

Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann

1270

C. Carasso P.-A. Raviart D. Serre (Eds.)

Nonlinear Hyperbolic Problems

Proceedings, St. Etienne 1986



Springer-Verlag

Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann

1270

C. Carasso P.-A. Raviart D. Serre (Eds.)

Nonlinear Hyperbolic Problems

Proceedings of an Advanced Research Workshop
held in St. Etienne, France
January 13–17, 1986



Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo

Editors

Claude Carasso
Denis Serre
Analyse Numérique,
23 rue du Dr. Paul Michelon
42023 Saint Etienne Cedex 2, France

Pierre-Arnaud Raviart
Université Pierre et Marie Curie
Analyse Numérique
4, place Jussieu
75230 Paris Cedex 05, France

Mathematics Subject Classification (1980): 35L, 65M, 76N

ISBN 3-540-18200-4 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
ISBN 0-387-18200-4 Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically the rights of translation, reprinting, re-use of illustrations, recitation, broadcasting, reproduction on microfilms or in other ways, and storage in data banks. Duplication of this publication or parts thereof is only permitted under the provisions of the German Copyright Law of September 9, 1965, in its version of June 24, 1985, and a copyright fee must always be paid. Violations fall under the prosecution act of the German Copyright Law.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1987
Printed in Germany

Printing and binding: Druckhaus Beltz, Hemsbach/Bergstr.
2146/3140-543210

PREFACE

The International Conference on Non-linear Hyperbolic Problems was held in Saint-Etienne on January 13-17, 1986. Our aim was to get an overview of a branch of applied mathematics which has been expanding very fast over the last few years. As we all know applications are possible in many fields (aerodynamics, multifluid flows, combustion, detonics...), but this involves difficulties of a theoretical as well as a numerical nature. It is therefore not surprising that, in the end, papers dealing with theoretical problems raised by the resolution of non-linear hyperbolic systems outnumbered those which concentrated on numerical methods.

The number of participants, the diversity of the teams, researchers and countries represented do not leave any doubt as to the opportuneness of such a conference. It was particularly useful in as much as it produced the original papers contained in this volume and also because it helped establish conditions of scientific cooperation between research teams. We are confident that the wish expressed by many participants to see the conference become a regular fixture will be fulfilled.

The success of such an undertaking requires the help of many people and organizations. We are particularly grateful to :

- le Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS),
- the National Science Foundation (NSF),
- la Direction des Recherches et Etudes Techniques (DRET, contrat n°85/1392),
- the European Research Office of the United States Army,
- l'Académie des Sciences de Chine,
- le Commissariat à l'Energie Atomique (CEA),
- le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES),
- la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI),
- la Société Mathématique de France (SMF),
- les collectivités territoriales (Mairie and Conseil général),

for their precious support.

We also wish to thank Nohra RAHMANI and Hélène CHABREUIL who greatly contributed to the success of the conference by attending to its practical organization.

Claude CARASSO, Pierre-Arnaud RAVIART, Denis SERRE

PREFACE

Le Congrès International sur les Problèmes Hyperboliques Non Linéaires s'est déroulé à Saint-Etienne du 13 au 17 janvier 1986. Nous souhaitons, par cette rencontre, faire le point sur un secteur des Mathématiques Appliquées qui s'est considérablement développé ces dernières années. Les domaines d'application sont en effet multiples (aérodynamique, écoulements multiphasés, combustion, détonique...) mais également difficiles, tant du point de vue théorique que numérique. Il n'est d'ailleurs pas étonnant que les communications sur les problèmes théoriques soulevés par la résolution des systèmes hyperboliques non linéaires aient, en définitive, été plus nombreuses que celles portant sur les méthodes numériques.

Le nombre de participants, la variété des équipes, des chercheurs et des pays représentés montrent à l'évidence qu'une telle rencontre était nécessaire. Elle a été utile d'une part par les contributions originales contenues dans ce volume, et d'autre part par les liens de coopération scientifique qui ont pu s'établir entre les équipes de chercheurs. Nous sommes certains que le souhait des participants d'une rencontre périodique sur le même thème pourra être exaucé.

