)
- amplituden- und zeitdiskrete (digitale)
- amplitudenkontinuierliche, zeitdiskrete (getastete) und
- amplitudendiskrete, zeitkontinuierliche

Signale. Dabei sind in Klammern die gebräuchlichen Kurzbenennungen angegeben.

Bei der Klassifizierung von Signalen, die außer von der Zeit noch von einer Ortskoordinate abhängen, entsteht durch die Unterscheidung in ortskontinuierliche

und ortsdiskrete Signale die doppelte Anzahl von Signalklassen. Jede weitere Ortskoordinate führt zu einer nochmaligen Verdopplung.

Bild 1.1. Signalklassifizierung

Für die Verarbeitung derartiger Signale wird die eindeutige Zuordnung der Eingangssignale zu den Ausgangssignalen durch einen Algorithmus beschrieben, der das Verhalten des Systems kennzeichnet. Je nach der zu verarbeitenden Signalklasse werden die diskreten Systeme unterschieden in

- Tastsysteme - Verarbeitung getasteter Signale - und
- Digitalsysteme - Verarbeitung digitaler Signale -

Diese Klassifizierung läßt jedoch noch einige Eigenschaften der Verarbeitung offen. Insbesondere handelt es sich hier um die Eigenschaften der Zeitinvarianz und Linearität, auf denen die Unterscheidung in zeitvariante und zeitinvariante und in lineare und nichtlineare Systeme beruht.

Im Vordergrund der Betrachtungen werden die linearen Tastsysteme stehen. Die Tastsysteme dienen insbesondere als Modellsystem für den Entwurf realer digitaler Systeme zur digitalen Verarbeitung analoger Signale, da für die in Signalprozessoren üblichen Wortlängen von 16 bit und mehr die Signalwerte zunächst als quasikontinuierlich aufgefaßt werden können. Durch eine Analyse ist im einzelnen zu überprüfen, ob das auf diesem Weg entworfene digitale System die gewünschten Eigenschaften hat. Die digitalen Systeme zur Verarbeitung

analoger Signale (Bild 1.2b) werden als

- digitale Filter
- digitale Regler
- digitale Generatoren
- ⋮

in den verschiedenen Anwendungsfällen eingesetzt. Dazu sind eine Abtastung (AT) und eine Analog-Digital-Wandlung (A-D) notwendig. Nach der digitalen Verarbeitung wird das digitale Ausgangssignal durch eine Digital-Analog-Wandlung (D-A) und durch eine Interpolation (IP) in ein analoges gewandelt. Der einfachste Interpolator ist ein Halteglied.

Bild 1.2. Schema zur zeitdiskreten Verarbeitung analoger Signale
 a) amplitudenkontinuierliche Verarbeitung
 b) amplitudendiskrete Verarbeitung

Der Einsatz eines digitalen Systems in Form eines Signalprozessors oder Mikroprozessors als digitaler Regler in einer Eingrößen-Regelung ist im Blockschaltbild des Bildes 1.3 dargestellt. Die Abtaster arbeiten synchron und erzeugen zeitdiskrete Signale. Die Stellgröße u wird entsprechend dem Regelalgorithmus aus der Regelabweichung $e = w - y$ berechnet. Die Führungsgröße wird digital eingegeben.

Bild 1.3. Digitale einschleifige Regelung

Bei dem Entwurf oder der Analyse kontinuierlicher Systeme wird es vielfach entweder nicht möglich oder nicht notwendig sein, das Signalverhaltensverhalten unter den getroffenen Voraussetzungen exakt zu beschreiben. Folglich genügt es, sog. diskrete Modelle zu betrachten, die die ursprüngliche Signalverarbeitung hinreichend genau widerspiegeln.

Besondere Bedeutung haben die diskreten Modelle kontinuierlicher Systeme, da sie die Grundlage für die Simulation kontinuierlicher Systeme auf dem Digitalrechner bilden und zum Entwurf von Tastsystemen herangezogen werden können. Dazu sind beispielsweise zur Modellierung von gewöhnlichen oder partiellen Differentialgleichungen diskrete Teilsysteme - diskrete Modelle - in Form diskreter Integratoren oder Differentiatoren zu entwickeln. Die diskreten Modelle sind auch für den Entwurf spezieller kontinuierlicher Systeme, wie Linearantennen, Oberflächenwellenfilter und CCD-Filter, von besonderem Interesse. Bei Oberflächenfiltern gewinnt man ein zulässiges Modell für das Übertragungsverhalten durch entsprechende Vereinfachungen. Der Interdigitalwandler (Bild 1.4a)