La réalisation d'une telle rencontre nécessite des aides multiples, qu'elles soient matérielles ou humaines. Nous remercions particulièrement:

le Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS),
the National Science Foundation (NSF),
la Direction des Recherches et Etudes Techniques (DRET, contrat n°85/1392),
the European Research Office of the United States Army,
l'Académie des Sciences de Chine,
le Commissariat à l'Energie Atomique (CEA),
le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES),
la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI),
la Société Mathématique de France (SMF),
les collectivités territoriales (Mairie et Conseil général),

pour leur aide, ainsi que Nohra RAHMANI et Hélène CHABREUIL qui ont assuré le succès matériel du Congrès.

Claude CARASSO, Pierre-Arnaud RAVIART, Denis SERRE

P.S. Ce Workshop était classé U.S.-French conference, ainsi que Journées SMF. Le présent document a été établi en exécution du contrat n°85/1392 passé par la direction des recherches et études techniques, direction scientifique, section soutien à la recherche (Délégation générale pour l'armement).

Liste des participants

AFIF	Mohamed	Université Kadiayad, faculté des sciences, Marrakech, Maroc
ALVES	A.S	Lab. de mécanique théorique, Univ. P. et M. Curie, 4 place Jussieu, 75230 Paris Cedex
AMIRAT	Youcef	INRIA, Domaine de Rocquencourt, BP 105, 78135 Le Chesnay
AROSIO	Alberto	Dipart. Matematica , V. Buonaroti 2, 56100 Pisa, Italie
ARRIGO	Jean-Luc	E. Polytechnique Fédérale de Lausanne,DMA Cité Universitaire, CH-1015 Lausanne
AUBRY	D.	E.Centrale des art et manufactures, 92295 Chatenay Malabry Cédex
AUDOUNET	Jacques	Université P.Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cédex
AYADI	Abdelhamid	Inst. de Math., Univ. de Constantine, Algérie
BALABANE	Mikhaël	CMA, Ecole Normale Supérieure, 45 rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex
BALLMAN	Joseph	RWTH Aachen, Templergraben 64 D-5100 Aachen
BARAS	Pierre	TIM 3, BP 68, 38402 St-Martin d'Hères
BARDOS	Claude	CMA, Ecole Normale Supérieure, 45 rue d'Ulm 75005 Paris
BATE-AYE	Hans	Université de Yaoundé, Dépt. de Maths., Fac. des Sciences, BP 812, Yaoundé Cameroun
BENABDALLAH	Assia	CMA, Ecole Normale Sup., 45 rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 05
BENBOUCHTA	Adellatif	Univ. Scientifique et Médicale de Grenoble, Lab. de Physique des Plasmas, 38402 St-Martin d'Hères
BERNARD	Michèle	CEA/Cadarache DRELSTRE 13108 St-Palu lez Durane
BERNARDI	Christine	Lab. d'Analyse Numérique, Tour 55-65, 5è étage, 4 place Jussieu, 75252 Paris
BESNAULT		DRET, 26 Bd Victor 75996, Paris Armées
BIGOT	Jean-Yves	Lab. de Spectroscopie et d'optique du corps solide, 5 r. de l'Université, 67084 Strasbourg Cédex
BONNEFILLE	Max	Analyse Numérique, 23 rue Dr Paul Michelon, 42023 St-Etienne Cedex 2
BOUCHON	Hélène	CEA, BP 7, 77181 Courtry

BOURDEL		ONERA-CERT, 2 Av. Edouard Belin Toulouse
BOURGEAT	Alain	Analyse Numérique, 23 rue du Dr Paul Michelon, 42023 St-Etienne Cedex
BOUZIT	Mohamed	Univ. de Constantine, Inst. de Maths Algérie
BRAUNER	Cl-Michel	Département M.I.S., Ecole Centrale de Lyon, BP 163, 69131 ECULLY Cédex
BRENIER	Yann	INRIA, Domaine de Rocquencourt, BP 105, 78135 Le Chesnay
BRUNEAU	Ch-Henri	Université Paris Sud, Bât.425, 91405 Orsay Cedex
CABANNES	Henri	Université de Paris 6, Mécanique Théorique, 4 place Jussieu 75005 Paris
CALLEJA	Pierre	C.E.A, BP 7, 77181 Courtry
CARASSO	Claude	Analyse Numérique, 23 rue Dr Paul Michelon 42023 St-Etienne Cedex 2
CHALABI	Abdallah	TIM 3, BP 68, 38402 St-Martin d'Hères
CHAMBAT	Michèle	UER Math de Lyon 1, 69622 Villeurbanne Cédex
CHARNAY	Michel	INSA Lyon, Centre de Maths., 20 Av. A. Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex
CHARRIER	Pierre	UER Maths. Info., Univ. Bordeaux 1, Talence 33405
CHATTOT	J-Jacques	MATRA BP 1 78146 Velizy-Villacoublay Cédex
DARU	Virginie	ENSAM, 151 Bd de l'hôpital, 75013 Paris
DEGOND	Pierre	CMAP, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cédex
DELANNOY	Guy	SNPE/Centre de Recherches du Bouchet, BP 2, 91710 Vert le Petit
DELORME	Philippe	Direction de l'Energétique (DE) ONERA BP 72 92322 Chatillon Cédex
DOMINGUEZ DE LA BASILLA	Jesus	HISPANOIL C/PEZ Volador, 28007 Madrid Espagne
DOUGLAS Jr	Jim	Univ. of Chicago Mathematics 5734 University Av., Chicago IL 60637 USA
DUBOIS	François	CMAP, Ecole Polytechnique, 91118 Palaiseau Cédex
DUBROCA	B.	CEA-CESTA, BP 2 Le Barp, 33830 Belin-Beliet
DURAND	Gilbert	DRET/SDR/G61-26 Bd Victor 75996 Paris Armées

EINFELT	Bernd	RWTH Aachen, Templergraben 55,D-5100 Aachen
EL DABAGHI	Fadi	INRIA, Bât 16, 78153 Le Chesnay
ENDRE	Suli	Oxford Univ. Computing Lab. 8-11 Keble Road Oxford OX1 3QD Angleterre
ERIKSSON	KENNETH	Department of Maths. Chalmers Univ. of Tech. S-41296 Goteborg Suède
FORESTIER	Alain	CEA, Saclay 911191 Gif sur Yvette Cedex
FREISTHULER	H.	RWTH Aachen, Templergraben 55, D-5100 Aachen
FRESNEL	Christophe	Univ. de Bordeaux 1, UER de Maths. 351 cours de La Libération 33405 Talence
GALEONE	Luciano	Universita, Dipartimento de Matematica Via Nicolai 2 70100 Bari Italie
GALLOUET	Thierry	Maths. Univ., 73000 Chambéry
GAUDY	Catherine	CEA, Saclay 91191 Gif sur Yvette
GILQUIN	Hervé	Analyse Numérique, 23 rue du Dr Paul Michelon, 42023 St Etienne Cedex 2
GODOUNOV	S.K.	Inst. of Math., Siberian Div. of the Academy of Sciences, 630090 Novossibirsk 90 USSR
GOUTAL	Nicole	6 quai Watier 78400 Chatou
GREENBERG	James M.	University of Maryland, Baltimore Country Catonsville, Maryland 21228 USA
GRUNPAHN	Klaus	RWTH Aachen, Templergraben 64, D-5100 Aachen
GUSTAFSSON	Bertil	Univ. of Uppsala, Comp. Dept. , Sturegatan 4B, Uppsala, Suède
HALPERN	Laurence	CMAP, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cédex
HAMDACHE	Kamel	CNRS et ENSTA-GHN, Centre de l'Yvette, Chemin de la Hunière, 91120 Palaiseau
HANOUEZET	Bernard	Univ. de Bordeaux 1, UER de Math. et Info.,351 cours de la Libération, 33405 Talence Cedex
HARTEN	Ami	University of California, Dpt of Mathematics, Los Angeles 90024 USA
HENRY	Jean-Joseph	DOWELL-SCHLUMBERGER Z.I. Molina la Chazotte 42000 Saint Etienne
HERVOUET	Jean-Michel	EDF/AEE/LNH, 6 quai Watier, 78400 Chatou
HIRSCH	C.	Wrije Univ. Bruxelles, Depart. Fluid Mechanics, Pleinland 2, Bruxelles, Belgique