Bild 1.4. Oberflächenwellenelemente

a) Interdigitalwandlerstrukturen

b) elektrisches Ersatzschaltbild für den Sendewandler

y^* äquivalentes elektrisches Signal am Sendewandlerausgang

kann als eine Reihe räumlich versetzter monofrequenter synchroner mechanischer Schwingungsquellen für die sich auf dem piezoelektrischen Körper aus-

dehnenden Oberflächenwellen angesehen werden. Durch die räumliche Versetzung der Erregungszentren entsteht zwischen den einzelnen Wellenzügen eine Zeitverschiebung um τ . Bei einem Elektrodenabstand von d und einer Phasengeschwindigkeit v der Oberflächenwellen, ergibt sich $\tau = d/v$. Die Wellenanregung läßt sich somit durch ein elektrisches Ersatzschaltbild (Bild 1.4b) darstellen. Das elektrische Ersatznetzwerk für den Sendewandler ist demnach ein nichtrekursives Tastsystem, wobei die Überlappungswerte λ_i proportional den Koeffizienten β_i sind. Der Oberflächenwellenfilterentwurf läßt sich demnach unter den getroffenen Modellannahmen auf den Entwurf eines nichtrekursiven diskreten Systems zurückführen.

2. Diskrete Signale und Systeme

Die digitale Signalverarbeitung in Meßsystemen, Steuer- und Regelungssystemen und in Nachrichtensystemen wirft Probleme des Entwurfes diskreter Systeme, der digitalen Simulation kontinuierlicher Systeme und der Signalwandlung auf.

Für den Entwurf diskreter Systeme als auch für die Simulation kontinuierlicher Systeme müssen Transformationen von diskreten Signalen, Operationen mit diskreten Signalen und durch diskrete Systeme vermittelte Zuordnungsvorschriften zwischen diskreten Signalen näher betrachtet werden. Die Operatorenrechnung für diskrete Signale - Abschn. 2.1. - ist dabei an den Anfang der Ausführungen zu stellen. Die dafür notwendigen algebraischen Grundbegriffe sind im Anhang A1 zusammengestellt. Die Operatorenrechnung bildet die Grundlage für die Untersuchung von linearen diskreten Systemen im Operatorbereich und von diskreten Systemen, die spezielle diskrete Transformationen realisieren, Abschn. 2.2.

Die diskreten Transformationen können zur Untersuchung der Eigenschaften bestimmter Klassen diskreter Signale dienen, sie können aber auch die Grundlage für die Realisierung eines linearen diskreten Systems sein.

Für die Simulation kontinuierlicher Systeme auf der Basis diskreter Systeme und für den Einsatz diskreter Systeme zur digitalen Verarbeitung kontinuierlicher Prozeßsignale sind Signalwandlungen erforderlich. Die entsprechenden Zusammenhänge bei der Wandlung kontinuierlicher Signale in diskrete Signale und umgekehrt sind im Abschn. 2.3. kurz dargelegt.

2.1. Operatorenrechnung für diskrete Signale

2.1.1. Symbolik und Terminologie

Bei der Beschreibung eines Signals müssen in eindeutiger Weise die interessierenden Eigenschaften und die getroffenen Einschränkungen zum Ausdruck kommen.

Bei den kontinuierlichen Zeitsignalen $\tilde{f}$ gibt die geschweifte Klammer $\{ \}$ an, daß es sich um Funktionen handelt, die für negative t verschwinden. Entsprechendes gilt für kontinuierliche Signale $\tilde{f}$ der Zeit t und des Raumes mit den Ortskoordinaten (u, v, w) / 2.21 /.

Für die diskreten Signale f , die vielfach durch Abtasten eines kontinuierlichen Signals $\tilde{f}$ an den Zeitpunkten $k\Delta t_k$ und an den Ortspunkten mit den Koordinaten $(l\Delta u_l, m\Delta v_m, n\Delta w_n)$ entstehen, sind neben den Einschränkungen des Definitionsbereiches noch Festlegungen für die Zuordnung zwischen den Werten von $\tilde{f}$ und f zu treffen. Bei den getasteten Signalen wird eine eindeutige Abbildung $\tilde{f} \rightarrow f$ in die Menge der reellen Zahlen vorgenommen, und zwar in Form einer Normierung / 2.21 / (Bild 2.1b). Im Fall der digitalen Signale liegt nur eine rechts-eindeutige Abbildung auf eine endliche Teilmenge vor (Bilder 2.1c, 2.1d).