HOFF	David	Indiana Univ. Dept of Math., Bloomington, Indiana 47405 USA
JETSCH		RWTH Aachen, Templergraben 55, D-5100
JOLY	Jean-Luc	Univ. de Bordeaux 1, UER de Math. et Info., 351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex
JOHNSON	Claes	Maths. Dept., Chalmers Univ. of Technology, 41296 Göteborg, Suède
JOSTEIN	Alvestad	STATOIL, Varlikroken 25N-4 000 Stavanger Norvège
KEYFITZ	Barbara	Maths. ,Univ. of Houston, Univ. Park, Houston, TX 77004 USA
KLEIN	Rupert	Inst. für Allgemeine Mechanik, Templergraben 55, D-5100 Aachen
KLINGENBERG	Christian	Dept. of Applied Maths., Univ. of Heidelberg, Im Neuenheimer feld 294, Heidelberg, FRG
LACAS	François	Labo. EM2C, Ecole Centrale de Paris, Gde voie des Vignes, 92295 Chatenay-Malabry Cédex
LAMARQUE	Cl-Henri	DRET, Section Formation, Bureau du Personnel 26 Bd Victor 75996 Paris Armées
LARGILLIER	Alain	Analyse Numérique, 23 rue du Dr Paul Michelon, 42023 Saint Etienne Cédex 2
LATROBE	André	Info. Intern, 57 rue pierre Séward, 38000 Grenoble
LAYEC	Yves	Dept. G. M. P. / I. U. T. de Brest, rue de la Grandière, 29287 Brest Cédex
LE COQ	Gérard	EDF/DER/PHR, 1 avenue du Général De Gaulle, 91141 Clamart Cédex
LE FLOCH	Philippe	Ecole Polytechnique, CMAP, 91128 Palaiseau
LEQUESNE	Paul	6 Quai Watier, 78400 Chatou
LENNART	Egnesund	Uppsala Universitat, Formansgatan 17, S-72466 Vasteras Suède
LERAT	Alain	Ecole Nationale Sup. des Arts et Métiers, 151 Bd. de l'hôpital, 75640 Paris Cédex
LEROUX	Alain-Yves	Univ. de Bordeaux 1, Maths et Infor, 351 Cours de la Libération 33400 Talence
LESAINT	Pierre	Lab. d'Analyse Numérique, Faculté des Sciences, Route de Gray, 25030 Besançon
LEVEQUE	Randal	Dpt of Maths., Univ. of Washington, Seattle, WHA 98195 USA
LINDBERG	Hans	Dept. of Computer Science, Sturegatan 4B, S-75234 Uppsala Suède
LIU	Tai Ping	Univ. of Maryland, Dept. of Maths., College Park, MD 20742 USA

LOCHAK	Pierre	CMA, Ecole Normale Sup., 45 rue d'Ulm, 75230 Paris Cédex 05
LOESENER	Charles	BRGM, BP 6009 , 45060 Orléans Cédex 2
MADAY	Yvon	Lab. d'Analyse Numérique, Tour 55-65, 5è étage, 4 pl. Jussieu, 75252 Paris Cédex 05
MAGGI-VIDELAINE	Pascale	USMG, Lab. de physique des Plasmas, Domaine Universitaire, BP 68, 38402 St-Martin d'Hères
MALET	Sylvie	MATRA, BP 1, 78146 Velizy-Villacoublay Cédex
MARX	Yves	E.N.S.M. Nantes, 1 rue de la Noé, 44072 Nantes
MAS-GALLIC	Sylvie	CNRS Lab. d'Analyse Numérique, Tour 55-65, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cédex 2
MASLOV	V.P.	Moscow Institute of Electronic, Machine building B. Vusovsky 3/12 Moscou USSR
MAZET	Pierre-Alain	ONERA-CERT, 2 avenue Edouard Belin, 32000 Toulouse
MILANI	Albert	Dipartimento di Matematica, Università di Torino, V. Principe Amadeo, 8 10123 Torino
MORICE	Philippe	Off. Nat. d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, BP 72, 92322 Chatillon Cédex
MUNZ	Cl-Dieter	Mathematisches Institut II, Universität Karlsruhe, Englerstr. 2, D-7500 Karlsruhe 1
NATALINI	Roberto	Math. et Info. , 351 Cours de la Libération, Univ. de Bordeaux 1 , 33405 Talence Cédex
NAPOLITANO	M.	Inst. Macchine, Univ. di Bari, Via re David Ado, 0125 Bari, Italie
NEDELEC	Jean-Claude	CMA, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cédex
NEGRO	Angelo	Dipar. di Mat. Univ. di Torino, V. Principe Amadeo 8, 10123 Torino Italie
ORAN	Elaine	Labo. for Computer Physics Naval Research Labo code 4040 D.C. 20375 USA
OSHER	Stanley	Maths., UCLA Los Angeles, CA 90024 USA
PART	Eva	Dept. of Computer Sci., Uppsala Univ., Sturegatan 4B, 2 TR S-752 23 Uppsala Suède
PAUMIER	Jean-Claude	TIM 3, BP 68, 38402 Saint Martin d'Heres
PERIAUX	Jacques	Avions M. Dassault/BA/DEA, 78 Quai Carnot, 92214 Saint Cloud
PERTHAME	Benoît	CMA, Ecole Normale Supérieure, 45 rue d'Ulm, 75230 Paris Cédex 05

PFERTZEL	Agnès	40 rue de la Sablière, 75014 Paris
PHAM NGOC-DINH		19 rue Erard, 75012 Paris
PIRONNEAU	Olivier	Univ. Paris 6, Analyse Numérique, 4 place Jussieu, 75252 Paris
PIROZZI	Antonietta	Istituto di Maths., Fac Di Scienze Nautiche, Via Acton 38, Napoli Italie
POGU	Marc	I.N.S.A. de Rennes, 20 avenue des Buttes de Coesmes, 35043 Rennes Cédex
POINSARD	Thierry	CNET, 38-40 rue de Général Leclerc, 92131 Issy les Moulineaux
POINSOT	Thierry	CNRS Labo de thermique, Ecole Centrale de Paris 92290 Chatenay Malabry
RASCLE	Michel	Analyse Numérique, 23 rue du Dr Paul Michelon, 42023 Saint Etienne
RAUCH	Jeffrey	Mathematics, Univ. of Michigan, Ann Arbor, MI 48109 USA
RAVIART	P-Arnaud	Univ. P. et M. Curie, Analyse Numérique, 4 place Jussieu, 75230 Paris Cédex 05
REBOURCET	Bernard	CEA-V, BP 27, 94190 Villeneuve St-Georges
REGGIO	Marcelo	Ecole Polytechnique de Montréal, Maths. Appl., Case Postale 6079, Succursale A, Montréal Canada H3C 3A7
RIGAL	Alain	Analyse Numérique, Univ. P. Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cédex
RIOUX	Françoise	CNRS Lab. d'Elec. , Bât 214, 91405 Orsay
ROCHE	Jean	Univ. Nancy 1, BP 239, 54506 Vandoeuvre les Nancy
ROE	P.L.	College of Aeronautics, Cranfield Inst. of Technology, Cranfield, Bedford, MK 43 OAL
ROMSTEDT	Peter	Gesellschaft für Reaktorsicherheit D-8046 Garching
ROSS	Catherine	Ecole Normale Sup., C.M.A. , 45 rue d'Ulm 75005 Paris
SAIAC	Hervé	C.N.A.M., 117 Bd Jourdan, 75014 Paris
SAMADEN	Guy	C.E.A., BP 12, 91680 Bruyères le Chatel
SANTOS	Raphael	Paris XIII, Dept. Math, Av. J.B. Clément, 93430 Villetaneuse
SAUVETERRE	Maryline	Analyse Numérique, 23 rue du Dr Paul Michelon, 42023 Saint Etienne Cédex 2
SCHATZMAN	Michelle	Univ. Lyon 1, 43 Bd du 11 Novembre 1918 69622 Villeurbanne Cédex

SCHMIDT-LAINE	Claudine	Ecole Centrale de Lyon BP 163 69131 Ecully Cédex
SCHOENAUER	M	CMAP Ecole Polytechnique 91128 Palaiseau
SHERWOOD	J.D.	Etudes et fabrication Dowell-Schlumberger BP 90, 42003 Saint Etienne Cédex 1
SERRE	Denis	Analyse Numérique , 23 rue du Dr Paul Michelon, 42023 Saint Etienne Cédex 2
SHOKIN	Youri	Computing Center. USSR Academy of Science, 660036 Krasnoyarsk 36
SIBE	Evelyne	C.E.A. , BP 27, 94190 Villeneuve St-Georges
SIDERIS	Thomas	Courant Institute, 251 Mercer Steet, New-York N.Y. 10012 USA
SLEMROD	Marshall	Depar. of Math. Science, Rensselaer Poly. Institute Troy. New York 12181 USA
SOLER	Juan	Lab. d'Analyse Numérique, Tour 55-65, 5ème étage, Univ. P. et M. Curie, 75005 Paris
SJOGREEN	Bjorn	Dept. of Computer Science, Sturegatan 4B, S-752 23 Uppsala Suède
STEPHAN	Yann	Informatique Internationale , BP 24, 91190 Gif sur Yvette
SURRY	Claude	Ecole Nationale d'Ingénieurs de Saint Etienne, rue Jean Parot, 42100 Saint Etienne
SWEBY	P.K.	Department of Mathematics Univ. of Reading P.O. Box 220 Reading , RG 6 2AX , U.K.
TADMOR	Eitan	Tel-Aviv Univ. Tel Aviv Israel
TAPIERO	Roland	Analyse Numérique, Univ. Lyon 1 , 43 Bd du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cédex
TARTAR	Luc	CEA, Centre de Limeil-Valenton, BP 27, 94190 Villeneuve Saint Georges
TEIPEL	Ing. I	Univ. of Hannover , Appelstr. 11, D-3000 Hannover 12
TEMAM	Roger	Analyse Numérique, Bât 425, Univ. Paris Sud 91405 Orsay
TEMPLE	Blake	Math. Res. Center, 610 Walnut Street, Madison Wis. 53705 USA
TOURE	HAMIDOU	Inst. de Maths. BP 7021 Ouagadougou Burkina Faso
TRUC	Joël	CNIN, BP 161, 83507 La Seyne sur Mer
VAN HARTEN	Aart	Maths. Inst. , Rijksuniversiteit Utrecht Postbus 80.010 3508 Ta Utrecht Nederland
VILA	Jean-Paul	CEMAGREF Div. Nivologie, Centre Universitaire, BP 76, Saint Martin d'Heres

VINCENT	Alain	CNES, 18 avenue E. Belin 31055 Toulouse Cédex
WAGNER	Alain	CNES, Rond - Point des Poètes, 91000 Evry
WAGNER	David	Dept. of Mathematics, University of Houston, University Park, Houston, Texas 77004
WANG JHING HUA	Inst. of Systeme	Science, Academia SINICA Beijing 0 100080 China
WAZNER	Alain	TIM3 BP 68 38402 Saint Martin d'Herès Cédex
WERNER	Klaus	RWTH Aachen, Templergraben 55,D-5100 Aachen
WITOMSKI	Patrick	Univ. Grenoble 1 Labo. IMAG-TIM3 BP 68 38402 Saint Martin d'Hères Cédex
WOODWARD	Paul	Dep. of Astronomy , Univ. of Minnesota, 116 Church Street SO, Minneapolis, Minnesota 55455
ZITI	Cherif	Analyse Numérique , 23 rue du Dr Paul Michelon , 42023 Saint Etienne Cédex 2

CONTENTS

I - Numerical Analysis

a - General theory.

A.Bourgeade, Ph.Le Floch, P.A.Raviart: Approximate solution of the generalized Riemann problem and applications.	1
B.Engquist: Computation of oscillatory solutions to partial differential equations.	10
A.Harten: Preliminary results on the extension of ENO schemes to two-dimensional problems.	23
P.L.Roe: Upwind differencing schemes for hyperbolic conservation laws with source terms.	41
E.Tadmor: The entropy dissipation by numerical viscosity in nonlinear conservative difference schemes.	52

b - Main applications.

V.Billey, J.Periaux, P.Perrier, B.Stoufflet: 2-D and 3-D Euler computations with finite element methods in aerodynamics.	64
J-J.Chattot, S.Malet: A "box-scheme" for the Euler equations.	82
J-F.Colombeau, A-Y.Leroux: Numerical techniques in elastoplasticity.	103
V.Daru, A.Lerat: An implicit centered scheme which gives non-oscillatory steady shocks.	115
Y-I.Shokin: A computer aided system for investigation and construction of difference schemes of gas dynamics.	128

II - Hyperbolic P.D.E. theory

a - Surveys, open questions.

S.K.Godunov: Lois de conservation et intégrales d'énergie des équations hyperboliques.	135
P.D.Lax: On symmetrizing hyperbolic differential equations.	150
B-L.Keyfitz: A survey of nonstrictly hyperbolic conservation laws.	152
M.Slemrod: Admissibility criteria for phase boundaries.	163
D.H.Wagner: The transformation from Eulerian to Lagrangian coordinates for solutions with discontinuities.	172

b - Existence theory.

D.Hoff: Two existence theorems for systems of conservation laws with dissipation.	181
--	-----

Li Ta Tsien: Global solutions for some free boundary value problems for quasilinear hyperbolic systems and applications.	195
M.Rasle: Un théorème d'existence globale en élasticité non linéaire mono-dimensionnelle.	210
Wang Jing Hua: A nonhomogeneous system of equations of nonisentropic gas dynamics.	221

c - Qualitative properties of solutions.

B.Gustafsson: Far field boundary conditions for steady state solutions to hyperbolic systems.	238
M.Schatzman: Can hyperbolic systems of conservation laws be well-posed in BV?	253
D.Serre: Propagation des oscillations dans les systèmes hyperboliques non linéaires.	265
B.Temple: Stability and decay in systems of conservation laws.	286

III - Miscellaneous problems

C.Bardos: Different approaches for the relations between the kinetic and the macroscopic equations.	308
J.M.Greenberg: Integral transport processes.	324

APPROXIMATE SOLUTION OF THE GENERALIZED RIEMANN PROBLEM AND APPLICATIONS.

A. Bourgade^(*) , P. Le Floch^(**) and P.A. Raviart^(***)

(*) C.E.A. Centre d'Etudes de Limeil
B.P. 27, 94190 Villeneuve Saint Georges, France.

(**) Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique,
91128 Palaiseau Cedex, France.

(***) Analyse Numérique, Université Pierre et Marie Curie,
4 Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France.

1. INTRODUCTION.

Let us consider the nonlinear hyperbolic system of conservation laws

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} f(x,t,U) + g(x,t,U) = 0 \quad , \quad x \in \mathbb{R} \quad , \quad t > 0 \quad (1.1)$$

where U is a vector with p components and f, g are smooth functions from $\mathbb{R} \times (0, \infty) \times \mathbb{R}^p$ into $\mathbb{R}^p$. We are looking for the "entropy" solution of the Cauchy problem for the system (1.1) corresponding to the initial condition

$$U(x,0) = \begin{cases} U_L(x) & , \quad x < 0 \\ U_R(x) & , \quad x > 0 . \end{cases} \quad (1.2)$$

In (1.2), U_L (resp. U_R) is a smooth function from $(-\infty, 0]$ into $\mathbb{R}^p$ (resp. from $[0, \infty)$ into $\mathbb{R}^p$) such that $U_L(0) \neq U_R(0)$. We shall refer to Problem (1.1), (1.2) as the generalized Riemann problem for (1.1). In fact, when the functions U_L and U_R are constant, we obtain the classical Riemann problem which can be solved explicitly at least in the case $f = f(U)$, $g = 0$ (See [6] for instance). The purpose of this lecture is to derive an explicit approximation of the "entropy" solution U of Problem (1.1), (1.2) in a neighborhood of the origin.

This question arises naturally in connexion with the now classical Van Leer's scheme [7] of numerical approximation of the Cauchy problem for (1.1). Let us briefly recall the main features of Van Leer's method. Given a uniform space increment Δx and a time step Δt , we set :

$$\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad , \quad x_j = j \Delta x \quad , \quad t_n = n \Delta t .$$

Then, starting from an approximation v^n of the exact solution $U(\cdot, t_n)$ at the time t_n of the form

$$v^n(x) = v_j^n + \frac{1}{\Delta x} (x - x_j) S_j^n, \quad x_{j-1/2} < x < x_{j+1/2} \quad (1.3)$$

(i.e., v^n is a piecewise affine function which is discontinuous in general at the points $x_{j+1/2} = (j + \frac{1}{2})\Delta x$), we define v^{n+1} as follows :

(i) we solve the Cauchy problem

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} f(x, t_n + t, w) + g(x, t_n + t, w) = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0 \quad (1.4)$$

$$w(x, 0) = v^n(x); \quad (1.5)$$

(ii) we "project" $w(\cdot, \Delta t)$ (which is indeed an approximation of $U(\cdot, t_{n+1})$) onto the space of piecewise affine functions, which gives v^{n+1} .

In fact, the two steps (i) and (ii) of the method cannot be performed exactly and need to be approximated. However, in any case, we define v_j^{n+1} by

$$v_j^{n+1} = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{j-1/2}}^{x_{j+1/2}} w(x, \Delta t) dx. \quad (1.6)$$

Hence, integrating (1.5) in the rectangle $[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}] \times [0, \Delta t]$ in the (x, t) -plane gives

$$\begin{aligned} v_j^{n+1} &= v_j^n - \lambda \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \{ f(x_{j+1/2}, t_n + t, w(x_{j+1/2}, t)) - \\ &\quad - f(x_{j-1/2}, t_n + t, w(x_{j-1/2}, t)) \} dt \\ &\quad - \frac{1}{\Delta x} \int_0^{\Delta t} \int_{x_{j-1/2}}^{x_{j+1/2}} g(x, t_n + t, w(x, t)) dx dt. \end{aligned}$$

Next, if we approximate the time and space integrals by means of the mid-point rule and the trapezoidal rule respectively, we obtain the finite-difference scheme

$$\begin{aligned} v_j^{n+1} &= v_j^n - \lambda \{ f(x_{j+1/2}, t_{n+1/2}, w(x_{j+1/2}, \frac{\Delta t}{2})) \\ &\quad - f(x_{j-1/2}, t_{n+1/2}, w(x_{j-1/2}, \frac{\Delta t}{2})) \} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{2} \{ g(x_{j+1/2}, t_{n+1/2}, w(x_{j+1/2}, \frac{\Delta t}{2})) + g(x_{j-1/2}, t_{n+1/2}, w(x_{j-1/2}, \frac{\Delta t}{2})) \}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Therefore, we have only to determine $w(x_{j+1/2}, \frac{\Delta t}{2})$ for $j \in \mathbb{Z}$. Now, if we assume that Δt is chosen small enough, the various waves issued from the points $x_{j+1/2}$ do not interact during the time interval $(0, \Delta t)$. Hence, we need only to solve locally generalized Riemann problems of the form (1.1), (1.2) where U_L and U_R are affine functions. Thus, a critical stage in Van Leer's scheme consists in deriving an approximation of $U(0, t)$ for t small enough where U is the "entropy" solution of